

Série II Relations Relations Antisimétriques.

Ficha 14 pág. 22

1. Considerem a relação vista em (II, 10, 3):

"... é filho de..."

Ela comporta pares inertes, e pares unilaterais; mas ela não comporta nenhum par-boomerang. Diz-se que ela é antisimétrica.

2. Seja a relação em \mathbb{N} : "... é superior ou igual a...".

Não há par boomerang; porque se $a \geq b$ e $b \geq a$, resulta que $a = b$ (e não se tem mais par).

Esta relação é antisimétrica.

3. Ao contrário, a relação de (II, 9, 4) comporta pares-boomerangs: quais? Ela não é pois antisimétrica. [Viu-se em (II, 13, 3) que ela não era mais simétrica.]

4. Definição:

Uma relação R num conjunto E é antisimétrica, se, e somente se, ela não comporta nenhum par-boomerang.

Tradução:

$\forall a, \forall b, a \neq b, (a, b) \in E \times E$, as duas proposições $a R b$ e $b R a$ não podem ser verdadeiras todas duas.

5. Exercícios:

a) O que se pode dizer da relação recíproca de uma relação antisimétrica?

b) "Não simétrica" é sinónimo de "antisimétrica"? Justifiquem a resposta.

c) Entre as relações de $(\Pi, 10)$, quais são as que são antisimétricas?

d) Retornem $(\Pi, 13, 7, a)$ substituindo "simétrica" por "antisimétrica".

e) João foi à casa de Paulo e à casa de Simão; Paulo foi à casa de cada um dos dois; ~~(outros)~~ Simão foi à casa de João, mas não à casa de Paulo. Desenhem o esquema sagital da relação "... foi à casa de ..." no conjunto dos três amigos. Ele é simétrico? antisimétrico? reflexivo? antireflexivo?

f) Tomando por exemplo o conjunto $E = \{a, b, c, d\}$, inventem o gráfico de uma relação que não seja nem reflexiva, nem antireflexiva, nem simétrica, nem antisimétrica (passem pelo intermediário do esquema sagital).

g) Seja o conjunto $E = \{\text{Mme. Durand, M. Durand, Mme. Brun, M. Brun, Mme. Martin, M. Martin, Mlle. Dubois}\}$ e neste conjunto a relação \mathcal{M} "... é o marido de ...". Ela é simétrica?

Achem o gráfico G de \mathcal{M} . Qual é a relação recíproca? Encontrem seu gráfico G' . Seja $G'' = G \cup G'$. Qual é a relação \mathcal{R} , em E , cujo gráfico é G'' ? Ela é simétrica?

Encontrem outros exemplos de relações recíprocas não simétricas que se pode "reunir" numa relação única simétrica.