

Série II Relações
Ficha 20. págs. 33, 34

Um exemplo de classes de equivalência: classes residuais.

1. Um jogo de 52 cartas é

Como no bridge, o repartidor as distribui aos quatro jogadores, uma carta de cada vez, ~~virando~~ ~~rodeando~~ em um certo sentido; a primeira carta é para ele.

No conjunto das cartas, estabelece-se a relação:

"... foi dada ao mesmo jogador que...".

É uma relação de equivalência? Se sim, precisem a partição criada assim. Qual é o conjunto-quotiente?

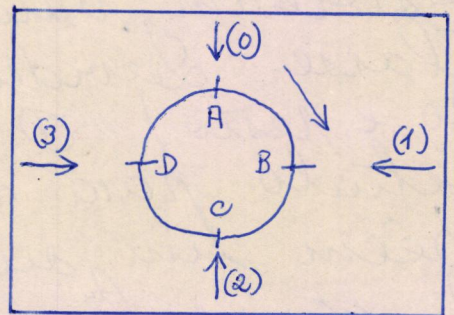
2. Recomeça-se, mas antes de distribuir as cartas, a gente as numera de 1 até 52 na ordem em que elas se apresentam para serem dadas.

Quais são os números das cartas recebidas pelo repartidor? por seu parceiro (sentado na sua frente?) Por cada um dos seus dois adversários?

Em que condição dois naturais (compreendidos entre 1 e 52) são os números de duas cartas dadas ao mesmo jogador?

3. Num cartão retangular são desenhados quatro

senhados quatro: (0), (1), (2), (3). Um disco levando as letras A, B, C, D pode girar sobre o cartão ao redor de um ponto fixo, num único sentido, e marcar a chegada em quatro posições P_0, P_1, P_2, P_3 . Na



posição P_0 , A está na frente do índice (0), B diante de (1), C de (2) e D de (3) (como no esquema aqui apresentado).

A posição P_1 se deduz de P_0 por uma rotação de um quarto de volta, operação que nós chamaremos Q . A está então diante de (1), B diante de (2), etc... Efetuando Q duas vezes seguidas, passa-se de P_0 para P_2 e efetuando três vezes seguidas, de P_0 para P_3 . Qual posição se obtém efetuando Q quatro vezes em seguida? 5 vezes? 8 vezes? 13 vezes? 259 vezes?

Seja k um certo número de quartos de volta (k pertencendo a N). Quais valores de k correspondem à posição P_1 ? à P_2 ? à P_3 à P_0 ? Assim se criou uma partição de N , pois também (Ver II, 19, 5), uma relação de equivalência. Escrevam em extensão cada uma das quatro classes. Em uma delas, tomem dois elementos; o que ^{vocês} pensam de sua diferença? Façam o mesmo estudo para as outras classes. Deduzam um enunciado da relação de equivalência correspondente. Comparem com o parágrafo 2; que diferença há?

4. Escolham vários naturais de uma mesma classe. Dividam-nos por 4 (quociente inteiro e resto). O que vocês notam? O mesmo estudo para as outras classes. Dêem um outro enunciado da relação de equivalência. As classes de equivalência se chamam, para esta relação, classes residuais módulo 4; justifiquem este nome.