("Travaux Pratiques de Mathématique.")

Série II Relações

Ficha 22 (cont.) págs. 38, 39

Completem: $\left[\frac{7}{2}\right]=\left[\frac{\dots}{20}\right]=\left[\frac{77}{\dots}\right]$

$\left[\frac{30}{48}\right]=\left[\frac{\dots}{48}\right]$

5. Vocês vão procurar um enunciado matemático (e não mais gastronômico) da relação $\mathcal{T}$:

Tomem duas frações: $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ ($\underline{a}$ e $\underline{c}$ são dois naturais, $\underline{b}$ e $\underline{d}$ dois naturais não nulos).

Vocês viram no parágrafo 4 que $\frac{a}{b}\,\mathcal{T}\,\frac{ad}{bd}$ e que $\frac{c}{d}\,\mathcal{T}\,\frac{bc}{bd}$.

A que condição as frações $\frac{ad}{bd}$ e $\frac{bc}{bd}$ são equivalentes? Deduzam que:

$$\frac{a}{b}\,\mathcal{T}\,\frac{c}{d} \text{ se e somente se } ad = bc.$$

Exemplo: $\frac{4}{10}\,\mathcal{T}\,\frac{14}{35}$ porque $4\times 35 = 10\times 14$.

6. O conjunto-quociente do conjunto das frações pela relação $\mathcal{T}$ é o <u>conjunto dos racionais positivos ou nulos</u>. Anota-se: $\underline{\mathbb{Q}^+}$.

7. Para adicionar $\left[\frac{2}{3}\right]$ e $\left[\frac{1}{5}\right]$ (nós ~~suporemos~~ vamos supor que se saiba o que se entende por "adição dos racionais"), nota-se que $\left[\frac{2}{3}\right]=\left[\frac{10}{15}\right]$: o racional não mudou; só seu <u>representante</u> mudou.

O mesmo: $\left[\frac{1}{5}\right]=\left[\frac{3}{15}\right]$, etc.

Vê-se que as frações foram perdidas de vista, e que sòzinhas intervém as classes de equivalência, isto é, os racionais. Opera-se no conjunto-quociente, e não no conjunto das frações. Faz-se cálculo em Q^+ (e não "cálculo sobre as frações", como se diz muitas vezes).

8. Seja o racional $\left\{\frac{9}{3}, \frac{15}{5}, \frac{21}{7}, \ldots, \frac{3p}{p}, \ldots\right\}$

(p é um natural não nulo). Escreve-se: $\left[\frac{3}{1}\right]$.

Pode-se assimilá-lo ao natural 3 ("três sobre 1 de torta, são três tortas...).

Do mesmo modo, n sendo um natural qualquer, pode-se assimilar $\left[\frac{n}{1}\right]$ e n: $\left[\frac{n}{1}\right] = n$.

Exemplos: $\left[\frac{3}{1}\right] = 3$, $\left[\frac{0}{1}\right] = 0$.

Desde logo, N torna-se uma parte de Q^+: $N \subset Q^+$.

"Alargou-se" a noção de número.