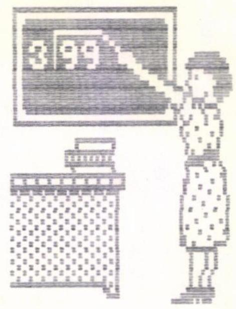


INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA
ESCOLA ESTADUAL DE 1º E 2º GRAUS

2º GRAU - HABILITAÇÃO MAGISTÉRIO

MATEMÁTICA

Material elaborado pelas professoras:

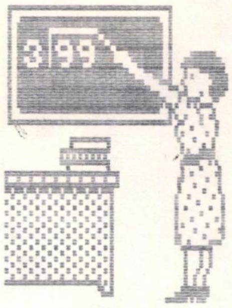
Anita Libel
Anna Goldstein
Gertrudes Todeschini Hoffmann
Janice de Souza Kazmierczack
Neuza Maria Morejano Maia
Regina Maria Pankowski Avila
Vera Lucia Bergonsi do Prado
Vera Pizzato Sieben

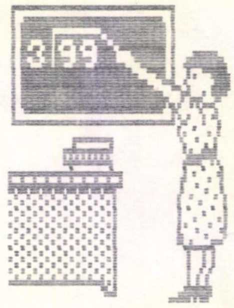
Nome da Aluna: ______________________________

Série: ____________

Turma: ____________

Ano: ____________





Primeira parte:

Lógica

Introdução à Lógica

Definindo...

Sentenças: são frases afirmativas que exprimem um pensamento de sentido completo.

Exemplos: Hoje é feriado.
Ele é jogador de futebol.
$5 + 2 = 7$.

Sentenças Abertas: são sentenças que possuem variáveis.

Exemplos: $x + 2 = 7$.
Ela joga bola.

Proposições: são sentenças que admitem um valor lógico verdadeiro ou falso.

Exemplos: $5 + 3 = 8$.
A lua é um satélite da terra.

Princípios da Lógica:

*Toda proposição deve ser Verdadeira (V) ou falsa (F) não havendo uma terceira possibilidade.

*Uma proposição não pode ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa.

Exercícios

1)Classifica as sentenças abaixo em proposições ou sentenças abertas. Coloca * ao lado das proposições e + ao lado das sentenças abertas.

a)( ) y é estudioso.

b)( ) $x < 2$

c)( ) $3 + 7 = 10$

d)( ) Brasília é capital do Brasil

( ) Ela é aluna do IE.

( ) Hoje é sábado.

( ) $16 + 2 = 2 + 16$

( ) $2 - 3 < 2$

2)Coloca V ou F, de acordo com o valor lógico das proposições:

( ) 2 é número primo
( ) $2 \times 3 = -6$
( ) A porta está aberta.
( ) 4 é divisor de 10

( ) Hoje está chovendo.
( ) $-3 < -2$
( ) $0,4 + 0,2 \neq 0,6$
( ) $3 - 2 = 6$

Compondo proposiões

Na formação de proposições, a partir de outras, usamos os chamados conetivos. Esses conetivos são: **e** (conjunção), **ou** (disjunção), **se ... então** (condicional), **...se e somente se...** (bicondicional). Além dos conetivos podemos usar o modificador **não**.

Leitura	Símbolo
e	$\wedge$
ou	$\vee$
se .... então	$\rightarrow$
... se e somente se ...	$\leftrightarrow$
não	$\sim$
não é verdade que	$\sim$

As proposições classificam-se em Proposicões Simples ou Proposições Compostas.

As proposições simples são aquelas que não têm conetivos.

As proposições compostas são obtidas a partir das simples, pelo uso dos conetivos.

Costumamos representar as proposições simples pelas letras minúsculas p , q , r , s , t ....

Exemplos

1)"O lápis é preto." é uma proposição (p)
"O lápis tem ponta." é uma proposição (q)
Representamos

Simbolicamente	Linguagem corrente
$p \wedge q$	
$p \vee q$	
$p \rightarrow q$	
$p \leftrightarrow q$	
$\sim p$	

2)Dadas as proposições q: 5 > 2 e r: 3 < 4 escreve as proposições compostas representadas por:

$q \vee r$ ________________________________

$r \rightarrow q$ ________________________________

$q \leftrightarrow r$ ________________________________

3)Sabendo que p: Paulo dirige avião.
q: Paulo é primo de João.
representa com símbolos da Lógica as proposições:

a)Se Paulo dirige avião então é primo de João. ....

b)Não é verdade que Paulo não dirige avião. ....

c)Paulo não dirige avião e é primo de João. ....

d)Paulo é primo de João ou Paulo dirige avião. ....

e)Paulo não dirige avião se e somente se é primo de João. ....

OPERAÇÕES LÓGICAS

Modificador "não"

Dada uma proposição p chama-se negação de p a proposição representada por $\sim p$ e definida pela seguinte tabela verdade:

p	$\sim p$

Conjunção

Dadas duas proposições p, q chama-se conjunção de p e q a proposição representada por " $p \wedge q$" definida pela seguinte tabela verdade:

p	q	$p \wedge q$

Construir a tabela, utilizando as seguintes proposições:

p: A caneta é azul

q: A caneta é Pilot

Exercícios:

Dadas as proposições p: $6 - 2 = 4$

q: A metade de 4 é 2

r: A terça parte de 15 é 3

determina o valor lógico das proposições:

a) $p \wedge q$

b) $\sim p \wedge r$

c) $\sim q \wedge \sim r$

d) $p \wedge \sim q$

e) $\sim (\sim p \wedge \sim q)$

f) $\sim (r \wedge \sim q)$

Disjunção

Dadas as proposições p, q, chama-se disjunção de p e q, a proposição apresentada por " $p \vee q$ " e definida pela seguinte tabela verdade :

p	q	$p \vee q$

Construir a tabela, utilizando as seguintes proposicões :

p : A caneta é azul

q : A caneta é Pilot

Exercícios

1. Dá o valor lógico das proposições:

a) 2 é divisor de 12 ou 12 é múltiplo de 6

b) $4 < 6 \vee 5 > 6$

c) $2 - 6 = -4 \vee 3 \times 4 = 12$

d) $3 \in N \vee -6 \in Z$

2. Sejam p : Hoje é sábado

q : Tiradentes foi presidente do Brasil

r : $2 + 3 > 4$

Dá o valor lógico das disjunções

a) $p \vee \sim q$

b) $p \vee q$

c) $\sim p \vee r$

d) $q \vee \sim r$

e) $r \vee \sim q$

f) $\sim p \vee \sim q$

g) $p \vee r$

h) $\sim p \vee q$

i) $\sim (p \vee r)$

j) $\sim (\sim p \vee \sim r)$

3. Dá o valor lógico de cada proposição composta

   a) $2 < 3 \wedge 3 < 2$

   b) $2 + 5 = 7 \wedge 7 - 5 = 2$

   c) Hoje é quarta feira e Patrícia é aluna desta turma.

   d) $12 > 5 \wedge 12 > 12$

   e) O dia está chuvoso e nós não temos aula de Matemática.

4. Sejam as proposições p: Hoje é quarta feira

   q: Sábado não há aula

   r: Domingo não há aula

   Dá o valor lógico de:

$p \vee \sim q$ ( )	$q \vee \sim p$ ( )	$\sim p \wedge q$ ( )
$q \wedge r$ ( )	$\sim p \wedge \sim r$ ( )	$p \vee \sim r$ ( )
$p \wedge r$ ( )	$q \vee p$ ( )	$\sim (p \wedge q) \vee r$ ( )
$p \vee q$ ( )	$(p \wedge q) \vee r$ ( )	$\sim (p \vee q) \wedge r$ ( )

CONDICIONAL

Dadas as proposições r, v, chama-se condicional de r e v, a proposição representada por " $r \rightarrow v$" e definida pela seguinte tabela verdade:

r	v	$r \rightarrow v$

Construir a tabela, utilizando as seguintes proposições:

r: A peça é quadrada

v: A peça é azul

Exercícios:

1. Dá o valor lógico de:

   a) Se hoje tem aula então as alunas estão na sala.

   b) Se hoje está chovendo então não tem sol.

   c) Se $3 \in Z$ então $-3 \in Z$.

   d) Se $2 < 5$ então $5 > 2$.

   e) Se a Lua é quadrada então a Terra é uma estrela.

2. Sendo p: Estamos no mês de março.
q: 7 é múltiplo de 2.
r: Estamos no inverno.

Dá o valor lógico de:

$p \rightarrow q$ ( )	$q \rightarrow \sim p$ ( )	$p \rightarrow \sim q$ ( )
$\sim p \rightarrow q$ ( )	$\sim (q \rightarrow p)$ ( )	$q \rightarrow p$ ( )

BICONDICIONAL

Dadas as proposições s, t, chama-se bicondicional de s e t a proposição composta"s   t" definida pela tabela verdade:

s	t	$s \leftrightarrow t$

Construir a tabela utilizando as seguintes proposições:
s: O número...é par.
t: O número...é divisível por 2.

Exercícios:

1. Sejam as proposições p: Roberto Carlos é um cantor.
q: A Lua é satélite da terra.
r: Brasil é um país da Europa.

Traduza em linguagem corrente as proposições abaixo e coloca o seu valor lógico.

$\sim p \leftrightarrow q$	$\sim (p \leftrightarrow q)$	$\sim q \leftrightarrow r$
$p \leftrightarrow \sim q$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim p \leftrightarrow r$
$\sim (\sim p \leftrightarrow q)$	$\sim (r \leftrightarrow q)$	$\sim (r \leftrightarrow \sim p)$

2. Sendo p: Todo número é divisor de si mesmo.
q: 3 é divisor de 6.

Escreva em linguagem simbólica:

a) Todo número é divisor de si mesmo e 3 é divisor de 6.
b) Não é verdade que, todo número é divisor de si mesmo se e somente se 3 é divisor de 6.
c) Se todo número é divisor de si mesmo então não é verdade que, 3 é divisor de 6 ou nem todo número é divisor de si mesmo.

Exercícios

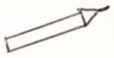
1- Pinta os desenhos para que as proposições se tornem verdadeiras.

 A flor tem 4 pétalas ou a flor é amarela.

 O barco é verde e tem vela vermelha.

 A casa tem janela se e somente se é branca.

 Não é verdade que, se a blusa é preta então tem gola.

 Se o lápis tem ponta então ele é vermelho.

2- Determina os valores lógicos das proposições simples, sabendo o valor lógico da proposição composta.

a) $\sim(p \rightarrow q) \wedge p$ (V) p é ... q é ...
b) $p \vee (p \leftrightarrow q)$ (F) p é ... q é ...
c) $\sim [(p \rightarrow q) \vee q]$ (V) p é ... q é ...

3- Assiinala com um x as proposições falsas, sabendo que p é V e q é F.

( ) $p \wedge q$ ( ) $\sim p \rightarrow q$ ( ) $p \rightarrow \sim q$
( ) $q \rightarrow p$ ( ) $\sim (p \wedge q)$ ( ) $\sim (\sim p \rightarrow \sim q)$
( ) $q \leftrightarrow \sim p$ ( ) $p \wedge \sim q$ ( ) $q \leftrightarrow (p \wedge q)$

4- Sejam as proposições p: 1+3=4 e q: 2+3=7.
Assinala as proposições compostas que são falsas

( ) $p \wedge \sim q$ ( ) $\sim p \wedge q$ ( ) $\sim p \wedge \sim q$ ( ) $p \vee \sim q$ ( ) $\sim (\sim p \wedge \sim q)$

5- Sejam as proposições p: Marino é um bom sujeito.
q: Marino gosta de futebol.
A proposição $\sim (p \wedge \sim q)$, em linguagem corrente, equivale a

( ) Não é verdade que Marino não é um bom sujeito e não gosta de futebol.
( ) Marino não gosta de futebol, mas é um bom sujeito.
( ) Não é verdade que, Marino é um bom sujeito e não gosta de futebol.
( ) Marino não é um bom sujeito e não gosta de futebol.
( ) Não é verdade que Marino não é um bom sujeito ou gosta de futebol.

6- Completa a tabela abaixo

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$q \rightarrow \sim p$
			F		F					
				V	V					
						F				
									V	

Construa a Tabela Verdade de cada proposição composta:

1) $(p \vee q) \longleftrightarrow p$

2) $p \vee (\sim p \wedge q)$

3) $\sim p \longleftrightarrow (q \vee p)$

4) $p \wedge (\sim p \longleftrightarrow \sim q)$

5) $p \longrightarrow (\sim q \vee p)$

6) $(p \wedge \sim q) \longrightarrow (\sim p \vee q)$

7) $\sim p \longleftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee \sim p]$

8) $\sim(\sim p \wedge q \vee p)$

****

A LAVANDERIA

A lavanderia SOL NASCENTE recebeu 5 blusas, 20 camisas, 10 calças, 5 ternos e 5 saias para lavar. A recepcionista anotou o nome de suas freguesas: Amélia, Lucinda, Solange, Carmem e Maria. O problema é que ela perdeu o seu bloco de anotações e agora está tentando se lembrar a quem pertence todas aquelas roupas. Ela só lembra que:

* Amélia entregou 9 peças;
* Lucinda só entregou camisas e calças;
* Solange não entregou nenhuma blusa;
* Carmem só entregou camisas, calças e saias;
* Maria não entregou camisa;
* Amélia entregou 3 camisas;
* As camisas que Lucinda entregou foram o dobro das calças que ela mandou lavar;
* Carmem e Maria mandaram lavar a mesma quantidade de calças;
* As calças que Amélia mandou lavar era a metade da quantidade de calças que que Lucinda entregou;
* Só 4 pessoas entregaram calças para lavar;
* Carmem entregou 9 peças, sendo que 4 eram camisas;
* Solange entregou 7 peças, sendo que algumas delas eram ternos;
* Amélia não entregou nenhuma saia, entregou 1 terno, entregou mais calças do que terno e entregou 3 blusas.

Quantas e quais peças entregou cada freguesa?

****

Pensando. . .

São 5 amigos: Antônio, Claudio, Marcos, Eduardo e Fabio. Cada um visitou uma cidade, foi com um transporte diferente, voltou com um transporte diferente, trouxe uma lembrança diferente e cada qual tem sua esposa.

1) Determina pela lógica e pela dedução, quais as preferências de cada um, tomando como referência as 16 proposições que seguem.

2) Responde: - Quem foi de carro ?
- Quem é o marido de Lúcia ?

Nota: É necessário lembrar que não se trata da mesma pessoa nas respostas a essas perguntas.

Proposições

1) Quem foi de trem, não trouxe disco nem licor.

2) Antônio foi de avião.

3) Quem voltou de trem foi ao Rio.

4) O marido de Ana não voltou de avião e não trouxe chaveiro.

5) Quem foi a S.Paulo voltou de ônibus.

6) Claudio voltou de carro.

7) Marcos é marido de Silvia e não foi de ônibus.

8) Quem voltou de navio foi a Recife e é casado com Sandra.

9) Q uem é marido de Ana foi de avião.

10) Silvia é esposa de quem foi de navio.

11) Eduardo trouxe um disco.

12) Fabio trouxe um licor e veio de trem.

13) Quem trouxe um livro foi a Manaus.

14) O marido de Julia não foi de ônibus e não foi de trem.

15) Foi a S.Paulo quem trouxe chocolate.

16) Claudio foi a Curitiba.

QUANTIFICADORES

Classifica em proposição ou sentença aberta :

a) $x + 5 = 9$

b) $x - y = 8$

c) Ela foi a melhor aluna da aula.

d) Ele foi o melhor jogador do Inter.

e) Todos os homens são mortais.

f) Todo triângulo tem 180° como soma das medidas de seus ângulos.

g) Existe um elemento x pertencente aos reais tal que $x + 3 = 7$.

H) Qualquer que seja o elemento x pertencente aos reais, $x - 0 = x$.

Os termos : todos, para todos, qualquer que seja, existe,... são chamados quantificadores.

- QUANTIFICADOR UNIVERSAL : todo, qualquer,...

  Notação : $\forall$

- QUANTIFICADOR EXISTENCIAL : existe, para algum,...

  Notação : $\exists$

Exemplos: $\forall x \in R,\ x + 3 = 6$

$\exists x \in R,\ x + 3 = 6$

Exercícios :

1) É verdadeiro ou falso ?

a) $\forall x \in R,\ x + 1 > x$ ( )

b) $\exists x \in R,\ x^2 = x$ ( )

c) $\exists x \in R,\ x + 2 = x$ ( )

d) $\forall x \in R,\ x^2 = x$ ( )

2) Sendo $A = \{0,1,2,3,4,5,6,\}$ completa com $\forall$ ou $\exists$.

a) .....$x \in A$, $x < 5$

b) .....$x \in A$, $x \leq 6$

c) .....$x \in A$, $x > 0$

d) .....$x \in A$, x é múltiplo de 2

e) .....$x \in A$, x é divisor de 5

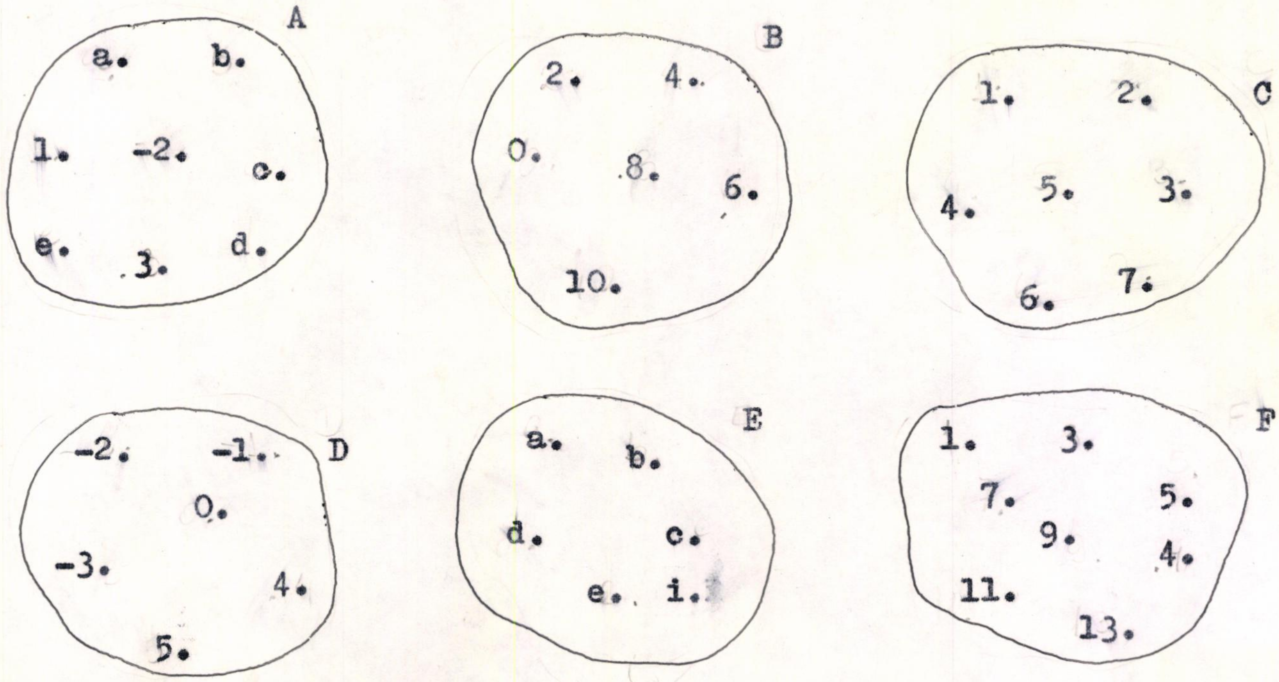
f) .....$x \in A$, $x + 1 > 2$

g) .....$x \in A$, $2x \geqslant 0$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Use o quantificador adequado para tornar as sentenças verdadeiras:

1. (.....$x \in C$) ($x < 7$)
2. (.....$x \in D$) ($x + 4 = 4$)
3. (.....$x \in F$) (x é ímpar)
4. (.....$x \in E$) (x é vogal)
5. (.....$x \in A$) (x é número)
6. (.....$x \in B$) (x é par)
7. (.....$x \in C$) ($x < 0$)
8. (.....$x \in D$) ($x + 3 = 3 + x$)
9. (.....$x \in B$) (x é divisível por 2)
10. (.....$x \in A$) (x é vogal)
11. (.....$x \in F$) ($x \geqslant 13$)
12. (.....$x \in E$) (x é consoante)
13. (.....$x \in B$) (x é múltiplo de 3)
14. (.....$x \in A$) ($x \in N$)
15. (.....$x \in D$) ($x \in Z$)
16. (.....$x \in F$) (x é par)
17. (.....$x \in C$) ($x + 3 = 7$)
18. (.....$x \in D$) ($x < 0$)
19. (.....$x \in E$) ($x \in Z$)
20. (.....$x \in F$) (x é múltiplo de 5)
21. (.....$x \in A$) ($x + 2 = 0$)
22. (.....$x \in C$) ($x \in N$)



NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES QUANTIFICADAS

Proposição	Negação
1. Todas as pessoas são elegantes.	1. Existem pessoas que não são elegantes.
2. Toda pessoa foi à Lua.	2. ______________
3. Alguém fala Inglês.	3. ______________
4. ______________	4. ______________
5. ______________	5. ______________
6. $(\forall x \in N)$ (x é primo)	6. $(\exists\ x \in N)$ (x não é primo)
7. $(\exists\ x \in N)\ (x > 0)$	7. ______________
8. ______________	8. ______________
9. ______________	9. ______________

Exercício

Nega as proposições:

a) $\exists\ x \in R\ ,\ 2x = x$

b) $\exists\ x \in R\ ,\ x + 1 = x$

c) $\forall x \in R\ ,\ x + 3 = 10$

d) $\exists\ x \in R$, x é múltiplo de 5

e) $\forall\ x \in R$, x é par

EQUIVALÊNCIA LÓGICA

Duas proposições p e q, dizem-se logicamente equivalentes ou apenas equivalentes, se têm tabelas verdade idênticas.

Indica-se: $p \Leftrightarrow q$

Nota: $\leftrightarrow$ é sinal de operação lógica

$\Leftrightarrow$ é sinal de relação entre duas proposições

Exemplos:

1) $1 + 1 = 2 \Leftrightarrow 2 + 2 = 4$ porque as duas proposições são V

2) $1 + 1 = 5 \Leftrightarrow 2 + 1 = 7$ porque as duas são falsas

3) $1 + 1 = 2 \not\Leftrightarrow 2 + 1 = 7$ porque uma é V e a outra é F

Exercícios:

1. Dá o valor lógico e justifica tua resposta:

a) $a = b \Leftrightarrow a + c = b + c$

b) $3 + 2 = 5 \Leftrightarrow 2 + 3 = 5$

c) 12 é número par $\Leftrightarrow$ 12 é divisível por 5

2. Completa com $\Leftrightarrow$ ou $\not\Leftrightarrow$ de acordo com a tabela verdade:

a) $p \rightarrow q$ ____ $\sim q \rightarrow \sim p$

b) $q \rightarrow p$ ____ $\sim p \rightarrow \sim q$

c) $\sim (p \vee q)$ ____ $\sim p \wedge \sim q$

d) $\sim (p \wedge q)$ ____ $\sim p \vee \sim q$

Pensando ......

Horizontal

1 - " $\longrightarrow$ "

6 - Serve para tranformàr uma sentença aberta em pro posição quantificada

7 - se _____________ se " bicondicional "

8 - Só é verdade quando as duas proposições forem V ou quando as duas forem F

9 - " $\forall$ " lê - se .....

3 - Uma proposição composta com o conetivo " $\vee$ "

Vertical

1 - Usado para formar proposições compostas a partir de proposições simples

2 - Uma proposição composta com o conetivo " e "

4 - $\longrightarrow$

5 - Quantificador cujo símbolo é $\exists$