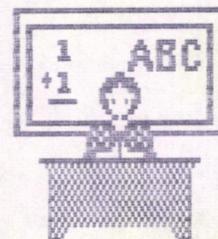


INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
1º GRAU
MATEMÁTICA

RAZÕES E PROPORÇÕES
REGRA DE TRÊS
PORCENTAGEM

NOME:

TURMA:



LISTA 1

1 - Construa a matriz $A = (a_{ij})$ em cada um dos casos:

- a) 2×3 ; onde $a_{ij} = j - 4i$
 b) 3×3 ; onde $a_{ij} = 3i - j + 1$
 c) 4×2 ; onde $a_{ij} = 2$
 d) 5×2 ; onde $a_{ij} = i \cdot j$
 e) 3×3 ; onde $a_{ij} = \begin{cases} 2i + j & \text{se } i = j \\ i - j & \text{se } i \neq j \end{cases}$
 f) 2×4 ; onde $a_{ij} = \begin{cases} 3i & \text{se } i \geq j \\ 5j & \text{se } i < j \end{cases}$
 g) 5×2 ; onde $a_{ij} = \begin{cases} i - j + 6 & \text{se } i = j \\ j - i - 6 & \text{se } i \neq j \end{cases}$
 h) 4×4 ; onde $a_{ij} = \begin{cases} 4i & \text{se } i \leq j \\ 6 & \text{se } i > j \end{cases}$

2 - Considerando a matriz abaixo, determina o valor de:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

- a) $a_{23} + a_{12}$ b) $a_{11} - a_{31} + a_{32}$ c) $4 \cdot a_{33}$

3 - Escreve a matriz oposta da matriz $A = (a_{ij})$, 3×2 definida por $a_{ij} = 2i - 3j$.

4 - Escreve a matriz transposta da matriz $A = (a_{ij})$ quadrada de ordem 3 definida por

$$a_{ij} = \begin{cases} 4i & \text{se } i = j \\ i + j & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

5 - Calcula os elementos da diagonal principal da matriz quadrada de ordem 4 onde $a_{ij} = 4i^2 - 3j + 1$

LISTA 2

1 - Calcula x e y :

$$a) \begin{pmatrix} 3x & 6 \\ 5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 8 & x - 3 \\ 4 & 4y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} x - y & 5 \\ 2 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 2x-4 & 3 \\ 3y+1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} 0 & 5y-x \\ 5 & 3x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} 4x + 2y & 8 \\ 5 & y/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

LISTA 3

1 - Considera as matrizes :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcula o valor de :

- | | |
|-----------------|---------------------|
| a) $A - 2B + C$ | b) $4A + 3B - C$ |
| c) $4B - A - C$ | d) $3B - (3A + 2C)$ |
| e) $5B - 4C$ | f) $-A - B$ |
| g) $2A - 2B$ | h) $A/2 - B$ |

2 - Considera a matriz $A = (a_{ij})$, 2×2 onde $a_{ij} = 2ij$
 e a matriz $B = (b_{ij})$, 2×2 onde $b_{ij} = i - j$. Calcula

- | | |
|--------------|------------------|
| a) $A + B^T$ | b) $3A - B^T$ |
| c) $A + B$ | d) $(3A - 2B)^T$ |

3 - Calcula o valor de x e y nas igualdades:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3x \\ 5 & 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x + 4 & 5 \\ 3 & 2y + 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2x & 6 \\ 4 & 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ 7 & 12 \end{pmatrix}$

LISTA 4

1 - Sabendo que $a = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ e $b = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

calcula o valor de:

a) $3a - 2b$

b) $a^2 - b + ab$

2 - Resolva as equações :

a) $\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ x+1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 5$

b) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

d) $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 3$

3 - Seja $A = (a_{ij})$ onde $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i < j \\ i+j & \text{se } i = j \\ i-j & \text{se } i > j \end{cases}$

calcula $\det A$.

4 - Seja $A = (a_{ij})$, 2×2 onde $a_{ij} = 3i - 3j$. Calcula $\det 2A$

5 - Para que $\det 2A = 36$, o valor de a na matriz abaixo

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$ é

6 - Calcula o valor de $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2a & 3a \\ a^2 & 4a^2 & 9a^2 \end{vmatrix}$

7 - Sendo $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ calcula:

a) $\det (3A + B) =$

b) $\det (A - B)^t$

c) $\det (B - 2A) =$

d) $\det (A + B)^t$

LISTA 5

Classifica e resolve os sistemas:

$$1. \begin{cases} 2x-y+z = -3 \\ 3x-2y+5z = 1 \\ -x+y-2z = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x-y+z = 3 \\ x-2y-z = 0 \\ x+y+2z = -3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x+3y-6z = 2 \\ -2x-y+2z = 1 \\ 3x+2y-4z = -1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x-2y+z = 4 \\ 2x+3y-2z = -7 \\ 5x+y+5z = 9 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x-y+z = 4 \\ x-2y-2z = -1 \\ 2x+y+3z = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x-y+z = 3 \\ x+y+z = 6 \\ x-y+2z = 3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x+y-z = -1 \\ 2x-y+z = 4 \\ x-2y+3z = -3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x+y+z = 1 \\ x+2y+3z = 2 \\ -x+y+3z = 1 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -3x+y-z = 5 \\ -x-2y+z = -3 \\ 2x+y+z = 0 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} -3x+y-2z = 5 \\ -x-2y+z = -3 \\ 2x+y+z = 0 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 6x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y+z = -1 \\ -x+y+z = 1 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x+2y-z = 2 \\ 2x-y+3z = 9 \\ 3x+3y-2z = 3 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x-y+z = 3 \\ x-2y-z = 0 \\ 3x-y+2z = 1 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x+3y+5z = 10 \\ 4x+7y+9z = 12 \\ 6x+11y+13z = 15 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x+y+z = 0 \\ 2x+2y+4z = 0 \\ x+y+3z = 0 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3x-2y+z = 5 \\ x+y-5z = 5 \\ -x+3y+2z = 3 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 6x + 4y = 3 \end{cases}$$

LISTA 6

1. Determina o valor de a e b para que seja INDETERMINADO o sistema:

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 5 \\ 2x + ay + z = 1 \\ 5x - 10y - 7z = b \end{cases}$$

2. Determina o valor de a para que seja IMPOSSIVEL o sistema

$$\begin{cases} 3x + ay = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

3. Determina m , de modo que o sistema seja IMPOSSIVEL:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + my + z = 0 \\ -x + y - z = 4 \end{cases}$$

4. Determina k de modo que o sistema admita uma só solução:

$$\begin{cases} kx + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = 0 \\ x + 2z = 2 \end{cases}$$

5. Determina os valores de m para os quais o sistema tenha apenas uma solução:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 3y + mz = 0 \end{cases}$$

6. Para que valores de a e b é INDETERMINADO o sistema?

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 5 \\ 2x + ay + z = 1 \\ 5x - 10y - 7z = b \end{cases}$$

7. Para que valores de k o sistema admite infinitas soluções

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \end{cases}$$

LISTA 7

1. Calcula a distância entre os pontos :
 - a) $(-3,7)$ e $(5,1)$
 - b) $(0,0)$ e $(7,0)$
 - c) $(2,6)$ e $(7,-6)$
 - d) $(-2,4)$ e $(2,-4)$
 - e) $(-7,6)$ e $(2,3)$
2. Calcula a distância entre o ponto $A(4,-2)$ e a origem .
3. Calcula o perímetro do triângulo cujos vértices são os pontos $A(-1,1)$, $B(3,-2)$ e $C(0,2)$.
4. Calcula o perímetro do triângulo cujos vértices são os pontos $A(1,5)$, $B(-2,1)$ e $C(4,1)$.
5. Determina a natureza dos triângulos cujos vértices são os pontos:
 - a) $A(0,4)$, $B(-2,1)$ e $C(2,1)$
 - b) $M(5,2)$, $N(-3,11)$ e $P(-7,1)$
 - c) $M(2,7)$, $N(5,3)$ e $P(10,8)$
 - d) $A(-1,2)$, $B(4,3)$ e $C(2,0)$

LISTA 8

1. Verifica se os pontos $(-1,3)$, $(3,-2)$, $(0,1)$, $(2,-7)$ pertencem à reta de equação $y = -4x+1$.
2. Determina o valor de a para que o ponto $(a,3)$ pertença à reta de equação $y = 2x-1$.
3. Determina o valor de m para que o ponto $(-2,m)$ pertença à reta $y = -3x+4$.
4. Sem construir a tabela, faça um esboço do gráfico das retas:
a) $y=-2x+3$ b) $y=-x/2$ c) $y=3x-1$ d) $y=4$ e) $y=-2x$
5. Determina os coeficientes angular e linear das retas:
a) $y=-2x+4$ b) $y=-5x+1$ c) $y=-4x$ d) $y=-x/2$ e) $y=3x+1$
6. Escreve a equação da reta que passa pela origem e tem declividade -4 .
7. Escreve a equação da reta que tem declividade 4 e coeficiente linear -2 .
8. Escreve a equação da reta que tem coeficiente linear 3 e forma com o eixo X um ângulo cuja tangente é 6 .
9. Escreve a equação da reta que tem declividade -2 e corta o eixo y no ponto $(0,-4)$.
10. Escreve a equação da reta paralela ao eixo X e que corta o eixo Y no ponto $(0,-5)$. Represente-a no gráfico.
11. Escreve a equação da reta que é paralela ao eixo Y e corta o eixo X no ponto $(0,4)$. Represente-a no gráfico.
12. Escreve a equação geral das retas:
a) $y=2x+4$ b) $y=-2x-5$ c) $y=-6x$ d) $y=x+3$ e) $y=8$
13. Escreve a equação reduzida das retas:
a) $3x+y-7=0$ b) $2x+2y-8=0$ c) $x+3y-5=0$
d) $2x-y+4=0$ e) $3x-2y+4=0$

LISTA 9

1. Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto $(0,5)$ e tem declividade 2.
2. Escreve a equação reduzida da reta que tem coeficiente angular -3 e linear 2.
3. Escreve a equação reduzida da reta que passa pelo ponto $(-2,3)$ e tem declividade -5 .
4. Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto $(-2,-1)$ e tem declividade 3.
5. Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto $(4,-2)$ e tem declividade -2 .
6. Escreve a equação reduzida da reta que tem coef. ang. $1/2$ e passa pelo ponto $(2,-3)$.
7. Escreve a equação geral da reta que pasa por $(4,-2)$ e tem coef. ang. $-4/5$.
8. Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto $(-1,2)$ e tem a mesma declividade que a reta $y=-3x+6$.
9. Escreve a equação reduzida da reta que pasa pelo ponto $(-3,2)$ e tem a mesma declividade que a reta $2y-3=0$.

LISTA 10

- 1 - Escreve a equação geral da reta que tem coeficiente angular 2 e linear -3.
- 2 - Escreve a equação geral da reta que tem declividade -5 e passa pelo ponto (-1,3).
- 3 - Escreve a equação reduzida da reta que tem declividade $\frac{2}{3}$ e coeficiente linear $\frac{1}{2}$.
- 4 - Escreve a equação reduzida da reta que passa pela origem e tem coef. ang. -5.
- 5 - Escreve a equação da reta que passa pelo ponto (-1,0) e tem declividade -4.
- 6 - Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto (2,-3) e forma com o eixo X um ângulo cuja tangente é -6
- 7 - Escreve a equação geral da reta paralela ao eixo X que corta o eixo Y no ponto (0,4).
- 8 - Escreve a equação reduzida da reta que passa pelo ponto (2,-5) e tem coef. ang. $\frac{4}{7}$.
- 9 - Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto (-1,-2) e tem a mesma declividade da reta $y=-4x+1$.
- 10- Escreve a equação da reta que passa pelo ponto (4,-3) e tem a mesma declividade da reta $2x+y-4=0$.
- 11- Escreve a equação geral da reta que tem declividade -5 e passa pelo ponto médio do segmento determinado pelos pontos (-1,4) e (3,-6).
- 12- Escreve a equação geral da reta que tem coeficiente ang. -3 e corta o eixo Y no ponto (0,-5).
- 13- Escreve a equação reduzida da reta que passa na origem e tem a mesma declividade que a reta $3x+2y-5=0$.
- 14- Calcula a declividade das retas que passam pelos pontos a)(-1,3)e(4,-5) b)(0,2)e(-1,4) c)(2,5)e(1,-3)
- 15- Escreve a equação da reta que passa pelos pontos (2,-3) e (4,6) e tem coef. linear -5.
- 16- Escreve a equação geral da reta que passa pelos pontos (2,3) e (0,4).
- 17- Escreve a equação geral da reta que passa pelo ponto (-1,4) e tem declividade -5.

LISTA 11

- 1 - Determina a posição relativa das retas:
 - a) $4x+6y+5=0$ e $2x+3y+5=0$
 - b) $4x-5y+2=0$ e $5x+4y-1=0$
 - c) $3x-y+4=0$ e $2x+y-1=0$
 - d) $y=-4x+1$ e $2x-y+2=0$
 - e) $y=-5x+4$ e $10x-2y+6=0$
 - f) $y=4x+1$ e $x+4y-2=0$
- 2 - Determina o valor de m para que as retas $3x+y-4=0$ seja paralela à reta $y=(2a+1)x -1$.
- 3 - Determina a equação geral da reta que passa pelo ponto $(-1,5)$ e é paralela à reta $2x+y-1=0$.
- 4 - Determina a equação reduzida da reta que passa pelo ponto $(-1,4)$ e é perpendicular à reta $3x + 2y + 5 = 0$.
- 5 - Determina a equação reduzida da reta que passa pela origem e é paralela à reta $y = -3x + 4$.
- 6 - Determina a equação geral da reta que passa pelo ponto $(3,-2)$ e é perpendicular à reta que passa pelos pontos $(-1,4)$ e $(3,-4)$.
- 7 - Determina o ponto de intersecção das retas:
 - a) $y=-2x+5$ e $y=-x+4$
 - b) $4x-2y-10=0$ e $3x+4y-2=0$
 - c) $x-4y-8=0$ e $5x+2y+4=0$
 - d) $y=-6x-5$ e $y=x+9$
- 8 - Mostra que a reta que passa pelos pontos $A(-1,0)$ e $B(1,3)$ é paralela a que passa por $C(2,1)$ e $D(3,5/2)$.
- 9 - Determina o ponto de intersecção da reta $x-4y+8=0$ com a reta determinada pelos pontos $(-3,-2)$ e $(-5,4)$.
- 10- Acha a equação da reta que que passa pelo ponto $(2,0)$ e é paralela à reta $y=2x$.
- 11- Determina a equação geral da reta que passa pela origem e é perpendicular a $2x-3y-15=0$.
- 12- Determina a equação reduzida da reta que passa pelo ponto $(2,3)$ e é perpendicular a $x+3y-4=0$.
- 13- Acha o ponto de intersecção da reta $2x-y+1=0$ com a reta determinada pelos pontos $(2,5)$ e $(3,4)$.
- 14- Acha a equação da reta que passa pela intersecção das retas $x-y=0$ e $x-2y+1=0$ e é paralela à reta $x+y=0$.

LISTA 12

- 1 - Calcula a área de um triângulo retângulo de hipotenusa 10cm e um dos catetos 8cm.
- 2 - Calcula o perímetro de um triângulo retângulo cujos catetos medem 6cm e 8cm.
- 3 - A área de um triângulo equilátero é $24\sqrt{3}$. Calcula seu perímetro.
- 4 - Calcula a área de um triângulo equilátero cuja altura é $6\sqrt{3}$.
- 5 - Calcula a área de um triângulo equilátero cuja altura é 6cm.
- 6 - O perímetro de um triângulo equilátero é 24cm . Calcula sua área.
- 7 - Calcula a área de um quadrado de diagonal $6\sqrt{2}$.
- 8 - Calcula a área de um quadrado de diagonal 10cm.
- 9 - Um quadrado e um retângulo tem a mesma área . Calcula o lado do quadrado sabendo que o retângulo tem 10cm de base e 16cm de altura.
- 10- Calcula a área de um quadrado de apótema 4cm.
- 11- Calcula a altura de um triângulo equilátero de apótema 4
- 12- Calcula o perímetro de um triângulo retângulo sabendo que um cateto vale $\sqrt{6}$ cm e a hipotenusa 10cm.

LISTA 13

- 1 - Calcula a área lateral de um prisma triangular regular de 4cm de aresta da base e 7cm de altura.
- 2 - Calcula a área total de um prisma hexagonal regular cuja altura é 16cm e aresta da base 6cm.
- 3 - Calcula a área total de um prisma triangular sabendo que a aresta da base é 6cm e sua altura mede $5\sqrt{3}$.
- 4 - Sabendo que a área lateral de um prisma hexagonal é 90cm^2 e que sua altura é 5cm, calcula seu volume.
- 5 - Determina a área lateral e total de um prisma quadrangular cuja altura é 15cm e a área da base é 64cm^2 .
- 6 - Calcula a área total de um prisma triangular sabendo que a altura é 10cm e o perímetro da base é 18cm.
- 7 - Num prisma quadrangular a área da base é 100cm^2 . Calcula seu volume sabendo que a altura é o triplo da aresta da base.
- 8 - Num prisma hexagonal a aresta da base mede 5cm e a aresta lateral 12cm. Calcula seu volume.
- 9 - Calcula a área total de um paralelepípedo de dimensões 4cm, 6cm e 2cm.
- 10 - O volume de um paralelepípedo é 180cm^3 . Sabendo que as dimensões da base são 2cm e 6cm, calcula sua altura.
- 11 - O volume de um paralelepípedo é 240cm^3 . Sabendo que duas de suas dimensões são 3cm e 6cm, calcula a área total.
- 12 - Calcula a área total de um cubo de aresta 4cm.
- 13 - Calcula a área total de um cubo cuja área da face é 25cm^2 .
- 14 - Calcula o volume de um cubo de área total 54cm^2 .
- 15 - Calcula a diagonal de um cubo de volume 27cm^3 .



Você observou na história acima que a cada 3 garotas correspondem 2 rapazes.

Imagine que nesta festa estivessem 6 garotas. Quantos rapazes teriam ?

A cada 9 garotas corresponderiam ... rapazes.

Neste caso dizemos que: 3 para 2 ou 6 para 4 ou 9 para 6 é a RAZÃO entre o número de garotas para o número de rapazes.

DEFININDO: Razão de um número a para um número b é o quociente de a por b .

Podemos representar uma razão na forma de fração a/b ou $a:b$.

Lemos : "a para b"

Os números a e b são os termos da razão a/b . Estes termos são chamados:

a --->antecedente

b --->consequente

EXEMPLOS:

1. A razão de 4 para 8 é
2. A razão de 5 para 9 é
3. A razão de 6 para 15 é

VAMOS FAZER EXERCÍCIOS ?

1. Calcula as razões:

- a) de 3 para 5
- b) de 2 para 12
- c) de 4 cm para 16 cm
- d) de 8 m para 24 m
- e) de 12 rapazes para 8 moças
- f) de 150 cruzeiros para 100 cruzeiros
- g) de 4 médicos para 200 habitantes
- h) de 5 professoras para 20 alunos

2. Resolve os problemas:

a) Uma turminha da escola tem 20 jovens, sendo 7 garotas e 13 rapazes. Encontre a razão entre o número de garotas e o total de jovens.

b) Entre 80 mineiros, 40 gostam do Atlético, 30 gostam do Cruzeiro e 10 não gostam de futebol. Encontre a razão entre os que gostam do Cruzeiro para os que gostam do Atlético.

c) Numa prova de Matemática, um aluno acertou 30 questões e errou 20. A razão entre o número de questões certas para o número de questões erradas é

d) Um automóvel percorreu 342 km em 5 horas. Qual foi a velocidade média do automóvel ?

e) O comprimento de uma sala de aula é 6 m. Num desenho este comprimento está representado por 2 cm. Se a largura da sala é de 4 m por quanto seria representada no desenho.

PROPORÇÃO

Proporção é a igualdade entre duas razões.

Exemplos:

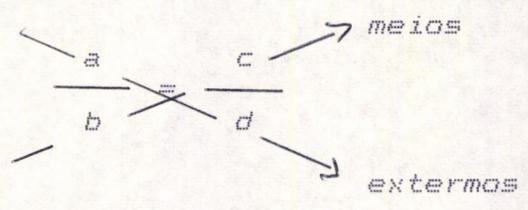
1) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ lemos : 2 está para 3 assim como 4 está para 6

ou $2 : 3 = 4 : 6$

2) $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ lemos :

ou ... : ... = ... : ...

TERMOS DE UMA PROPORÇÃO



PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Exemplos :

1) Verifica se a igualdade é uma proporção:

$$\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$$

2) Usando a propriedade fundamental das proporções, determina o valor do termo desconhecida na igualdade seguinte:

$$\frac{6}{9} = \frac{x}{12}$$

EXERCÍCIOS

1. Usando a propriedade fundamental das proporções completa com = ou \neq :

$$a) \frac{5}{3} = \frac{15}{9}$$

$$b) \frac{3}{4} = \frac{6}{9}$$

$$c) \frac{1}{6} = \frac{6}{36}$$

$$d) \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

$$e) \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$$

$$f) \frac{12}{32} = \frac{1}{3}$$

2. Calcula o valor de x nas igualdades :

$$a) \frac{x}{6} = \frac{16}{12}$$

$$b) \frac{2x}{3} = \frac{10}{5}$$

$$c) \frac{3/4}{1/3} = \frac{1/2}{x}$$

$$d) \frac{5/3}{2x} = \frac{1/3}{2/5}$$

$$e) \frac{2}{0.9} = \frac{0.4}{x}$$

$$f) \frac{1.6}{2.4} = \frac{x}{7.8}$$

$$g) \frac{x}{x-6} = 3$$

$$h) \frac{1}{x-1} = \frac{2}{3}$$

$$i) \frac{x+5}{x+8} = \frac{4}{5}$$

$$j) \frac{2 - 1/3}{x} = \frac{1/2}{21}$$

3. Resolve os problemas usando a propriedade fundamental:

a) Uma vara de 30 cm fincada verticalmente no solo produz, numa determinada hora do dia, uma sombra de 40 cm. Se a vara tivesse 60 cm, qual seria o comprimento de sua sombra, nas mesmas condições ?

b) Uma fotografia tem as seguintes dimensões 3 cm de largura e 4 cm de comprimento. Se ampliarmos esta foto de modo que a medida de seu comprimento passe a ser de 28 cm, quanto medirá sua largura ?

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Quando compramos qualquer coisa gastamos certa importância em dinheiro.

O peso de uma mercadoria e seu custo são grandezas dependentes, pois por exemplo:

Se 1 kg de café custa Cr\$ 5,00, então 2 kg custarão Cr\$ 10,00, 3 kg custarão Cr\$ 15,00 e assim por diante.

Notamos assim que duplicando, triplicando,.... o peso conseqüentemente o custo duplica, triplica,....

Neste caso dizemos que o peso e o custo são grandezas DIRETAMENTE PROPORCIONAIS.

Vamos agora fazer uma tabela da situação acima.

PESO	CUSTO
1 kg	Cr\$ 5,00
2 kg	Cr\$ 10,00
3 kg	Cr\$ 15,00

Considerando as razões entre os números que exprimem as medidas destas grandezas teremos:

$$\frac{1}{2} \text{ e } \frac{5}{10} \quad ; \quad \frac{1}{3} \text{ e } \frac{5}{15} \quad ; \quad \frac{2}{3} \text{ e } \frac{10}{15}$$

Observamos que são iguais duas a duas, ou seja:

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} \quad ; \quad \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad ; \quad \frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

Podemos afirmar que:

I - Duas grandezas são diretamente proporcionais, se ao dobro, triplo, ... de uma corresponde o dobro, triplo, ... da outra.

II - Quando duas grandezas são diretamente proporcionais, a razão de dois valores de uma é igual à razão de dois valores correspondentes de outra.

Exercícios:

1 - 20 minutos de aquecimento elevam a temperatura em um aparelho, a 32 graus, 30 minutos a 48 graus, 60 minutos a 96 graus. Podemos afirmar que o tempo de aquecimento e a temperatura atingida são grandezas proporcionais.

Qual será a temperatura ao final de duas horas ?

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Consideremos um automóvel percorrendo uma estrada que liga a cidade A à cidade B.

Se este automóvel viajar com uma velocidade média de 30 km/h ele leva 12 h para fazer o percurso, se ele andar a 60 km/h levará a metade do tempo (6 h) e se andar a 90 km/h levará 4 h.

Notamos que duplicando a velocidade o automóvel levará a metade do tempo e assim por diante.

Neste caso, dizemos que a velocidade e o tempo são grandezas INVERSAMENTE PROPORCIONAIS.

Esquematizando o esquema acima teremos:

VELOCIDADE	TEMPO
30km/h	12h
60km/h	6h
90km/h	4h

Considerando as razões entre os números que exprimem as medidas destas grandezas teremos:

$$\frac{30}{60} \text{ e } \frac{12}{6} \quad ; \quad \frac{30}{90} \text{ e } \frac{12}{4} \quad ; \quad \frac{60}{90} \text{ e } \frac{6}{4}$$

Vemos que uma razão é igual ao inverso da outra, assim:

$$\frac{30}{60} = \frac{12}{6} \quad ; \quad \frac{30}{90} = \frac{12}{4} \quad ; \quad \frac{60}{90} = \frac{6}{4}$$

Podemos afirmar então que:

I - Duas grandezas são inversamente proporcionais se ao dobro, triplo, ..., de uma corresponde a metade, terça parte, ..., da outra.

II - Quando duas grandezas são inversamente proporcionais, a razão dos valores de uma delas é igual ao inverso da razão dos dois valores correspondentes da outra.

Exemplo: Vinte operários constroem uma casa em seis dias.

Dez operários constroem a mesma casa em doze dias.

Podemos afirmar que o número de operários e o tempo são grandezas proporcionais.

Quantos dias cinco operários levariam para construir a mesma casa?

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Regra de três simples é um processo prático para resolver situações problemas envolvendo duas grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Exemplo 1 :

Se 6 metros de arame custam r. 390,00 ,quanto custarão 10 metros do mesmo arame ?

comprimento	preço
6 m	390,00
10 m	x

Verificamos que aumentando o comprimento do arame, seu preço também aumenta, logo, as duas grandezas são diretamente proporcionais. Então:

$$\frac{6}{10} = \frac{390}{x}$$

Exemplo 2 :

Se 3 torneiras enchem um reservatório em 15 horas, em quanto tempo 5 torneiras encherão o mesmo reservatório ?

Nº de torneiras	tempo
3	15
5	x

Como estas duas grandezas são inversamente proporcionais, pois aumentando o número de torneiras diminui o tempo necessário para encher o reservatório, temos :

$$\frac{5}{3} = \frac{15}{x}$$

Esta maneira de resolver problemas chama-se Regra de Três, pois nele são conhecidos três números.

RESOLVE OS PROBLEMAS

1 - Com 72kg de lã, faz-se uma peça de fazenda de 63m de comprimento. Quantos quilos de lã seriam necessários para fazer 84m da mesma fazenda ?

2 - Para realizar um certo serviço, 6 máquinas gastam 24 dias. Em quantos dias 8 máquinas iguais às primeiras fariam o mesmo serviço ?

3- Uma máquina, trabalhando durante 4 horas, produz 600 peças. Quantas peças iguais serão produzidas por essa máquina se ela trabalhar durante 9 horas ?

4- Um automóvel, com velocidade média de 60km/h, percorre certa distância em 45 minutos. Se a velocidade média fosse de 75km/h, em quantos minutos o automóvel faria o mesmo percurso ?

LISTA DE EXERCÍCIOS

1- Um automóvel gasta 24 litros de gasolina para percorrer 192 km. Para percorrer 120km, quantos litros de gasolina gastará ?

R.15 l

2- Trinta marceneiros fazem 180 caixas de madeira por dia. Se houvesse 20 marceneiros, quantas caixas seriam feitas por dia ?

R.120 caixas

3- Na construção de uma quadra de tênis, 20 pedreiros levam 15 dias. Quanto tempo levariam 30 pedreiros, para construir a mesma quadra ?

R.10 dias

4- Um carro faz um percurso em 4 horas, com velocidade de 60km/h . Se a velocidade fosse de 80km/h, quantas horas levaria para fazer o mesmo percurso ?

R.3 horas

5- Na construção de uma ponte, 24 operários fazem o serviço em 60 dias. Quantos dias levarão 30 operários para fazer a mesma ponte ?

R.48 dias

6- Um operário ganha Cr\$ 130,00 em 10 dias de trabalho. Quanto receberá em 14 dias ?

R. Cr\$182,00

7- Um livro possui 240 páginas; cada página 40 linhas. Se houvesse 30 linhas, qual seria o número de páginas desse livro ?

R.320 páginas

8- Foram empregados 4kg de fio para tecer 14m de fazenda de 0,8m de largura. Quantos quilogramas serão precisos para produzir 350m de fazenda com 1,2m de largura ?

R.150kg

9- Uma certa máquina, funcionando 4 horas por dia, fabrica 12000 pregos durante 6 dias. Quantas horas por dia deveria funcionar essa máquina, para fabricar 20000 pregos em 20 dias ?

R.2h/dia

10- Um ciclista percorre 75km em 2 dias, pedalando 3 horas por dia. Em quantos dias faria uma viagem de 200km, pedalando 4 horas por dia ?

R.4 dias

PORCENTAGEM

Em nossa vida diária é comum convivermos com expressões como:

A - GRANDE LIQUIDACAO COM 30 % DE DESCONTO !

B - EM UMA ESCOLA 42 % DOS ALUNOS DESISTIU DO CURSO.

Vamos agora estudar o significado destas expressões:

A - Quando falamos em uma liquidação com 30% de desconto queremos dizer que se uma mercadoria custa .Cr\$ 100,00 será vendida com um desconto de .Cr\$ 30,00.

B - Quando falamos que 42% dos alunos desistiram estamos afirmando que de cada 100 alunos da escola 42 desistiram.

Completa:

a) 24% de aprovados no concurso

Significa: em cada candidatos, foram aprovados candidatos.

b) 8% das frutas estavam estragadas

Significa: em cada frutas, estavam estragadas frutas.

c) 31% de aumento no preço do alcool

Significa: em cada de alcool pagaremos a mais.

Os termos 24%, 8% e 31% e assim por diante são chamados de razões centesimais, ou seja, são razões cujo conseqüente é 100. Assim :

$$24\% = \frac{24}{100} ; \quad 8\% = \frac{8}{100} ; \quad 31\% = \frac{31}{100}$$

Os problemas que envolvem porcentagem são resolvidos usando Regra de Três Direta.

Exemplo:

O preço de um aparelho é Cr\$ 6500,00. Pagando à vista, há um desconto de 15%. Calcule o desconto.

15% de desconto significa que em um total de Cr\$ 100,00 há um desconto de Cr\$ 15,00.

Queremos saber em um total de Cr\$ 6500,00 qual será o desconto.

Logo, teremos:

EXERCÍCIOS

- 1 - Uma geladeira que custava Cr\$ 1500,00, teve um desconto de 10%. Qual o preço de geladeira ?
- 2 - Uma pessoa ao comprar uma mesa de Cr\$2500,00 obteve um desconto de 12%. Quanto pagou pela mesa ?
- 3 - Numa festa havia 4000 pessoas, das quais 15% eram crianças. Quantos eram os adultos ?
- 4 - Comprei uma bicicleta por Cr\$ 1400,00. Revendi com um lucro de 10%. Qual o preço de venda desta bicicleta ?
- 5 - Numa classe de 40 alunos, 34 foram aprovados. Qual foi a taxa de porcentagem dos aprovados ?
- 6 - Vendi um rádio por Cr\$840,00. Sabendo-se que o preço de custo foi de NCz\$700,00, qual foi a minha porcentagem de lucro ?
- 7 - Um objeto, no mês passado custava Cr\$2700,00. Este mês o mesmo objeto custa Cr\$ 3186,00. Qual foi a taxa de porcentagem de aumento ?
- 8 - 12 % do salário de um empregado equivalem a Cr\$63,60. Qual o total de seus vencimentos ?

- Procurar em revistas, jornais e folhetos trechos que falem sobre porcentagem.
- Selecionar 2 para o trabalho a seguir. Os demais colar em uma folha do caderno.
- Com os dois selecionados, criar um problema para cada um, resolvendo-os em folha para entregar.

VISITA AO SUPERMERCADO

De acordo com os preços registrados nas mercadorias, completa o quadro:

MERCADORIA	PREÇO REAL	DESCONTO	PREÇO A PAGAR
ARROZ (5 Kg)		10%	
AÇÚCAR (5 Kg)		5%	
FARINHA (1 Kg)		8%	
OVOS (1 dúzia)		20%	
AZEITE		40%	
SAL (1 Kg)		25%	
REFRIGERANTE (1 l)		10%	
LEITE CONDENSADO		12%	
NESCAU		15%	
LEITE (1 l)		10%	
CAFÉ (1 Kg)		50%	
FEIJÃO (1 Kg)		60%	
MANTEIGA		20%	
ALCOOL (1 l)		35%	

RAZOES

Razão entre duas grandezas é ..P...
.....

Exemplo:

Dados: altura de uma árvore : 3 metros
comprimento de sua sombra : 4 metros
Indicamos a razão entre a altura da árvore e sua
sombra do seguinte modo:

lemos:.....

Exercícios:

1. Escreve as razões entre os números que correspondem a cada situação:
 - a) são 40 taxis para cada 100 automóveis:
 - b) são 8 vagas para cada 50 candidatos :
2. Num campeonato, em 10 jogos um time ganhou 7 e perdeu 3. Escreve as razões entre:
 - a) o número de jogos e o número de jogos ganhos
 - b) o número de jogos perdidos e o número de jogos
 - c) o número de jogos ganhos e o número de jogos perdidos
3. Observa o retângulo e determina as razões entre:
 - a) a base e a altura do retângulo
 - b) a altura e o perímetro do retângulo
4. De acordo com as figuras, determina a razão entre:
 - a) os perímetros dos quadrados A e B
 - b) as áreas dos quadrados A e B
 - c) os lados dos quadrados A e B
5. Determina a razão entre:
 - a) uma hora e 45 minutos
 - b) uma semana e uma quinzena
 - c) uma quinzena e dois meses

RAZÕES ENTRE GRANDEZAS DE NATUREZA DIFERENTE

A - VELOCIDADE MÉDIA é *razão entre a distância*
e o tempo gasto

$$V_m = \frac{\text{dist}}{\text{tempo}} = \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Exemplo:

Um automóvel percorreu 384 km em 5 horas. Qual foi a velocidade média deste automóvel ?

$$\frac{384}{5} = 76,8 \text{ km/h}$$

Exercícios:

1. Completa o quadro:

Distância Percorrida	Tempo Gasto	Vel. Média
420 km	6 h	$\frac{420 \text{ km}}{6 \text{ h}} = 70 \text{ km/h}$
290 km	4 h	$\frac{290 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 72,5 \text{ km/h}$
450 km	6 h	$\frac{450 \text{ km}}{6 \text{ h}} = 75$
26 km	1/2 h	$\frac{26 \text{ km}}{1/2 \text{ h}} = 52 \text{ km/h}$

2. Dois automóveis partem de um mesmo ponto A e fazem percursos diferentes para chegar ao mesmo ponto B. O primeiro automóvel percorreu 36 km em 20 minutos, enquanto o segundo automóvel percorreu 48 km em 30 minutos. Completa:

- a) a velocidade média do primeiro automóvel foi $\frac{36}{20} = 1,8$
 b) a velocidade média do segundo automóvel foi $\frac{48}{30} = 1,6$
 c) o automóvel mais rápido foi o primeiro

3. A distância entre São Paulo e Brasília é de 1150 km. Um automóvel fez o percurso em 15 horas. Qual foi a velocidade média deste automóvel ? $\frac{1150}{15} = 76,67 \text{ km/h}$

4. Um automóvel percorreu 360 km em 5 horas. Qual foi a velocidade média deste automóvel ? $\frac{360}{5} = 72 \text{ km/h}$

B - ESCALA centímetro por centímetro

Exemplo: No desenho de uma casa, o comprimento da sala, que é de 6 m, está representado por um segmento de 3 cm. Qual foi a escala utilizada para o desenho ?

comprimento do desenho : 3 cm
comprimento real : 6 m = 600 cm

escala :

m/cm

Exercícios:

1. Completa o quadro:

Comp. do desenho	Comp. real	Escala
20 cm	10 m = 1000 cm	1/50
4 cm	4 m = 400 cm	1/100
40 cm	8 m = 800 cm	1/200

2. A distância entre São Paulo e Rio de Janeiro é de 400 km aproximadamente. Num mapa, esta distância corresponde a 10 cm. Qual foi a escala utilizada ?

3. Qual é a escala de um desenho em que o comprimento de 3 m está representado por um comprimento de 5 cm ?

4. A largura de um automóvel é de 2 m. Uma miniatura desse automóvel foi construída de modo que esta largura fosse representada por 5 cm. Qual foi a escala usada para construir a miniatura ?

3m / 5cm

2m / 5cm = 0,4 m/cm

EXERCÍCIOS

1 . Usando a propriedade fundamental das proporções completa com = ou = :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \frac{5}{3} = \frac{15}{9} & \text{b)} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{9} & \text{c)} \quad \frac{1}{6} = \frac{6}{36} \\ \text{d)} \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20} & \text{e)} \quad \frac{7}{10} = \frac{21}{30} & \text{f)} \quad \frac{12}{32} = \frac{1}{3} \end{array}$$

2 . Calcula o valor de x nas igualdades :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \frac{x}{6} = \frac{16}{12} & \text{b)} \quad \frac{2x}{3} = \frac{10}{5} \\ \text{c)} \quad \frac{3/4}{1/3} = \frac{1/2}{x} & \text{d)} \quad \frac{5/3}{2x} = \frac{1/3}{2/5} \\ \text{e)} \quad \frac{2}{0.9} = \frac{0.4}{x} & \text{f)} \quad \frac{1.6}{2.4} = \frac{x}{7.8} \\ \text{g)} \quad \frac{x}{x-6} = 3 & \text{h)} \quad \frac{1}{x-1} = \frac{2}{3} \\ \text{i)} \quad \frac{x+5}{x+8} = \frac{4}{5} & \text{j)} \quad \frac{2 - 1/3}{x} = \frac{1/2}{21} \end{array}$$

3 . Resolve os problemas usando a propriedade fundamental:

a) Uma vara de 30 cm fincada verticalmente no solo produz, numa determinada hora do dia, uma sombra de 40 cm. Se a vara tivesse 60 cm, qual seria o comprimento de sua sombra, nas mesmas condições ?

b) Uma fotografia tem as seguintes dimensões 3 cm de largura e 4 cm de comprimento. Se ampliarmos esta foto de modo que a medida de seu comprimento passe a ser de 28 cm, quanto medirá sua largura ?

OUTRAS PROPRIEDADES DAS PROPORCOES

I - "Em toda proporção, a soma (ou diferença) dos dois primeiros termos está para o primeiro termo (ou 2o) ASSIM COMO a soma (ou diferença) dos dois últimos termos está para o terceiro (ou 4o) termo."

$$\text{Assim : } \begin{array}{ccc} 5 & = & 10 \\ 4 & & 8 \end{array} \quad \text{pode ser escrita:}$$

Exemplos:

1) Determina x e y na proporção $\begin{array}{ccc} x & = & 3 \\ y & = & 4 \end{array}$ sabendo que $x+y = 28$.

2) A razão entre dois números é 5 para 2 e a diferença entre eles é 60. Determina estes números.

II - "Em toda proporção a soma (ou diferença) dos antecedentes está para a soma (ou diferença) dos consequentes ASSIM COMO cada antecedente está para o seu consequente."

$$\text{Assim : } \begin{array}{ccc} 9 & = & 3 \\ 6 & = & 2 \end{array} \quad \text{pode ser escrita :}$$

Exemplos:

1) Sabendo-se que $\begin{array}{ccc} x & = & y \\ 3 & = & 2 \end{array}$ e $x + y = 30$, determina x e y.

2) A soma de dois números é 120. O maior deles está para 5 assim como o menor está para 3. Determina estes números.

EXERCÍCIOS

RESOLVE OS PROBLEMAS :

- 1 - A soma dos perímetros de dois quadrados é 52 m. Determina esses perímetros, sabendo que a razão entre eles é $3/10$.
- 2 - A razão entre dois números é de 12 para 5. Determina estes números sabendo que a diferença entre eles é 35.
- 3 - Considera dois quadrados cujos perímetros estão na razão $9/5$. Sabendo que a diferença entre estes perímetros é 16 m, quanto medem os lados destes quadrados ?
- 4 - Determina dois números, sabendo que o primeiro está para 7, assim como o segundo está para 9 e que a soma deles é 80.
- 5 - Decompõe o número 32 em duas parcelas, x e y, tal que $x/3 = y/5$.
- 6 - A quantia de Cr\$ 55000,00 foi repartida entre duas pessoas. Sabendo que as partes que couberam a cada uma estão na razão de 4 para 7, descobre quanto recebeu cada pessoa.
- 7 - Uma peça de tecido medindo 98 m será dividida em duas partes x e y. Quanto medirá cada uma das partes, sabendo que $x/3 = y/4$.
- 8 - A soma entre dois números é 84, e a razão entre eles é $3/4$. Quais são estes números ?
- 9 - Um terreno, cuja área é 110 m^2 foi repartido em duas partes, na razão de $7/15$. Qual a área de cada parte ?
- 10 - Um pai repartiu Cr\$ 500,00 entre seus dois filhos. Quanto recebeu cada filho, sabendo que as partes recebidas estão entre si como $10/15$?
- 11 - Acha a fração equivalente a $5/14$ cuja soma de seus termos é 152.
- 12 - Numa partida de basquete entre as equipes A e B, o número de pontos feitos pela equipe A está para o número de pontos feitos pela equipe B assim como 4 está para 3. Descobre o resultado desta partida, sabendo que o total de pontos é 210.

R E S P O S T A S

- | | | |
|---------------|--------------|---------------------|
| 1- 12m e 40m | 2- 60 e 25 | 3- 20 e 36 |
| 4- 35 e 45 | 5- 12 e 20 | 6- 20000 e
35000 |
| 7- 42m e 56m | 8- 36 e 48 | 9- 35m e 75m |
| 10- 200 e 300 | 11- $40/112$ | 12- 120 e 90 |

NUMEROS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Sejam as sucessões

(2, 3, 5, 6, 10) e (6, 9, 15, 18, 30)

Determinando as razões entre os elementos correspondentes:

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 3 & 5 & 10 & 1 & \\ = & = & = & = & = & \\ 6 & 9 & 15 & 30 & 3 & \end{array}$$

São iguais as razões, neste caso dizemos que os elementos da primeira sucessão são diretamente proporcionais aos elementos da segunda sucessão.

O número 1/3 é chamado de fator de proporcionalidade.

Exemplo: a) Verifica se os elementos das sucessões abaixo são diretamente proporcionais:

(2, 5, 12) e (4, 10, 24)

b) Os elementos das sucessões (4, x, 10) e (y, 14, 20) são diretamente proporcionais. Determina x e y.

398
- 4

358
+ 30

388

Exercícios:

1 - Verifica se os elementos das sucessões são diretamente proporcionais:

- a) (2,5,8) e (8,20,32)
- b) (4,7,10) e (8,14,25)
- c) (3,4,5,6) e (6,8,10,12)
- d) (5,3,2,6) e (10,6,8,18)
- e) (10,15,25,35) e (2,3,5,7)

2 - Determina x e y de modo que os elementos das sucessões sejam diretamente proporcionais:

- a) (2,3,x) e (6,y,15)
- b) (2,x,y) e (6,15,18)
- c) (4,5,3) e (x,y,21)
- d) (1,x,6) e (9,45,y)
- e) (16,x,24) e (y,160,192)

DIVISÃO DE UM NÚMERO EM PARTES DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Vamos dividir o número 180 em partes diretamente proporcionais aos números 4, 2 e 3.

Representamos os números procurados por x, y e z.

(x, y, z) e (4, 2, 3) devem ser diretamente proporcionais, então:

$$\begin{array}{ccccccc} x & & y & & z & & x+y+z & & x \\ & = & & = & & & & = & \\ 4 & & 2 & & 3 & & 4+2+3 & & 4 \end{array}$$

Os números procurados são 80, 40 e 60.

Resolva os problemas:

1 - Divida o número 200 em partes diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 5.

2 - Divida 96 bolinhas entre 3 crianças de modo que suas quantidades sejam diretamente proporcionais a 3, 5 e 8.

3 - Três pessoas A, B e C formam uma sociedade estabelecendo que, ao fim de um ano, o lucro será dividido em partes diretamente proporcionais às quantias aplicadas. Sabendo que o sócio A aplicou Cr\$1500,00, o sócio B Cr\$ 1700,00 e o sócio C Cr\$ 1800,00 e que o lucro foi de Cr\$20000,00, quanto receberá cada um ao final do ano?

4 - Ana, Paulo e Mário têm respectivamente 5, 7 e 8 anos de idade. Se desejarmos repartir Cr\$500,00 entre eles, em partes diretamente proporcionais às suas idades, quanto receberá cada um?

5 - João e Pedro são vendedores de uma firma e receberam comissão em partes diretamente proporcionais às quantidades de vendas efetuadas por cada um deles. Se João efetuou 160 vendas e Pedro 60, quanto receberá cada vendedor se a comissão total foi de Cr\$3300,00?

NUMEROS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Consideremos as seguintes sucessões numéricas :

(20 , 40 , 60) e (6 , 3 , 2)

Podemos observar que :

$$20 \cdot 6 = 40 \cdot 3 = 60 \cdot 2 = 120 \quad \text{ou}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 20 & & 40 & & 60 & & \\ & = & & = & & = & 120 \\ 1/6 & & 1/3 & & 1/2 & & \end{array}$$

Como os termos da primeira sucessão são diretamente proporcionais aos inversos dos termos da segunda sucessão, dizemos que estas sucessões são INVERSAMENTE PROPORCIONAIS.

O número 120 é chamado de coeficiente de proporcionalidade.

Exercícios:

1 - Assinala as sucessões inversamente proporcionais:

- a) (36,18,12,9,6) e (1,2,3,4,6)
- b) (6,5,4,3) e (3,4,5,6)
- c) (40,20,10,80) e (2,4,8,1)

2 - Escreve uma sucessão de números inversamente proporcionais à sucessão (3,4,6) cujo coeficiente de proporcionalidade seja 48.

3 - Sabendo que as sucessões são inversamente proporcionais determina os termos que estão faltando:

(60,30,20,....,5,....) e (5,....,....,30,....,300)

4 - Escreve em cada item, a sucessão de números inversamente proporcionais a:

- a) (2,3,4,6,9), sabendo que o 1o elemento é 18.
- b) (1,2,4,5), sabendo que o 1o elemento é 200.
- c) (1/2,1/3,1/4,1/5), sabendo que o 1o elemento é 1.
- d) (0.1,0.01,0.001), sabendo que o 1o elemento é 1.

DIVISAO EM PARTES INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

A mãe de três crianças de 2, 3 e 4 anos de idade, respectivamente compra semanalmente 39 balas para distribuir entre seus filhos, de modo que quanto maior for a idade da criança menor o número de balas que esta criança recebe. Isso quer dizer que 39 deve ser repartido em partes inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 4.

Vamos considerar :

x balas para a criança de 2 anos.

y balas para a criança de 3 anos.

z balas para a criança de 4 anos.

(x, y, z) é inver. prop. à $(2, 3, 4)$, isto é,

(x, y, z) é dir. prop. à $(1/2, 1/3, 1/4)$

Exercícios:

- 1 - Divide 33 em partes invers. prop. a 1, 2 e 3.
- 2 - Divide 52 em partes invers. prop. a 2, 3 e 4.
- 3 - Divide 217 em partes invers. prop. a 3, 2 e 5.
- 4 - Divide 284 em partes invers. prop. a 3, 5 e 7.
- 5 - Divide 60 em partes invers. prop. a $1/2$, $1/3$ e $1/5$.
- 6 - Dividiu-se um número em partes inversamente proporcionais a $1/2$, $1/3$ e $1/5$. Sabendo que a primeira parte é 90, quais são as outras partes e qual é o número ?

REFORCANDO ...

1 - Dois amigos jogaram na loteria e ganharam Cr\$ 60000,00. Como o primeiro entrou com Cr\$12,00 e o segundo com Cr\$ 18,00 ,combinaram que o prêmio seria dividido em partes diretamente proporcionais a estas quantias.Quanto coube a cada um ?

2 - Duas pessoas devem dividir Cr\$ 1800,00 em quantias que sejam inversamente proporcionais ao número de erros que cada um cometeu durante uma prova.Se o primeiro cometeu 4 erros e o segundo 2 erros,quanto coube a cada um ?

3 - A importância de Cr\$ 78000,00 será dividida entre os 3 primeiros colocados de um concurso,em partes diretamente proporcionais aos pontos conseguidos por eles:50,43 e 37 respectivamente.Qual a importância que receberá cada um ?

4 - Três pessoas A,B e C formam uma sociedade comercial e combinam que o lucro da firma ,no final do ano,será dividido em partes diretamente proporcionais às quantias que cada um deu para a formação da sociedade.O sócio A empregou Cr\$ 150000,00 ,o sócio B, Cr\$ 100000,00 e o sócio C Cr\$ 80000,00 .Sabendo que o lucro foi de Cr\$ 660000,00,calcula a parte de cada um no lucro obtido.

5 - Um pai oferece a quantia de Cr\$ 21000,00 para dividir entre seus dois filhos em partes inversamente proporcionais ao número de faltas que cada um tiver na escola durante um mês.Um filho teve 6 faltas e o outro 8 faltas.Quanto receberá cada um ?

6 - Um reservatório de 2520 litros de capacidade foi completamente cheio por três torneiras que despejaram por minuto 12 litros,18 litros e 16 litros de água,respectivamente determina o volume de água que o reservatório recebeu de cada torneira .

7 - O prejuízo de Cr\$ 150000,00 foi dividido entre três sócios sendo que A ficou na sociedade três meses,B 9 meses e C um ano.Qual foi o prejuízo de cada um ?

8 - Três municípios construíram uma ponte cuja despesa foi dividida entre os três na razão inversa das distâncias.O primeiro dista da ponte 4 km ,o segundo dista 8 km e o terceiro 10 km.Ocusto da construção foi de Cr\$950000,00 Quanto pagou cada município ?

EXERCÍCIOS

Resolva os problemas:

- 1- A soma dos perímetros de dois quadrados é 52m. Determina esses perímetros, sabendo que a razão entre eles é $3/10$.
- 2- A razão entre dois números é de 12 para 5. Determina estes números sabendo que a diferença entre eles é 35.
- 3- Considera dois quadrados cujos perímetros estão na razão $9/5$. Sabendo que a diferença entre estes perímetros é 16m, quanto medem os lados destes quadrados?
- 4- Determina dois números, sabendo que o primeiro está para 7, assim como o segundo está para 9 e que a soma deles é 80.
- 5- Decompe o número 32 em duas parcelas, x e y , tal que $x/3 = y/5$.
- 6- A quantia de Cr\$ 55.000,00 foi repartida entre duas pessoas. Sabendo que as partes que couberam a cada uma estão na razão de 4 para 7, descubra quanto recebeu cada pessoa.
- 7- Uma peça de tecido medindo 98m será dividida em duas partes x e y . Quanto medirá cada uma das partes, sabendo que $x/3 = y/4$.
- 8- A soma entre dois números é 84, e a razão entre eles é $3/4$. Quais são estes números?
- 9- Um terreno, cuja área é $110m^2$ foi repartido em duas partes, na razão de $7/15$. Qual a área de cada parte?
- 10- Um pai repartiu Cr\$ 500,00 entre seus dois filhos. Quanto recebeu cada filho, sabendo que as partes recebidas estão entre si como $10/15$?
- 11- Acha a fração equivalente a $5/14$ cuja soma de seus termos é 152.

12-Numa partida de basquete entre as equipes A e B, o número de pontos feitos pela equipe A está para o número de pontos feitas pela equipe B assim como 4 está para 3. Descubra o resultado desta partida, sabendo que o total de pontos é 210.

RESPOSTAS

1- 12m e 40m	2- 60 e 25	3- 20 e 36	4- 35 e 45
5- 12 e 20	6- 20000 e	7- 42m e 56m	8- 36 e 48
9- 35m e 75m	35000	10- 200 e 300	11- 40/112
12- 120 e 90			

REGRA DE TRES SIMPLES

Regra de três simples é um processo prático para resolver situações problemas envolvendo duas grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Exemplo 1 :

Se 6 metros de arame custam Cr\$ 390,00 ,quanto custarão 10 metros do mesmo arame ?

comprimento	preço
6 m	390,00
10 m	x

Verificamos que aumentando o comprimento do arame, seu preço também aumenta, logo, as duas grandezas são diretamente proporcionais. Então:

$$\frac{6}{10} = \frac{390}{x}$$

Exemplo 2 :

Se 3 torneiras enchem um reservatório em 15 horas, em quanto tempo 5 torneiras encherão o mesmo reservatório ?

No de torneiras	tempo
3	15
5	x

Como estas duas grandezas são inversamente proporcionais, pois aumentando o número de torneiras diminui o tempo necessário para encher o reservatório, temos :

$$\frac{5}{3} = \frac{15}{x}$$

RESOLVE OS PROBLEMAS

1 - Com 72kg de lã, faz-se uma peça de fazenda de 63m de comprimento. Quantos quilos de lã seriam necessários para fazer 84m da mesma fazenda ?

2 - Para realizar um certo serviço, 6 máquinas gastam 24 dias. Em quantos dias 8 máquinas iguais às primeiras fariam o mesmo serviço ?

3- Uma máquina, trabalhando durante 4 horas, produz 600 peças. Quantas peças iguais serão produzidas por essa máquina se ela trabalhar durante 9 horas ?

4- Um automóvel, com velocidade média de 60km/h, percorre certa distância em 45 minutos. Se a velocidade média fosse de 75km/h, em quantos minutos o automóvel faria o mesmo percurso ?

LISTA DE EXERCÍCIOS

1- Um automóvel gasta 24 litros de gasolina para percorrer 192 km. Para percorrer 120km, quantos litros de gasolina gastará ?

R.15 l

2- Trinta marceneiros fazem 180 caixas de madeira por dia. Se houvesse 20 marceneiros, quantas caixas seriam feitas por dia ?

R.120 caixas

3- Na construção de uma quadra de tênis, 20 pedreiros levam 15 dias. Quanto tempo levariam 30 pedreiros, para construir a mesma quadra ?

R.10 dias

4- Um carro faz um percurso em 4 horas, com velocidade de 60km/h . Se a velocidade fosse de 80km/h, quantas horas levaria para fazer o mesmo percurso ?

R.3 horas

5- Na construção de uma ponte, 24 operários fazem o serviço em 60 dias. Quantos dias levarão 30 operários para fazer a mesma ponte ?

R.48 dias

6- Um operário ganha Cr\$ 130,00 em 10 dias de trabalho. Quanto receberá em 14 dias ?

R. Cr\$182,00

7- Um livro possui 240 páginas; cada página 40 linhas. Se houvesse 30 linhas, qual seria o número de páginas desse livro ?

R.320 páginas

REFORCANDO ...

1 - Com 5 kg de farinha de trigo são fabricados 200 pães. Quantos pães iguais aos primeiros serão fabricados com 8 kg de farinha de trigo ?

2 - Uma torneira despeja 40 litros de água em 8 minutos. Quanto tempo levará para encher totalmente um recipiente de 600 litros ?

3 - Numa marcenaria, 10 operários produzem certo número peças em 8 dias. Quantos operários seriam necessários para produzir o mesmo número de peças em 5 dias ?

4 - No transporte de cimento para a construção de um edifício foram utilizados 12 caminhões de 6 m cada um. Quantos caminhões de 9 m cada um seriam necessários para fazer o mesmo transporte ?

5 - Para fazer um pastelão utiliza-se 20 g de fermento para cada quilo de farinha. Para fazer um pastelão com um quilo e meio de farinha, quanto fermento será preciso ?

6 - Uma certa quantidade de arroz dá para alimentar 104 pessoas durante 40 dias. Quanto tempo a mesma quantidade de arroz sustentaria 65 pessoas ?

7 - Uma vara que mede 5 m, colocada em posição vertical, projeta uma sombra no chão de 3,5 m. Calcula a altura de um edifício que, na mesma hora e no mesmo local, projeta uma sombra de 12,6 metros .

8 - Pra escrever um texto, usando 54 letras por linha, foram necessárias 15 linhas. Quantas linhas serão necessárias para 30 letras por linha ?

9 - Felioe datilografa 80 palavras em dois minutos. Mantendo o mesmo ritmo, quantas palavras datilografará em uma hora ?

10 - A água do mar contém 2,5 g de sal para cada 100 g de água salgada. Quanto sal tiraremos de 2,5 kg de água salgada ?

REGRA DE TRES COMPOSTA

Vamos estudar agora problemas que envolvem mais de duas grandezas.

Por exemplo:

1 - Dois operários produzem em 5 dias 320 peças de um certo produto. Quantas peças desse produto produzirão 5 operários em 8 dias ?

Este problema envolve três grandezas: No de operários
Tempo
No de peças

Vamos montar o dispositivo prático :

OPERARIOS	DIAS	PECAS
2	5	320
5	8	X

Para determinarmos se estas grandezas são direta ou inversamente proporcionais vamos compara-las duas a duas, uma das quais deve ser sempre a que possui a incógnita e a terceira deve ser ignorada. Assim,

OPERARIOS	PECAS
2	320
5	X

São grandezas ----- proporcionais

DIAS	PECAS
5	320
8	X

São grandezas ----- proporcionais

Formando as razões correspondentes temos:

$$\frac{320}{x} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}$$

Como o número de peças é proporcional ao número de dias e ao número de operários então é proporcional ao produto dos dois :

$$\frac{320}{x} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}$$

2 - Oito pedreiros constroem, em 6 dias, um muro com 40 metros de comprimento. Se este muro tivesse 70 metros de comprimento quantos pedreiros seriam necessários para construí-lo em 14 dias ?

PEDREIROS	DIAS	COMPRIMENTO
8	6	40
X	14	70

Comparando cada grandeza com a que possui o termo desconhecido podemos concluir que:

O número de pedreiros e o número de dias são grandezas _____ proporcionais.

O número de pedreiros e o comprimento são grandezas _____ proporcionais.

Formando as razões temos :

$$\frac{8}{x} ; \frac{14}{6} ; \frac{40}{70}$$

Logo :

$$\frac{8}{x} = \frac{14}{6} \cdot \frac{40}{70}$$

EXEMPLOS:

1 - Num acampamento de 50 escoteiros existe 90 kg de alimento para 18 dias. Antes de acamparem chegaram mais 10 escoteiros trazendo mais 60 kg de alimentos. Quantos dias poderão os 60 escoteiros permanecerem acampados ?

2 - Trabalhando 9 horas diárias, 72 operários fizeram um serviço em 10 dias. Quantas horas diárias seriam necessárias para que 81 operários efetuassem o mesmo trabalho em 20 dias ?

3 - Foram empregados 4kg de fio para tecer 14m de fazenda de 0,8m de largura. Quantos quilogramas serão precisos para produzir 350m de fazenda com 1,2m de largura ?
R. 150kg

4 - Uma certa máquina, funcionando 4 horas por dia, fabrica 12000 pregos durante 6 dias. Quantas horas por dia deveria funcionar essa máquina, para fabricar 20000 pregos em 20 dias ?
R: 2h/dia

EXERCITANDO

- 1 - Quatro máquinas produzem 32 peças de madeira em 8 dias. Quantas peças iguais às primeiras serão produzidas por 10 máquinas, em 6 dias ?
- 2 - Seis datilógrafos preparam 720 páginas em 18 dias. Em quantos dias, 8 datilógrafos, de mesma capacidade dos primeiros prepararão 800 páginas ?
- 3 - Num haras, são consumidos 210 kg de alfafa na alimentação de 3 cavalos durante 7 dias. Para alimentar 8 cavalos durante 10 dias, quantos quilos de alfafa são necessários ?
- 4 - A alimentação de 12 animais, durante 8 dias, custa Cr\$ 16000,00. Qual será o custo da alimentação de 15 animais durante 5 dias ?
- 5 - Um automóvel com velocidade de 60 km/h rodando 5 horas por dia, faz certo percurso em 12 dias. Se a sua velocidade fosse de 75 km/h e se rodasse 6 horas por dia, em quantos dias ele teria feito o mesmo percurso ?
- 6 - Para abrir um poço de 3 metros de comprimento por 2 metros de largura e 10 metros de profundidade, um trabalhador leva 5 dias. Quantos dias levará para abrir um poço de 4 metros de comprimento, 3 de largura e 8 metros de profundidade ?
- 7 - Dito funcionários ganham Cr\$ 12000,00 para executarem a microfilmagem de 800 documentos em 3 dias. Quanto ganharão 6 funcionários para executar a microfilmagem de 1200 documentos em 4 dias ?
- 8 - Um taxi-lotação faz 20 viagens diárias para transportar 125 passageiros. Quantos taxis-lotação serão necessários para transportar em 25 viagens, 200 passageiros ?
- 9 - Um banco necessita de 50 funcionários para atender 450 clientes em 9 horas de expediente. Quantos funcionários necessitará para atender 780 clientes em 6 horas de trabalho
- 10 - Um ciclista percorre 75 km em 2 dias pedalando 3 horas por dia. Em quantos dias fará uma viagem de 200 km, pedalando 4 horas por dia ?
- 11 - Para produzir 2080 kg livros de 360 páginas, uma editora consome 240 kg de papel. Quantos livros de 320 páginas é possível fazer com 720 kg de papel ?

RESPOSTAS:

- | | | | |
|-------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 1) 60 peças | 3) 800 kg | 5) 8 dias | 8) 2 taxis |
| 2) 15 dias | 4) Cr\$12500,00 | 6) 8 m | 9) 130 func. |
| | | 7) Cr\$18000,00 | 10) 4 dias |

RESOLVE OS SEGUINTE PROBLEMAS ENVOLEND
REGRA DE TRES SIMPLES E COMPOSTA

1 - Para fazer uma massa de reboque,precisa-se misturar 3 latas de areia com 18 kg de cimento.Quantos quilos de cimento precisa-se para fazer uma massa de reboque,do mesmo tipo,com 5 latas de areia ?

2 - Nove operários constroem uma galeria em 5 dias.Em quantos dias 15 operários constroem a mesma galeria ?

3 - Três empregados de uma fazenda colhem,em 6 dias de serviço 1260 kg de grão de café.Quantos quilos 5 empregados podem colher,nas mesmas condições,em 9 dias de serviço ?

4 - Uma fábrica com 12 máquinas,em 7 dias,consegue fazer 4200 brinquedos.Se forem utilizadas 16 máquinas,de mesma capacidade,quantos dias serão necessários,para produzir 4800 brinquedos ?

5 - Cinco operários demoram 9 horas para transportar 2100 tijolos por uma distância de 500 metros.Quantos tijolos,nas mesmas condições,6 operários transportarão por uma distância de 800 metros em 5 horas ?

CONFERE !

1) 30

2) 3

3) 3150

4) 6

5) 875

PORCENTAGEM

Em nossa vida diária é comum convivermos com expressões como:

- A - GRANDE LIQUIDACAO COM 30 % DE DESCONTO !
 B - EM UMA ESCOLA 42 % DOS ALUNOS DESISTIU DO CURSO.

Vamos agora estudar o significado destas expressões:

A - Quando falamos em uma liquidação com 30% de desconto queremos dizer que se uma mercadoria custa Cr\$ 100,00 será vendida com um desconto de Cr\$ 30,00.

B - Quando falamos que 42% dos alunos desistiram estamos afirmando que de cada 100 alunos da escola 42 desistiram.

Completa:

- a) 24% de aprovados no concurso
 Significa: em cada candidatos, foram aprovados candidatos.
- b) 8% das frutas estavam estragadas
 Significa: em cada frutas, estavam estragadas frutas.
- c) 31% de aumento no preço do alcool
 Significa: em cada de alcool pagaremos a mais.

Os termos 24%, 8% e 31% e assim por diante são chamados de razões centesimais, ou seja, são razões cujo conseqüente é 100. Assim:

$$24\% = \frac{24}{100} ; \quad 8\% = \frac{8}{100} ; \quad 31\% = \frac{31}{100}$$

Os problemas que envolvem porcentagem são resolvidos usando Regra de Três Direta.

Exemplo:

1 - O preço de um aparelho é Cr\$ 6500,00. Pagando à vista, há um desconto de 15%. Calcula o desconto.

15% de desconto significa que em um total de Cr\$ 100,00 há um desconto de Cr\$ 15,00.

Queremos saber em um total de NCz\$ 6500,00 qual será o desconto.

Logo, teremos:

TOTAL	DESCONTO
100	15
6500	X

EXERCÍCIOS

- 1 - Uma geladeira que custava Cr\$ 1500,00, teve um desconto de 10%. Qual o preço de geladeira ?
- 2 - Uma pessoa ao comprar uma mesa de Cr\$2500,00 obteve um desconto de 12%. Quanto pagou pela mesa ?
- 3 - Nessa festa havia 4000 pessoas, das quais 15% eram crianças. Quantos eram os adultos ?
- 4 - Comprei uma bicicleta por Cr\$ 1400,00. Revendi com um lucro de 10%. Qual o preço de venda desta bicicleta ?
- 5 - Nessa classe de 40 alunos, 34 foram aprovados. Qual foi a taxa de porcentagem dos aprovados ?
- 6 - Vendi um rádio por Cr\$840,00. Sabendo-se que o preço de custo foi de NCz\$700,00, qual foi a minha porcentagem de lucro ?
- 7 - Um objeto, no mês passado custava Cr\$2700,00. Este mês o mesmo objeto custa Cr\$ 3186,00. Qual foi a taxa de porcentagem de aumento ?
- 8 - 12 % do salário de um empregado equivalem a Cr\$63,60. Qual o total de seus vencimentos ?

EXERCÍCIOS

- 1 - Um colégio possui 3200 alunos que votam para o Grêmio de alunos. Na última eleição, a chapa A obteve 55 % dos votos. Quantos votos obteve a chapa A ?
- 2 - Numa cidade, há 50000 habitantes dos quais 18 % tem mais de 40 anos. Quantos habitantes desta cidade tem mais de 40 anos ?
- 3 - Em fins de 1988 o Brasil tinha, aproximadamente, 9000000 de veículos. Deste total 40 % eram registrados em São Paulo. Quantos veículos eram registrados em S. Paulo ?
- 4 - O preço de capa de um livro é Cr\$400,00. Este livro é vendido para o livreiro com 30 % de desconto. Qual é o preço que o livreiro paga para a editora ?
- 5 - Um vendedor recebe 3 % de comissão sobre o total de vendas que realiza por mes. Sabendo-se que vendeu Cr\$ 500000,00 , qual a quantia que recebeu como comissão ?
- 6 - Na saída de um cinema ,250 pessoas foram consultadas para dar sua opinião sobre o filme. Verificou-se que 32 % destas pessoas não gostaram do filme. Quantas destas pessoas não gostaram do filme ?
- 7 - Comprei um aparelho de som por Cr\$12000,00 e o revendi com um lucro de 30 %. Por quanto revendi o aparelho ?
- 8 - O preço de uma televisão é Cr\$ 4200,00. Se eu conseguir um desconto de 10 %, quanto pagarei por ela ?
- 9 - Uma indústria reajusta os salários de seus empregados em 40,2 %. Qual passa a ser o salário de uma pessoa que recebia Cr\$ 25000,00 ?
- 10 - Uma fábrica programa seu crescimento anual na sua produção de 10 % em relação ao ano anterior. Se, em 1987, produzia 2000 peças por dia, qual foi sua produção em 1988 ?

RESPOSTAS

1- 1760	2- 9000	3- 3600000	4- 280	5- 15000
6- 80	7- 15600	8- 3780	9- 35050	10- 2662

REFORCANDO

- 1 - Calcule:

a) 5 % de 1200	c) 12,5 % de 42000
b) 35 % de 6000	d) 3,2 % de 6000
- 2 - Numa pesquisa sobre leitura de jornais, foram entrevistadas 450 pessoas. Verificou-se que 32 % dessas pessoas tinham preferência pelo jornal X. Quantas pessoas, entre as entrevistadas preferem o jornal X ?
- 3 - O preço de um apartamento é Cr\$65000,00. O comprador conseguiu um desconto de 12 % pagando à vista. Quanto ele pagou pelo apartamento ?
- 4 - Cr\$ 200,00 que porcentagem representa de Cr\$ 4000,00 ?
- 5 - Cr\$ 720,00 representa 8 % de uma quantia X. Qual o valor de X ?
- 6 - Na compra de um livro obtive um desconto de Cr\$ 60,00 o que representa 15 % do preço do livro. Qual foi o preço deste livro ?
- 7 - 150 pessoas representa que porcentagem de 2000 pessoas ?
- 8 - Uma prova de Matemática tem 50 questões. Um aluno acertou 40 destas questões. Qual foi sua taxa de acertos ?
- 9 - 15000 candidatos inscreveram-se num concurso. Foram aprovados 9600. Qual a taxa de aprovação ?
- 10 - Na compra de um objeto cujo preço é Cr\$ 9000,00, foi dado um desconto de Cr\$ 1350,00. De quanto por cento foi o desconto ?
- 11 - Uma peça foi vendida com um lucro de Cr\$3000,00. Sabe-se que esta quantia corresponde a 25% do preço de custo da peça. Qual o preço de custo e por quanto foi vendida a peça ?

=====

RESPOSTAS

- | | | | | |
|-----------|-----------|----------|-----------|-----------------------|
| 1 - a) 60 | b) 2100 | c) 5250 | d) 192 | |
| 2 - 144 | 3 - 57200 | 4 - 5% | 5 - 9000 | 6 - 400 |
| 7 - 7,5% | 8 - 80 % | 9 - 64 % | 10 - 15 % | 11 - 12000 e
15000 |

JUROS SIMPLES

Juro é uma compensação em dinheiro que se recebe ou que se paga pelo empréstimo de uma determinada quantia em um certo tempo.

Nomenclatura :

CAPITAL (C) - dinheiro depositado ou empregado

TAXA (i) - é o índice percentual sobre o qual o juro deve ser calculado.

TEMPO (t) - período de depósito ou empréstimo

JURO (j) - quantia paga ou recebida em compensação

O valor do juro varia em função da quantia, do prazo e da taxa percentual. Assim, o juro (j) é diretamente proporcional: ao capital (C)
à taxa (i)
ao tempo (t)

Dizemos que o juro é simples quando o valor a ser pago é calculado apenas sobre o capital, o qual permanece constante durante todo período da transação.

Calculamos o juro por meio de Regra de Três Composta.

Assim,

"Se um capital 100 produz juros i em 1 ano, então um capital C produzirá juros j em t anos."

CAPITAL	JURO	TEMPO
100	i	1 ano
C	j	t anos

$$\frac{i}{j} = \frac{100}{C} \cdot \frac{1}{t}$$

$$j = \frac{C i t}{100}$$

EXEMPLO 1:

Retirei Cr\$ 10000.00 de empréstimo no banco por um prazo de 3 meses, a uma taxa mensal de 6%. Quanto pagarei de juro ?

C = 10000
 t = 3
 i = 6
 j = ?

EXERCÍCIOS:

- 1 - Qual é o juro produzido por um capital de Cr\$ 30000.00 empregado durante 2 anos a uma taxa de 6% ao ano ?
- 2 - Qual é o juro produzido por um capital Cr\$ 6000.00 empregado a uma taxa de 12 % ao ano durante 4 anos ?
- 3 - Qual é o juro produzido por um capital de Cr\$ 3000,00 empregado a 4 % ao mes durante 30 meses ?

EXEMPLO 2:

A que taxa semestral foi aplicado o capital de Cr\$3500,00 que, em 6 meses, rendeu Cr\$ 700,00 de Juros ?

C = 3500
 t = 6 meses = 1 semestre
 j = 700
 i = ?

EXERCÍCIOS:

- 1 - Qual foi o capital que, empregado a uma taxa de 10 % ao ano, durante 3 anos, rendeu Cr\$ 2400,00 de juros?
- 2 - Um capital de Cr\$ 2000,00 empregado durante 3 anos rendeu Cr\$ 240,00 de juros. Qual foi a taxa anual?
- 3 - Um capital empregado durante 2 anos a uma taxa de 10, % ao ano, rendeu Cr\$ 2000,00 de juros. Qual a quantia empregada?
- 4 - A quantia de Cr\$ 4000,00 foi empregada durante 3 anos e rendeu Cr\$ 720,00 de juros. Qual foi a taxa anual?
- 5 - Qual o juro produzido por um capital de Cr\$8000,00 empregado durante 9 meses a uma taxa de 3,6 % ao mes?
- 6 - Durante quantos meses um capital de Cr\$ 10000,00 esteve empregado a uma taxa de 2,5 % ao mês para render Cr\$ 1000,0

OBSERVAÇÃO :

Devemos sempre relacionar taxa e tempo numa mesma unidade.

TAXA

anual
mensal
diária

TEMPO

em anos
em meses
em dias

Por convenção o mes comercial tem 30 dias e o ano comercial tem 360 dias.

EXEMPLO 3 :

Qual o juro produzido por um capital de Cr\$6000,00 empregado durante 5 meses a uma taxa de 30 % ao ano ?

C = 6000

t = 5 meses

i = 30 % ao ano ----- 30/12 = 2,5 ao mes

J = ?

EXERCICIOS:

- 1 - Converta em meses:

a) 1 ano e dois meses	c) 3 anos e 4 meses
b) 17 dias	d) 10 anos e 5 meses
- 2 - Converta em anos:

a) 6 meses	b) 3 meses
c) 10 meses	d) 8 meses
e) 18 meses	f) 60 dias
g) 30 meses	h) 270 dias
i) 720 dias	j) 4 meses
- 3 - Converta em dias :

a) 5 meses	b) 1 a,4m e 20 d
c) 3 m e 10 d	d) 2 a,2m e 20 d
- 4 - Converta em taxa mensal:

a) 12 % ao ano	b) 18 % ao ano
c) 0,01 % ao dia	d) 0,2 % ao dia
- 5 - Converta em taxa anual:

a) 6 % ao mes	b) 0,05 % ao dia
c) 0,02 % ao dia	d) 3 % ao mes
- 6 - Converta em taxa diária :

a) 6 % ao mes	b) 36 % ao ano
---------------	----------------
- 7 - Resolva os problemas :
 - a) Calcula os juros produzidos por Cr\$ 8000,00 empregados a 4 % ao mes durante 2 anos.(7680)
 - b) Um capital de Cr\$ 5600,00 foi aplicado durante 5 meses à taxa de 0,06 % ao dia.Quanto de juro rendeu este capital ? (504)
 - c) Um certo capital, aplicado a 6 % ao mes, durante 1 ano e 3 meses, rendeu Cr\$ 2250,00 .Determina este capital.(2500)
 - d) Determina qual é o capital que, aplicado durante 6 meses à taxa de 12 % ao ano, produziu Cr\$ 3600,00 de juros. (60000,00)

e) Calcula a que taxa anual devem ser aplicados NCz\$6000,00 para que produzam NCz\$ 720,00 de juros durante 8 meses. (18 %)

f) Um capital de Cr\$ 8500,00 foi emprestado durante 300 dias e produziu Cr\$ 5100,00 de juros. A que taxa mensal este capital foi emprestado? (6 %)

EXERCÍCIOS

1 - Calcula os juros produzidos por:

- a) Cr\$15000,00 empregado a 18% ao ano durante 8 meses
- b) Cr\$300000,00 empregado a 4% ao mes durante 2 anos e 6 meses
- c) Cr\$18000,00 empregado a 0,2% ao dia durante 3 m e 10 d
- d) Cr\$40000,00 empregado a 6% ao mes durante 150 dias
- e) Cr\$16000,00 empregado a 20% ao ano durante 270 dias

2 - Calcula o capital que produz :

- a) Cr\$8000,00 de juros durante 150 dias à taxa de 8% ao mes
- b) Cr\$1120,00 de Juros durante 8 meses à taxa de 24% ao ano
- c) Cr\$14500,00 de juros em 8 meses e 10 dias à taxa de 0,4% d
- d) Cr\$3400,00 de Juros durante 3/4 ano à taxa de 5% ao mes
- e) Cr\$1260,00 de Juros em 60 dias à taxa de 36% ao ano

3 - Calcula a que taxa anual deve ser empregado um capital :

- a) Cr\$6000,00 em 6 meses para produzir Cr\$1080,00 de juro
- b) Cr\$8000,00 em 17280 dias e produzir Cr\$4800,00 de juro
- c) Cr\$36000,00 em 2 anos e 6 meses com juro de Cr\$27000,00
- d) Cr\$4800,00 em 300 dias e produzir Cr\$960,00 de Juros

4 - Durante quanto tempo deve ser aplicado o capital de:

- a) Cr\$1580,00 à taxa de 8% ao mes com juro de Cr\$1896,00
- b) Cr\$10000,00 à taxa de 20% ao ano com juro de Cr\$3000,00
- c) Cr\$2000,00 à taxa de 0,05% ao dia com juro de Cr\$2700,00
- d) Cr\$16000,00 à taxa de 25% ao ano com juro de Cr\$1000,00

5 - Um individuo depositou num banco Cr\$720000,00 a prazo fixo. Quanto receberá de Juros após 18 meses, sabendo que a taxa é de 42% ao ano ?

6 - Uma pessoa guardou em casa Cr\$80000,00 durante 20 anos. Qual seria o capital atual desta pessoa se ela tivesse aplicado o seu dinheiro nesse tempo a 2% ao mes ?

7 - A que taxa anual devo emprestar Cr\$10000,00 para que meu capital duplique em 4 anos ?

8 - Rogério emprestou Cr\$2000,00 ao seu irmão Marco durante 6 meses, a 5% ao mes. Decorrido esse tempo, quanto Marco deverá pagar para Rogério ?