	C	D	U
		⊔⊔	|||
		⊔	||||
		⊔⊔⊔	|||||||

$$\begin{array}{r} 23 \\ +14 \\ \hline 37 \end{array}$$

VAMOS ENSINAR MATEMÁTICA?

DOROTI MARLENE POLANCZYK BATALION
JANE PERES PES

1986

DOROTI MARLENE POLANCZYK BATALION
JANE PERES PES

VAMOS ENSINAR MATEMÁTICA?

1986
SANTA ROSA-RGS
EDITORA PES

FICHA CATALOGRÁRICA

P 472 PES, Jane Peres

Vamos ensinar Matemática?/ Jane Peres Pes; Doroti Marlene Polanczÿk Batalion/. Editora Pes, Santa Rosa, RS, 1986.

64 páginas

Bibliografia

1. Metodologia do Ensino da Matemática

2. Matemática: Didática

CDU

371.315:51

Catalogador: VALDIR GREGORY da Biblioteca Pe. Faustino Chiamenti

Editora Pes de Jane Peres Pes
Cristóvão Colombo, 261/22
CEP 98.900 - Santa Rosa-RS

ÍNDICE

"O que torna difícil o ensino da Matemática é o inalterado hábito latino de começar sempre pelo abstrato, sem passar pelo concreto".

Le Bon

"Para Tales...a questão primordial não era o que sabemos, mas como o sabemos".

Aristóteles

APRESENTAÇÃO

Acreditamos que para haver uma real aprendizagem em Matemática é necessário que o ensino parta do concreto e tenha uma seqüência lógica para que o aluno redescubra, chegue à abstração e aplique aquilo que aprendeu em situações reais, tais como: fazer uma compra, calcular a área de um terreno, etc...

Com este objetivo realizamos este trabalho e o dedicamos a você, professor das séries iniciais do 1º grau, esperando que o mesmo lhe sirva de subsídio na preparação e aplicação de suas aulas. Aguardamos as críticas, sob a forma de análise criteriosa deste material, para que possamos aprimorar nosso trabalho.

Queremos deixar aqui nossos agradecimentos à Administração Friderichs-Vicini e à Secretaria de Educação da mesma cidade, pelo incentivo e apoio, sem os quais não poderíamos editar este livro.

Santa Rosa, fevereiro de 1986.

Doroti Marlene Polanczyk Batalion
Jane Peres Pes

"Num certo sentido só se pode verdadeiramente ensinar Matemática a si próprio, e para ensiná-la a outra pessoa o que se pode fazer é criar as condições favoráveis para que ela possa ensinar a si mesma".

André Revuz

1. Por que ensinar Matemática?

Por que é que se ensina, por que é que a criança tem de aprender Matemática? Em geral quando se faz um planejamento de ensino, pensa-se apenas em ensinar a criança a fazer contas e realizar as quatro operações, tudo se reduz a fazer a criança a aprender o mecanismo dessas operações por meio de explicações e de exercícios repetidos. Fazer contas (pensa-se), tal como ler e escrever é útil na vida; a Matemática serve ainda mais (pensa-se) para aqueles que irão continuar seus estudos e talvez encaminhar-se para uma profissão que envolva o domínio de certas técnicas de cálculo. Nesta forma de ver as coisas, o fim é simplesmente prático, utilitário e tem em vista não tanto a vida que a criança vive no momento presente, na escola ou fora dela, mas as necessidades que ela virá a ter no futuro.

Na nossa opinião, a Matemática tem um valor formativo, muito extenso e profundo, que transcende por absoluto os resultados utilitários que mencionamos. Não se pensa matematicamente quando se vem para a escola e após um ensino específico: pensa-se lógica e matematicamente enquanto se existe, enquanto se pensa, muito antes da escola e independentemente dela.

Não existe um momento, no desenvolvimento intelectual da criança em que não existam estruturas lógicas em formação.

Através de experiências vivenciadas, a criança pode pensar e redescobrir relações, chegando a conclusões lógicas.

As estruturas lógico-matemáticas existem em coincidência com as do intelecto humano. O desenvolvimento dos conteúdos deve estar em relação com a da mentalidade infantil, o problema mais difícil é o de fazer nascer esse conteúdo da experiência vital das crianças e de não como um elemento já feito e estruturado, vindo de fora.

A Matemática não pode ser ensinada a partir de tópicos isolados. Exige uma seqüência, pois ela consiste num sistema inter-relacionado de fatos, conceitos e generalizações. A Matemática deve ser ensinada relacionada com as situações reais da vida.

2. O Professor e a Matemática

Ao ensinar Matemática o professor, para alcançar os objetivos, deve usar todos os recursos possíveis para manter presente o interesse, a compreensão do aluno, pois são fatores indispenáveis à eficiência da aprendizagem.

Deve oportunizar a formação do hábito de pensar, desenvolvendo o raciocínio e chegando à redescoberta. Intensificando desta maneira o papel formativo da Matemática.

Deve oportunizar ao educando a vivência com a Matemática. Para isso a aprendizagem deve partir do concreto, ser baseada na realidade da criança e vivida pela criança.

O professor deve ter em vista não apenas a formação de futuros matemáticos, engenheiros, cientistas, economistas, etc...,mas principalmente a formação de futuro cidadão informado, para compreender o que cientistas estão fazendo e dizendo, de modo que como cidadão educado, possa fazer questionamentos sérios e profundos.

O professor deve ensinar seu aluno a pensar, permitindo que ele:

- manipule material concreto;
- vivencie situações reais;
- redescubra;
- formule conceitos próprios;
- tire conclusões;
- generalize.

Desta maneira estará formando indivíduos capazes de usar a matemática com:

- facilidade, confiança ou segurança e prazer.

3. Objetivos do ensino de Matemática

Resumidamente, podemos dizer que para ensinar Matemática temos que considerar os seus objetivos principais:

- proporcionar oportunidades à criança para o desenvolvimento do pensamento lógico, levando-a a redescoberta;
- oportunizar à criança uma ampla e variada experiência que lhe proporcione a aplicação dos processos matemáticos em situações dentro e fora da escola.

4. Importância da Matemática

A Matemática é de suma importância na vida do aluno, ajuda na formação de sua personalidade. Está presente em todos os momentos da vida do indivíduo.

Atualmente poucas ciências podem ser aprendidas ou ensinadas sem o auxílio da Matemática.

O desenvolvimento da Matemática durante este século tem sido notável, em ambos os aspectos - puros e com meio de explicação científica. Não existe uma Matemática clássica como que oposta a uma nova Matemática moderna e o uso de ambos os termos deve ser rejeitado. Há apenas uma Matemática unificada que evoluiu de toda experiência passada.

As atividades do século XX trouxeram à tona uma mudança de conceitos não apenas em Matemática, mas em todas as ciências. Esta evolução de nossa sociedade e sua cultura teve lugar num passo muito mais rápido que a renovação de nossa educação escolar de uma geração para outra. Em toda esta mudança talvez seja a Matemática que tenha dado a mais severa lição ao mundo da educação; ou seja, a crença em que o reino das idéias prontas aprendidas na escola bastariam ao indivíduo por toda a vida, terminou agora.

Mais do que ensinar a nossa criança apenas um conjunto de habilidades matemáticas e programar sua mente como se programa um computador, é de suma importância desenvolver conceitos estruturais fundamentais e unificados que serão retidos permanentemente e formarão uma base intelectual para o estudo continuado e uso da Matemática.

5. Características do ensino da Matemática

O aluno aprende melhor Matemática quando compreende e encontra nela alguma significação em relação à sua vida.

Por este motivo a participação ativa do aluno é o principal fator para que haja aprendizagem. A aprendizagem deve partir do concreto. É essencial que o aluno manipule este material, formule suas regras, chegando a redescoberta.

O professor deve conduzir a aprendizagem combinando descoberta e aplicação, compreensão e prática, interesse e esforço.

O conhecimento deve obedecer uma seqüência lógica no desenvolvimento dos assuntos, partindo sempre do mais simples, graduando as dificuldades, seguindo métodos e processos adequados, atendendo as dificuldades individuais.

6. O ensino da Matemática e alguns pedagogos

De acordo com Jerome Bruner, ensinar é um meio admirável para aprender. O professor não é apenas um comunicador, mas também um modelo. Alguém que não veja nada de belo ou eficaz na Matemática não será capaz de despertar nos outros o sentimento de entusiasmo inerente ao assunto. Um professor que não queira, ou não possa, dar vazão à sua própria intuição, dificilmente será eficaz em estimular a intuição de seus alunos. Ser tão inseguro a ponto de temer ser apanhado em erro não tornará o professor um modelo convincente de ousadia. Se o professor não arrisca uma hipótese duvidosa, como poderá o aluno fazê-lo?

Para comunicar conhecimento e oferecer um modelo de competência o professor deve ter liberdade para ensinar e para aprender.

O ensino da Matemática deve se basear, conforme Bruner,na teoria das estruturas, trabalhando-se em função de idéias centrais, isto é, partindo sempre da idéia central e relacionando as que a ela se relacionam.

Concluindo, podemos dizer, que de acordo com Bruner o professor deve ser um incentivador do desenvolvimento de instinto de observação e pesquisa do aluno, proporcionando ao mesmo estruturar seu pensamento, levantando hipóteses e chegando a conclusões.

O professor deve, dentro de sua sala de aula adequar o ambiente, para que através de jogos, pesquisas e experiências o aluno chegue a formulação de um conceito em nível teórico (ou simbólico), que deve ser precedida da elaboração deste mesmo conceito em nível ativo, seguido da construção do mesmo. (nível icônico)

O nível ativo da formulação do conceito, segundo Bruner , é aquele no qual o aprendiz elabora o conceito, em contato direto, ou com objetos materiais, ou com os fatos, ou com os fenômenos, ou em situações reais da vida.

Assim, ao ir manipulando um objeto material ou ao ir realizando um experimento, o aprendiz elabora um conceito que, em muitos casos, só poderá ser expresso a nível ativo, se para isto se utilizar de gestos ou da organização dos objetos e materiais que está manipulando. Após um número significativo de experiências a nível ativo, o aprendiz pode expressar o conceito através de desenho ou de gráficos, ou pode ainda, aprofundar ou alargar seu conhecimento através do estudo de desenhos ou de gráficos. Neste momento, ele está realizando a aprendizagem do conceito a nível icônico, só após este segundo momento, é possível realizar uma aprendizagem verdadeiramente afetiva, através da palavra ou de símbolos.

De acordo com Maria Montessori, a educação deve-se concentrar na auto-educação por meio de brinquedos educativos.

No método Montessoriano a criança pode deslocar-se livremente na sala de aula, escolhendo a atividade que corresponder as suas necessidades do momento; assim, ela se organiza com a ajuda do material didático.

A tarefa de educar é observar a criança antes de dirigi-la, manter um clima favorável e explicar-lhe o manuseio correto do material didático. O método tem em vista a educação sensorial, facilita a adaptação ao meio e o controle dos erros por parte da criança, estimulando a criatividade das mesmas.

A evolução da ciência pedagógica trouxe como conseqüência a colocação do aluno como centro do processo ensino-aprendizagem e a ênfase no ponto de vista de que o processo de aprendizagem é mais importante do que o conteúdo programático.

Desta forma, pesquisadores da educação têm enfatizado a importância da atividade do aluno na elaboração dos conceitos. O papel do professor é de real importância, pois é ele que deverá proporcionar ao aluno condições e situações para que aconteça uma efetiva aprendizagem.

O professor deve procurar estar sempre atualizado, assimilar as teorias de aprendizagem que proporcionam sua melhor atuação como professor de Matemática.

Segundo Jean Piaget, a informação nem sempre é a mensagem. As chaves principais do desenvolvimento mental da criança são:

- a própria ação do sujeito;
- o modo pelo qual isto se converte num processo de construção interna, isto é, de formação dentro de sua mente de uma estrutura em contínua expansão, que corresponde ao mundo exterior.

Logo, é natural que a interpretação da mensagem varie em função da idade da criança, das informações que ela conseguiu acumular, da forma como elaborou em sua mente essa informação, e, sobrettdo, de como ela explora a realidade exterior através da ação.

Piaget tem demonstrado, que desde o princípio, a própria criança exerce controle sobre a obtenção e organização de sua experiência no mundo exterior. Acompanha com os olhos objetos, explora em torno com eles, volta a cabeça, com as mãos agarra, solta, joga, empurra, explora com os olhos e mãos alternadamente, cheira, leva à boca e prova, etc... Tudo isto deve ser aproveitado, no ensino da Matemática, para que de fato haja uma real aprendizagem.

O ensino da Matemática muitas vezes tem representado um obstáculo ao desenvolvimento da criança. Excetuadas as situações raras em que professores entusiasmados imprimem vida ao ensino, a aprendizagem da Matemática é considerada muito difícil e o processo de desenvolvimento das crianças, em lugar de ser facilitada, encontra grandes entraves.

Os professores exploram as melhores formas de levar as crianças a "entender" problemas matemáticos. Ensinam. Mas muitas crianças não aprendem. Isto ocorre porque provavelmente, os professores analisam como eles mesmos aprendem e não como as crianças aprendem. A melhor forma de ensinar é aquela que se baseia numa forma particular de se aprender. Se a lógica infantil segue o modelo da lógica matemática, bastaria compreendê-la e orientá-la.

O que estamos propondo é uma nova forma de encarar o ensino que consiste em verificar:

- como está o aprendiz; o que fazer para que ele progrida, a partir do ponto em que ele está.

Exemplificando: Saber contar, não quer dizer que a criança tenha noção de quantidade e que esteja pronta para realizar adições e subtrações.

Segundo o professor Dienes, o processo do ensino da Matemática pode ser realizada em seis etapas.

Os Blocos Lógicos se constituem num instrumento rico para mostrar como se efetivam essas seis etapas, até a construção de um sistema formal de indiscutível valor no campo do conhecimento humano.

As seis etapas são:

1ª etapa: **Jogo livre**

É a etapa de identificação, das características das peças dos blocos lógicos. É a etapa da manipulação livre, na qual a criança joga livremente e faz as construções que deseja. Nesta etapa a criança verifica as peças e suas diferenças (variáveis).

2ª etapa: **Jogo com regras** (estruturado)

O aluno manipula as peças obedecendo regras apresentadas pelo professor ou por um colega. A aprendizagem se processa numa situação mais organizada, mais fechada. O aluno deve ser encorajado a inventar jogos.

Exemplo: Construa fileiras de peças com uma, duas, três ou quatro diferenças.

3ª etapa: **Comparação dos jogos**

É a chave da utilização dos blocos lógicos. É a fase em que o aluno se desembaraça das propriedades não pertinentes dos jogos; ele se liberta das características físicas dos blocos. É capaz de "ver", de se dar conta, de sentir o que é "semelhante" nos jogos que praticou. É a abstração, é o desligar-se do concreto. O aluno percebe que o importante são as idéias que os jogos encerram e não os jogos em si mesmos. A abstração é entendida aqui como tudo aquilo que alguns fatos ou alguns objetos têm em comum.

Atingida esta etapa, outros materiais, tais como: fósforos, botões, pedras, lápis, rolhas, devem ser utilizados para formação dos conceitos. Esses outros recursos podem tornar mais fáceis as generalizações ou as abstrações.

4ª etapa: **Representação**

O aluno sendo capaz de realizar abstrações, sente necessidade de representar estas abstrações, isto é, de expressá-las, através de desenhos, de grafos ou de gráficos, para poder traduzir em palavras ou imagens o que ele percebeu de comum entre os jogos. Ele sente necessidade de expressar, em outro nível, os conceitos que aprendeu.

Nesta etapa, o aluno está realizando a passagem do nível ativo para o nível icônico, segundo Bruner.

5ª etapa: **Construção de uma linguagem**

Para que um conceito formulado possa ser comunicado a outras pessoas, é necessário usar sinais ou palavras que possam ser entendidos pelos outros; é necessário empregar símbolos. Faz-se necessário a criação de uma linguagem para a comunicação das propriedades da abstração conquistada, utilizando um sistema de códigos (símbolos).

6ª etapa: Demonstração

Como nem todas as propriedades podem ser descritas, toma-se um número mínimo de propriedade e inventa-se um procedimento para através dele, deduzirem-se as demais propriedades. O procedimento que se utiliza para deduzir as demais propriedades chama-se demonstração. As propriedades deduzidas são chamadas de teoremas.

A manipulação de um sistema como esse, chamado de sistema formal, é o objetivo final da aprendizagem matemática de uma estrutura. Nesta etapa, portanto, são introduzidas as noções de axioma de demonstração e de teorema.

Segundo o professor Luiz Roberto Dante, da Universidade de Rio Claro, "certos aspectos do ensino de Matemática são supervalorizados e enfatizados, enquanto que outros, que nos parecem mais desejáveis, são negligenciados ou, quando muito, pouco enfatizados".

Ele propõe algumas mudanças nestes ênfases, para que aconteça uma significativa melhoria do ensino da Matemática.

Resumindo temos:

Mais ênfase	Menos ênfase
Idéias matemáticas	Linguagem e simbolismo
Porquês, significado do que se faz	Regras e esquemas
Pense um pouco sobre isso	É assim que se faz
Processo usado para obtenção dos resultados	Resultados
Incentivo à criatividade, curiosidade, iniciativa e exploração	Repetição e imitação
Compreensão	Pressa e impaciência que levam à simples mecanização
Ensino mais intuitivo, menos formal	Formalismo e abstrações precoces
Situações - problema que envolvam significativamente o aluno	Operações rotineiras
Experiência acumulada do dia a dia	Ensino desligado da vivência do aluno
Ensino interligado com outras áreas do conhecimento.	Ensino isolado no currículo.

Ainda, segundo o professor Dante, "O tempo que se perde para discutir idéias com compreensão, se ganha mais tarde".

De acordo com a professora Leila Julietta Kalô, de Curitiba, um recurso que pode ser utilizado para proporcionar condições de reforçar a aprendizagem de maneira recreativa e educativa é o Jogo Didático. Exemplificando temos: Baralho didático, dominó, bingo, caça-palavras, quebra-cabeças, etc...

Tipos de Jogos:

1) De demonstração: supõem confronto entre o concreto e o simbólico. Funções: compreensão, auto-instrução, fixação e auto-corretivo. Exemplo: $\boxed{\frac{1}{2}} \rightarrow$ 

2) De memorização: supõem: reconhecimento de relações conceituais. Função: reconhecimento, fixação, auto-correção.

Exemplo: $\boxed{2 \times 3} \longrightarrow \boxed{6}$

3) Derivação: supõem dedução de relações diversas com base em representações simbólicas. Função: Inferência, fixação, auto-corretivo. Exemplo: $\boxed{\begin{array}{l} \frac{2}{3} = 40 \\ \frac{1}{3} = ? \end{array}} \rightarrow \boxed{20}$

7. A Matemática e a Informática

Atualmente tornou-se popular o uso do computador. Os microcomputadores já presentes em muitas escolas e lares estão oportunizando uma maior convivência dos jovens com a informática, que é a ciência do tratamento racional e automático da informação.

A Matemática é a ciência que fornece os instrumentos básicos para o desenvolvimento da informática.

Graças ao computador é possível ampliar nossos conhecimentos adquirir e relacionar novas informações, além de realizar cálculos complicados com maior rapidez e precisão.

Mas não esqueçamos que o computador é apenas uma máquina que só faz o que o homem mandar fazer e para isso deve existir o programador que faz o programa e aí está a real aplicação da Matemática dentro da Informática.

Tornou-se popular, como recreação, os videogames e jogos eletrônicos, que são microcomputadores, que operam com memórias variáveis chamados cartuchos. Além de recreativos eles desenvolvem a capacidade de raciocinar e a coordenação motora através de jogos inteligentes (xadrez, dama, etc...) ou jogos de ação (vôlei, futebol, corridas, etc.)

É imprescindível que haja uma medida para o uso destes jogos, pois se ocorrerem excessos, haverá uma saturação da ação motora e do sistema mental, resultando problemas de saúde.

Estão entrando também nas escolas as calculadoras. Seu uso é muito discutido pelos professores. Acreditamos, que nas séries iniciais do 1º grau, a calculadora pode ser utilizada como um recurso em algumas situações de ensino ou ainda como recreação. O que não pode ocorrer é a dependência do aluno em relação à máquina, para resolver qualquer processo matemático.

8. Metodologia do Ensino da Matemática

8.1. Período Preparatório

A criança, mesmo antes de ingressar na escola, já possui muitas experiências quantitativas, estas porém, não possuem, geralmente, organização, sistematização, mas ajudam bastante na formação dos primeiros hábitos e no desenvolvimento de habilidades úteis às futuras aprendizagens.

É tarefa de grande responsabilidade do professor no início da 1ª série, após o período de adaptação, desenvolver um trabalho de sondagem, procurando sentir em cada criança as experiências numéricas que possue.

Esta sondagem é imprescindível, para que o trabalho seja válido. Através dela o professor poderá desenvolver atividades que conduzam a classe à prontidão (amadurecimento), procurando organizar, retificar e sistematizar os conceitos básicos que se iniciam na 1ª série do 1º grau. Neste período deverá ser proporcionado à criança uma base comum de experiências matemáticas, estabelecendo em classe um ambiente favorável as futuras experiências de aprendizagem.

A sondagem poderá ser feita através de atividades como:

- observações diretas, conversas e testes inventários.

Estas atividades conduzirão o professor à verificação das experiências numéricas necessárias à organização e sistematização do conteúdo.

Alguns conceitos básicos, que devem ser sondados neste período:

- Tamanho: maior, menor, alto, baixo.
- Temperatura: quente, frio, morno.
- Quantidade: muito, pouco, mais, menos.
- Ordem: primeiro, segundo, último.
- Espessura: fino, grosso.

- Forma: diferentes formas geométricas, igual, diferente.
- Valor: caro, barato.
- Posição: perto, longe, em cima, embaixo, dentro, fora, à esquerda, à direita, na frente, atrás, no meio.
- Peso: pesado, leve.
- Tempo: hoje, amanhã, ontem, cedo, tarde, antes, depois.
- Cor: diferentes cores, mesma cor.

8.2. Objetivos Gerais para o 1º Grau

Através de atividades práticas, utilizando material concreto e solicitando a participação ativa do aluno, deveremos ter por objetivos:

- Desenvolver o gosto pelos processos matemáticos.
- Desenvolver a capacidade de elaborar conceitos próprios através da redescoberta.
- Desenvolver o pensamento crítico frente a situações da realidade.
- Inter-relacionar os processos matemáticos com outras disciplinas e com situações reais.
- Desenvolver hábitos de estudo, precisão, clareza, ordem e o uso correto da linguagem matemática.
- Desenvolver a habilidade de ler, interpretar e resolver problemas, discutindo os resultados obtidos.
- Desenvolver a capacidade de relacionar grandezas com as suas respectivas unidades de medida.
- Adquirir habilidades para medir, comparar medidas, calcular e construir figuras geométricas.

Baseados nestes objetivos que deverão ser desenvolvidos no decorrer das séries iniciais do 1º grau, podemos listar a seguir os conteúdos mínimos distribuídos nas quatro séries iniciais do 1º grau.

8.3. Conteúdo Programático

1ª Série

Noções básicas de conjuntos; escrita dos numerais até 100; sistema de numeração - unidade, dezena, centena; numerais ordinais (1º ao 10º); adição sem reserva; subtração sem recurso; multiplicação; dobro; divisão; metade; dúzia e meia dúzia; problemas; hora inteira; o dia, a semana, o mês, o ano; o metro; o litro, o quilograma; figuras geométricas.

2ª. Série

Número e numeral; sistema de numeração decimal - unidade, dezena, centena, milhar; numerais ordinais (1º ao 30º); adição sem e com recurso (reagrupamento); subtração sem e com recurso (reagrupamento); multiplicação (multiplicador com apenas um algarismo); dobro e triplo, quádruplo e quíntuplo; a metade, a terça parte; sistema de numeração romana até 30; números pares, números ímpares; problemas envolvendo apenas uma operação; problemas combinando duas operações; figuras geométricas; medidas de tempo (relógio, calendário); sistema monetário.

3ª. Série

Conjuntos; números naturais; igualdade e desigualdade; sistema de numeração decimal (até 10.000); sistema de numeração romana; números ordinais (até 1000º); sistema monetário brasileiro ; as quatro operações; problemas combinando as operações fundamentais; números racionais - representação fracionária; números racionais - representação decimal; operações com fração - adição e subtração de frações com denominadores iguais; multiplicação de uma fração por um número inteiro; operações com números decimais - adição, subtração, multiplicação de um número decimal por um número inteiro; multiplicação e divisão por 10, 100 ou 1000; pontos, retas, segmentos de retas, polígonos; medidas de: comprimento, massa, tempo, relógio.

4ª. Série

Conjuntos; números naturais; sistema de numeração decimal; sistema de numeração romana; operações fundamentais com números naturais (e propriedades); problemas envolvendo as quatro operações; sentenças matemáticas, expressões por igualdades; cálculo de um número desconhecido; problemas com estrutura; múltiplo e divisor; números primos; M.M.C. e M.D.C.; números racionais: representação fracionária; números racionais: representação decimal; as quatro operações com frações e com números decimais; problemas envolvendo as quatro operações; porcentagem; geometria - pontos, retas, plano, figuras geométricas, ângulos; polígonos; medidas de comprimento, triângulos e quadriláteros, medidas de superfície, área de figuras planas, medidas de volume, medidas de capacidade, medidas de massa.

Temos aí uma sugestão de objetivos e conteúdos a serem desenvolvidos nas séries iniciais do 1º grau. Costaríamos de lembrar que todo o programa de ensino deve estar baseado no nível da classe. Isto quer dizer que não devemos seguir a risca estes programas sim adaptá-los ao nível de nossa classe, nunca esquecendo que o aluno deve estar "pronto" para receber cada conteúdo.

Queremos ainda salientar que todo planejamento deve ser flexível e adaptado às necessidades e à prontidão de nossos alunos no decorrer do ano letivo. Não basta nós ensinarmos, o importante é o aluno aprender.

Na elaboração do nosso plenejamento para o ano letivo, devemos sempre ter presente os conteúdos desenvolvidos na série anterior e os resultados da sondagem realizada nos primeiros dias de aula; nunca esquecendo que o ensino deve sempre estar dentro da realidade do aluno, envolvendo "coisas" do seu conhecimento.

8.4. Conjuntos

A noção de conjuntos deve preceder ao conhecimento dos números: o número é um conceito muito complexo e só a partir do conjunto é possível sua compreensão. A noção de conjunto é intuitiva. ?

O professor para introduzir conjuntos deve se valer de objetos do conhecimento da criança, trabalhando muito no concreto, de preferência, que cada criança tenha o seu material para manipular.

Depois que a criança tem idéia de conjunto como um todo, vamos conduzí-la a perceber os elementos do conjunto e verificar que todos os elementos são da mesma natureza. Temos aí a percepção de conjuntos. ?

A seguir, devemos fazer com que a criança realize a correspondência biunívoca, fazendo com que ela já tenha a idéia de quantidade, mesmo antes de saber representá-la. *

Outra etapa é a identificação de conjuntos, isto é, fazer com que a criança perceba o conjunto como um todo, identificando o número de elementos de cada conjunto.

Logo após temos a reprodução de conjuntos, isto é, fazer com que a criança reproduza com o seu material, aquilo que o professor pedir. Por exemplo, o professor mostra um cartão, onde tem um conjunto de 3 elementos, e pede aos alunos que com o seu material façam um conjunto com o mesmo número de elementos, em sua classe.

Nunca se deve iniciar a escrita dos numerais, sem que os alunos demonstrem domínio da idéia de quantidade, e para isto deverão ser feitas atividades diversificadas, utilizando material completo e as experiências do aluno.

ESCRITA DOS NÚMEROS

Nessa fase, a criança já deverá ter a noção real de quantidade, podendo então começar a aprendizagem dos numerias correspondentes a cada quantidade. O professor deve convidar a criança a escrever o símbolo que representa cada quantidade e seguir as etapas:

- escrita dos numerais no quadro pelo professor; escrita dos numerais no ar pelo professor (o professor o fará de costas para a classe); reprodução dos movimentos pela classe (chamar atenção para os movimentos dos numerais); escrita dos numerais na carteira ou no quadro pela criança; escrita dos numerais no caderno, usando lápis.

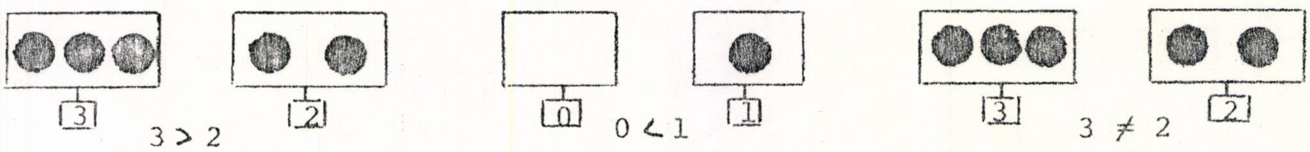
O professor deve verificar se cada criança realiza todos os movimentos certos ao escrever os numerais.

COMPARAÇÃO DE CONJUNTOS

Comparar conjuntos, verificando qual o conjunto que possui mais elementos, qual o conjunto que possui menos elementos. Esta já é uma introdução para a aprendizagem posterior dos símbolos: igual (=); diferente (≠); maior que (>); menor que (<).

Salientamos que nunca devemos dizer: o conjunto A é maior que o conjunto B, e sim, o conjunto A possui mais elementos que o conjunto B. Nunca devemos usar os símbolos > e < entre conjuntos.

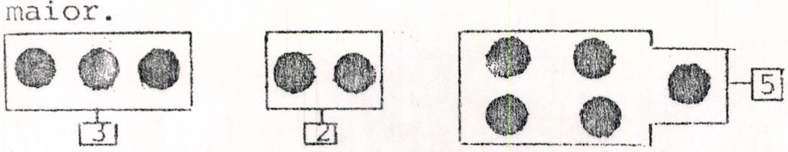
Vejamos uns exemplos:



$3 > 2$ $0 < 1$ $3 \neq 2$

A noção de conjunto deve auxiliar a introdução das quatro operações.

Adição: juntar conjuntos menores, formando um conjunto maior.

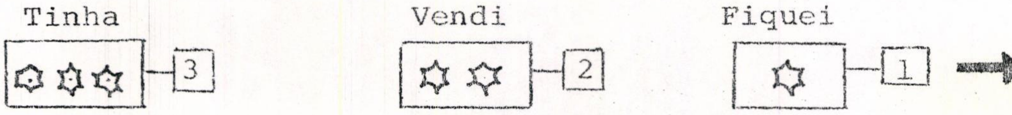


Vamos juntar as bolinhas?

$3+2 = 5$

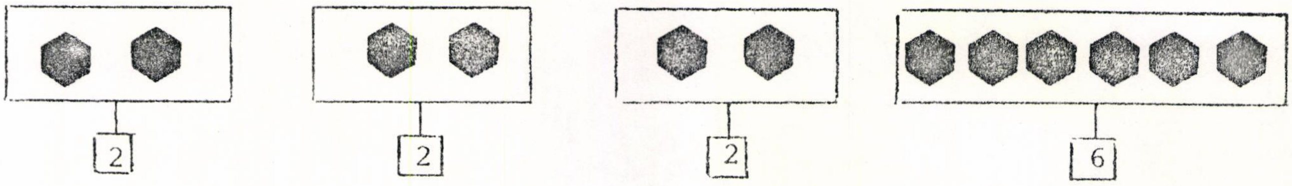
Subtração: tirar de um conjunto maior, um conjunto menor.

Tinha Vendi Fiquei



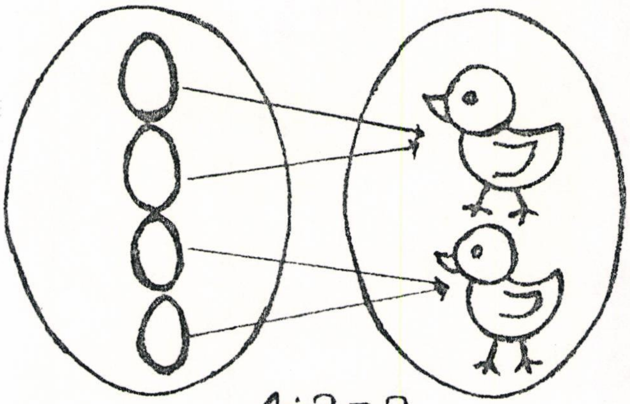
→ $3-2=1$

Multiplicação: agrupar conjuntos com o mesmo número de elementos, formando um conjunto maior.

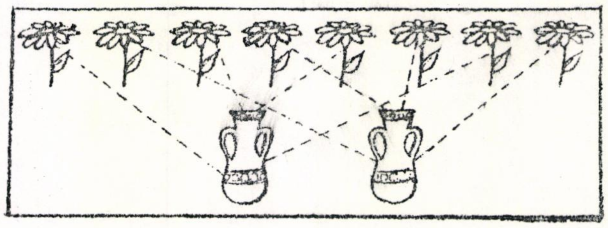


$$2 + 2 + 2 = 6$$
$$3 \times 2 = 6$$

Divisão: repartir um conjunto maior em subconjuntos menores e com o mesmo número de elementos.



4÷2=2



8 ÷ 2=4

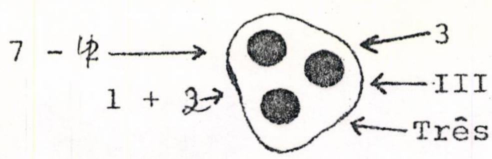
A simbologia ($\in$ ou $\notin$, $\not\subset$ ou $\subset$, $\supset$ ou $\not\supset$) só deverá ser aprendida a partir da 3ª ou 4ª série, dependendo do nível da turma, porque são conceitos muito abstratos para a criança.

Gostaríamos de lembrar que a idéia de CONJUNTOS deve ser trabalhada com o aluno, visando tornar mais concreto e facilitar a aprendizagem e não deve ser dada como um conteúdo isolado sem nenhuma aplicação e nenhuma finalidade que não seja desenvolver o raciocínio.

8.5. Sistema de Numeração Decimal

Número: é a idéia de quantidade.

Numeral: é o registro desse número, é o símbolo que representa essa quantidade.



Sistema de Numeração: é o conjunto de regras que nos permite representar qualquer quantidade (número).

Base Numérica: é o número de unidades que agrupados, formam uma unidade de ordem imediatamente superior.

Exemplo: 1) dez unidades simples agrupadas formam uma dezena, no sistema decimal de numeração.

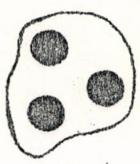
2) no sistema de numeração base 2, os algarismos que formam a base são 0 e 1.

Nosso sistema é chamado decimal porque sua base é 10 e os algarismos que formam a base são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. O zero é considerado algarismo não significativo e os algarismos de 1 a 9, são significativos.

Para iniciar o ensino do sistema de numeração, a criança deve ter noção de conjuntos, conjunto unitário, conjunto vazio e dominar os numerais.

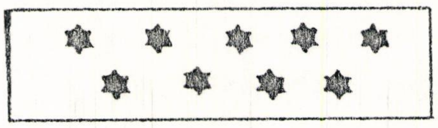
Inicia-se o aluno trabalhando com material concreto com as quantidades de 1 a 9, identificando unidades.

1 elemento = 1 unidade



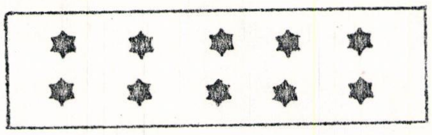
3 elementos = 3 unidades

Estudo da dezena: podemos introduzir através da atividade: Quantos elementos temos no conjunto?



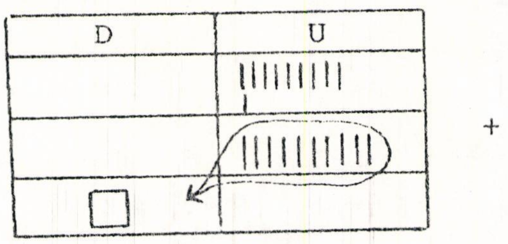
9 → 9 unidades

Se eu colocar mais um elemento?



fico com 10 unidades, isto é, 1 dezena.

Veja, agora utilizando o quadro valor de lugar:



Isto é:

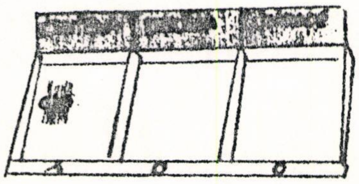
D	U
	9
	1
1	0

+

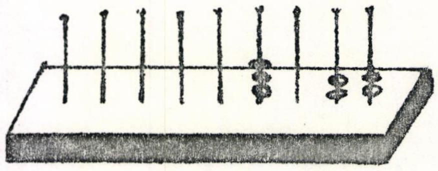
<u>Observação</u>: cada nova dezena deverá ser introduzida obedecendo o mesmo processo.

Poderão ser utilizadas para o ensino das dezenas e demais unidades, os seguintes materiais:

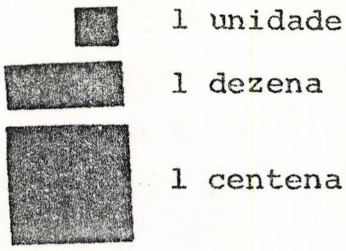
1) Caixa dos números:



2) Ábaco



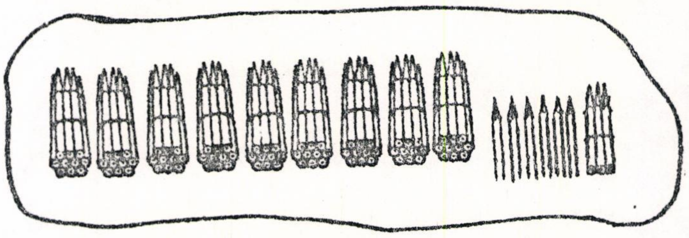
3) Fichas:



4) Caixas de fósforos, tampinhas, canudinhos.

<u>Estudo da Centena</u>: Introduz-se através do exemplo:

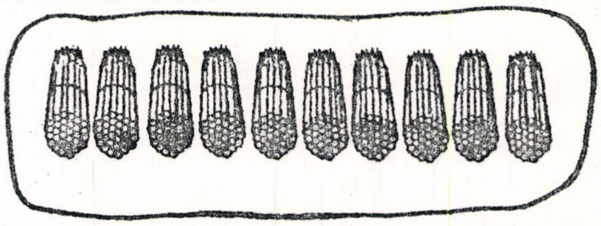
Quantos elementos tem o conjunto:



→ 99 elementos
99 unidades
ou 9 dezenas e 9 unidades

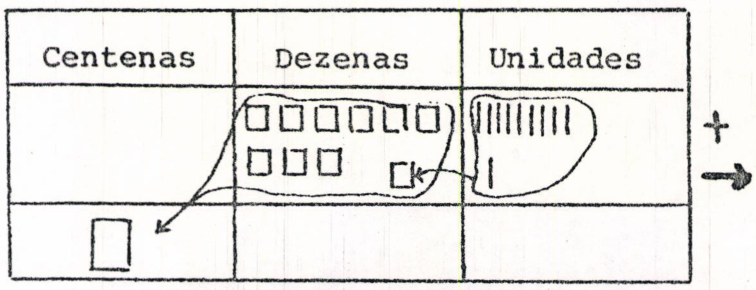
Se eu colocar mais uma unidade? 

Teremos então:



→ que são 100 unidades
10 dezenas ou
1 centena

No quadro valor de lugar, temos:



Cent.	Dez.	Unid.
	9	9 1 +
1	1 10	10
1	0	0

Logo: $\begin{array}{r} 99 \\ +\ 1 \\ \hline 100 \end{array}$ 1 centena ou 10 dezenas ou 100 unidades.

<u>Estudo do Milhar</u>: introduzir através do ábaco e logo após representar no quadro valor de lugar:

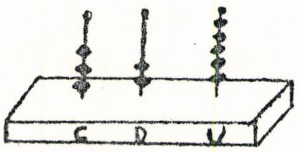
Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
	9	9	9
1	0	0	0

+

1 milhar= 10 centenas = 100 dezenas = 1000 unidades.

<u>Decomposição de Numerais</u>: utiliza-se o ábaco e as fichas, realizando várias atividades até que o aluno compreenda o valor que cada algarismo representa dentro do número de acordo com sua posição.

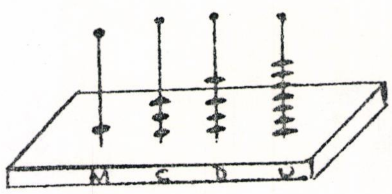
Exemplo 1) 325



C	D	U
3	2	5

325 = 300 + 20 + 5

Exemplo 2) 1347



M	C	D	U
1	3	4	7

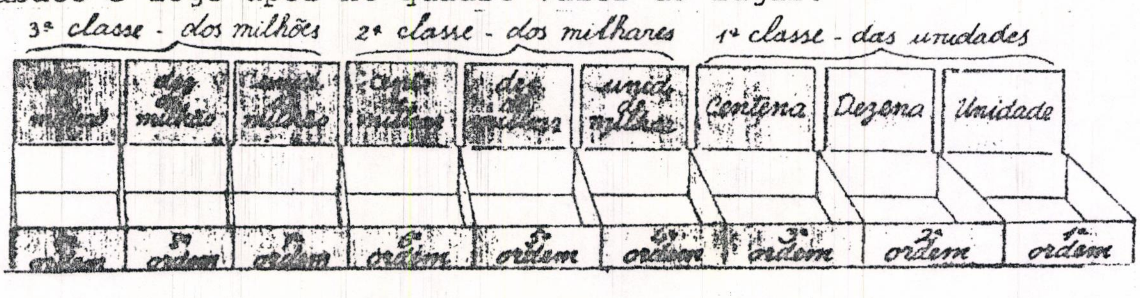
Logo: 1347 = 1000 + 300 + 40 + 7

Exemplo 3) 32147

Dezenas de milhar	Unid. milhar	C	D	U
3	2	1	4	7

Logo: 32147 = 30000 + 2000 + 100 + 40 + 7

<u>Estudando as Ordens e Classes</u>: Deverá ser feita utilizando o ábaco e logo após no quadro valor de lugar.

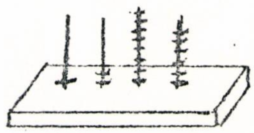


OBS: cada grupo de 3 ordens forma uma classe.

Escrevendo o Numeral: Para escrever o numeral, representa-se primeiro no ábaco, logo após no q.v.l., só então faz-se a representação gráfica.

Exemplo 1) 1 milhar, 2 centenas, 8 dezenas, 6 unidades

1ª etapa



2ª etapa

M	C	D	U
1	2	8	6

3ª etapa

1286

Exemplo 2) 2 dezenas de milhar, 2 unidades de milhar, 4 centenas, 3 dezenas, 4 unidades.

D.M.	U.M.	C	D	U
2	2	4	3	4

⟶ 22 434

OBS: Com o estudo no ábaco, a criança vai sentir mais concreta a posição do zero dentro de um número.

Valor Absoluto - Valor Relativo

Pode ser introduzido também através do ábaco.

Observe o algarismo 3 em cada numeral:

57<u>3</u> - ele representa 3 unidade
7<u>3</u>4 - ele representa 3 dezenas
<u>3</u>947 - ele representa 3 unidades de milhar
<u>3</u>9241 - ele representa 3 dezenas de milhar

Mas vamos representar o algarismo três em qualquer numeral por 3, isto é, o valor que ele tem isolado, logo é o seu valor absoluto.

Agora o valor que ele assume de acordo com a sua posição no numeral é o valor relativo.

Veja: no numeral 2973

2973 = 2000 + 900 + 70 + 3

Logo: 2973

V.A. = 3 e V.R.= 3
V.A. = 7 e V.R.= 70
V.A. = 9 e V.R.= 900
V.A. = 2 e V.R.= 2000

8.6. Sistema de Numeração Romana

Esta noção poderá ser introduzida a partir da 2ª série, comparando dois relógios: um com numeração arábica e outro com numeração romana. Fazer com que a criança compare e chegue a conclusão do valor de cada letra. Deverá ser explicado que é outra maneira usada para representar os números, criada pelos romanos.

Na 2ª série usaremos apenas os símbolos:

I = 1 V = 5 X = 10

Para representar numerais até 12:

Não há símbolo para representar o zero:

Já na 3ª série deveremos fazer a diferença entre os símbolos fundamentais e intermediários.

Fundamentais: I, X, C, M.
Intermediários: V, L, D.

Os fundamentais podem ser repetidos até 3 vezes e os intermediários não podem ser repetidos.

Também deverão ser dadas as regras para escrever os numerais e poderá ser trabalhado até 3999, na 3ª ou 4ª série, conforme o nível da turma.

Deverá ser salientada a aplicação dos numerais romanos , que atualmente é pequeno: numeração dos capítulos dos livros, mostradores de relógios, exprimir a ordem cronológica de papas, reis, etc.

A criança poderá ter a curiosidade de saber como se escreve um número maior que 3.999. Esta curiosidade deverá ser satisfeita explicando que um traço horizontal colocado sobre qualquer letra, aumenta seu valor mil vezes.

$\overline{V} = 5.000$ $\overline{XIV} = 14.000$

Uma atividade que poderá ser feita para a fixação dos numerais romanos é a utilização de palitos de fósforos, para representar os mesmos. Ex: III → III → 3 LVII → LVII → 57 XII → XII → 12

8.7. Numerais Ordinais

Deverá ser introduzida a noção de ordem através de situações reais, como posição do aluno em sua fileira na sala de aula, classificação em concursos, torneios, corridas, etc...

Já na 1ª série, a criança deverá identificar até o décimo numeral. Na 2ª, deverá identificar e escrever os numerais ordinais, dependendo do nível da turma até 29º. Na 3ª série deverá identificar e escrever por extenso até o milésimo numeral (dependendo da turma). A partir daí, na 4ª série, teremos a fixação destes numerais.

8.8. Operações Fundamentais

Iniciando-se o ensino das 4 operações na 1ª série, toda noção nova deverá sempre ser trabalhada muito no concreto, fazendo com que as crianças concluam as regrinhas. Toda aprendizagem deve partir da realidade do aluno, ser bem dosada e a criança deve estar pronta para receber tal noção a que nos propomos a ensinar.

Vamos desenvolver esta unidade de maneira bem prática,já com exemplos que poderão ser aplicados em sala de aula. Desenvolvemos cada operação em todas suas etapas, graduando as dificuldades sem nos preocuparmos com a seriação.

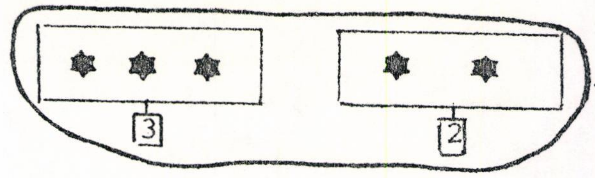
Adição

1ª Etapa:
- Material concreto (tampinhas, rolhas, etc...)
- Vamos fazer grupos (2 ou 3 alunos).
- Agora vocês receberão em cada grupo seu material.
- Cada grupo faça um agrupamento com 5 elementos.
- Agora vamos juntar os dois conjuntos, formando um só conjunto maior.
- Com quantos elementos ficamos neste novo conjunto?
- Notem bem: tínhamos 5 tampinhas
  juntamos 3 tampinhas
  ficamos com 8 tampinhas.

OBS: Esta 1a. etapa é trabalhada sem o aluno escrever nada, apenas no concreto, mesmo durante a aprendizagem dos numerais, devendo ser graduada conforme o aluno for aumentando sua aprendizagem.

2ª Etapa: Registro no caderno de aluno. Nesta etapa ele deve ter amplo domínio da escrita e identificação dos numerais que estão sento trabalhados.

Vejamos, agora, vamos fazer um desenho representando isto que vocês fizeram na classe (A professora deverá fazer no quadro e acompanhar depois o registro pelos alunos no caderno, auxiliando-os, quando for necessário).



— 5 ⟶ 2 + 3 = 5

Vejamos os símbolos que a professora usou.

- O que nós fizemos com as tampinhas?
  Juntamos.

Este juntar as tampinhas quer dizer somar e nós usamos o sinal (+) para representar; e o sinal (=) quer dizer igual, isto é, quer dizer que se juntarmos (somarmos) cinco mais três é igual a oito.

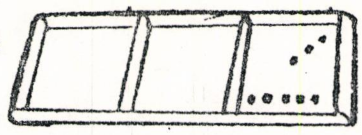
Nós então realizamos uma operação que chamaremos adição.

Nesta etapa a criança apenas faz no caderno o registro dos desenhos e a escrita dos numerais. O resto deverá ser trabalhado oralmetne, podendo ser ensinado mesmo durante o início da alfabetização.

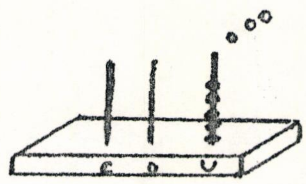
3ª. Etapa: A criança já deverá ter noção de unidades e dezenas. Deveremos utilizar a caixa dos números, o ábaco, as fichas e logo após o quadro valor de lugar.

Como sabemos que 5 elementos são cinco unidades e 3 elementos são três unidades, vamos representar isto:

Na caixinha



no ábaco



no quadro valor de lugar

C	D	U
		IIIII III
		IIIIIIII

+

C	D	U
		5 3
		8

+

Vejamos então: Operação: adição
Sinal da operação: +
Termos: parcelas
Resultado da operação: soma

A partir daí teremos a 4ª. etapa que seria a fixação já apenas fazendo a continha:

$$\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline 8 \end{array}$$

Durante a aprendizagem já poderão ser feitos pequenos problemas, envolvendo a adição, sempre graduando as dificuldades conforme a aprendizagem do aluno.

Na 1ª série poderá ser trabalhada a adição até um total de 99, cálculos com 2 ou 3 parcelas, sempre sem reserva.

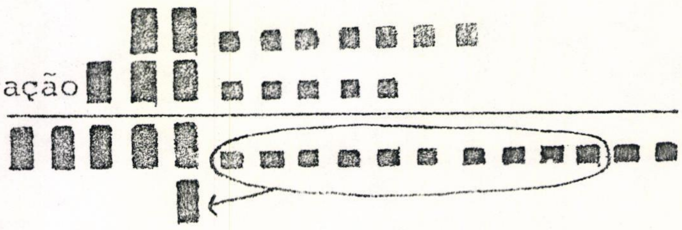
Adição com reserva deverá ser introduzida apenas na 2ª série.

ADIÇÃO COM RESERVA (ou reagrupamento)

Esta noção é dada a partir da 2ª série e o aluno deverá ter noção de unidade, dezena e centena.

Vamos ver um exemplo: seja resolver
$$\begin{array}{r} 27 \\ +35 \\ \hline \end{array}$$

1ª etapa: com as fichas:
Vamos representar a operação

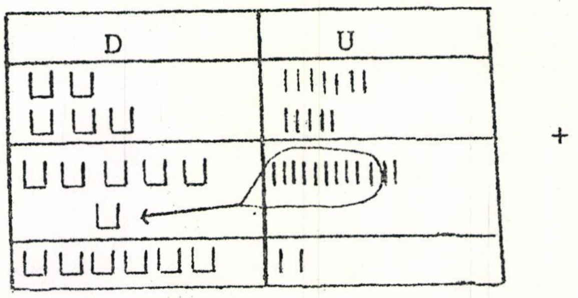


2ª etapa: Cartaz valor de lugar (a professora resolverá com o auxílio dos alunos, no quadro valor de lugar - utilizando o material indicado.

Para representar: uma unidade - 1 palito ou 1 ficha
uma dezena - 1 saquinho com 10 palitos dentro.
uma centena - 1 saco maior com 10 saquinhos dentro.

3ª etapa: registro no quadro de giz do que foi feito no quadro valor de lugar.

Sendo: 1 unidade I
1 dezena ⊔
1 centena ⊔⊔



- o aluno deverá tomar nota no caderno do que foi feito no quadro e o professor deverá fixar com exercícios do mesmo tipo.

4ª etapa: registro no quadro valor de lugar, utilizando numerais.

D	U
2 + 3	7 5
5 1	12 10+2
6	2

- deverá ser também registrado no caderno do aluno e logo após fixado com vários exercícios semelhantes.

5ª etapa: o cálculo direto

- registro no caderno e fixação com vários exercícios e aplicação em problemas.

```
   1
  27
+ 35 → 5+7=12=10+2
  62
```

O nome dos termos pode ser dado desde o início da aprendizagem de adição, mas apenas na 2ª série que a criança deverá escrevê-los por extenso.

A prova real da adição deverá ser dada logo após a aprendizagem da subtração, na 2ª série por ser a subtração a operação inversa da adição.

Cada dificuldade que for introduzida, deverá ser feita sempre seguindo todas as etapas.

PROPRIEDADES

Fechamento - vamos efetuar as adições:

2 + 5=	37 + 57=	237 + 124=
3 + 12=	21 + 39=	513 + 247=

Você notou que a soma de dois números naturais é sempre um número natural.

Essa é a propriedade fechamento.

Cumutativa - efetue as adições: 23 + 4= 4 + 23=

O que aconteceu? Você notou que a soma não se altera se trocarmos as parcelas?

Essa é a propriedade comutativa.

Elemento neutro - efetue as adições: 3 + 0= 0 + 3=

Você notou que o zero adicionado a qualquer número natural não altera esse número.

O zero é o elemento neutro da adição.

Associativa - efetue como está indicado:

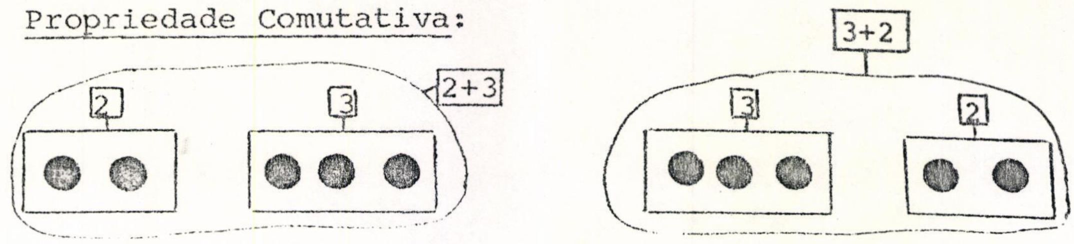
$(3+4) + 2 = 7 + 2 = 9$ $\qquad$ $3 + (4+2) = 3 + 6 = 9$

Você notou que podemos adicionar três números naturais associando as parcelas de maneiras diferentes e o resultado não se altera.

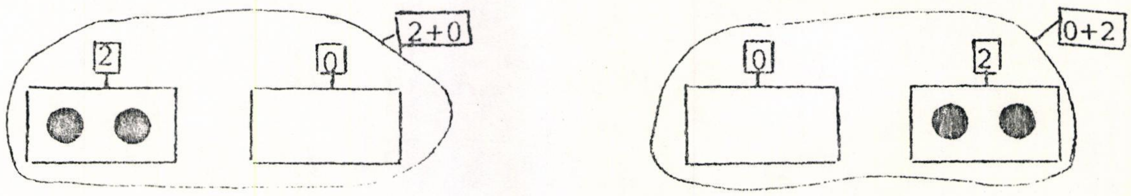
Essa é a propriedade associativa.

Veja a demonstração no concreto - realize conforme os desenhos.

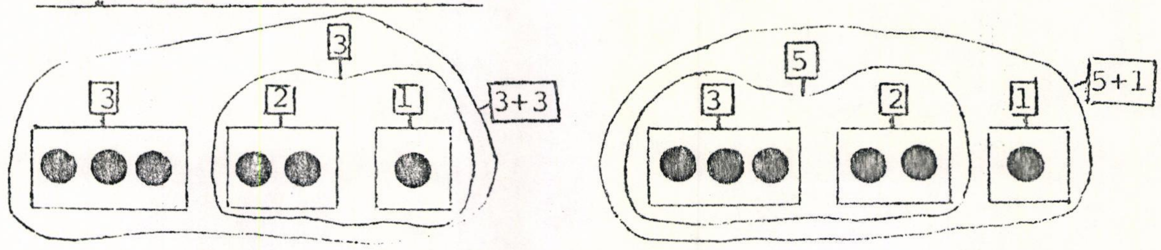
Propriedade Comutativa:



Propriedade Elemento Neutro:



Propriedade Associativa:



PROBLEMAS QUE ENVOLVEM ADIÇÃO

A cada dificuldade vencida poderão ser feitos problemas envolvendo aquela dificuldade.

Os problemas não deverão conter dados desnecessários, devem estar dentro da realidade.

O aluno deverá ser orientado para ler, refletir e interpretar o problema e somente após isto, montar e resolver o mesmo.

Todo problema deve ter uma resposta completa.

Vejamos um exemplo:

- O pai de Paulo é agricultor. Na safra deste ano ele colheu: 500 sacas de soja, 326 sacas de feijão e 847 sacas de milho. Ao todo, quantas sacas de cereais foram colhidas?

sacas de soja: 500
sacas de feijão: 326
sacas de milho: 847
total de sacas: 500+326+847 = 1673

Resposta: foram colhidas 1.673 sacas de cereais

Cálculos

$$\begin{array}{r} 500 \\ 326 \\ +\ 847 \\ \hline 1673 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO

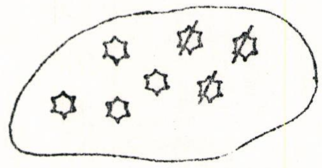
Como na adição, deve ser introduzida no concreto. O aluno trabalhando em sua classe com o seu material. O professor deve orientá-lo para que ele conclua, que subtrair é tirar.

Vejamos um exemplo:

- Vamos fazer grupos (2 ou 3 alunos);
- vocês trabalharão cada um com seu material;
- formem em suas classes um conjunto de 7 elementos;
- desse conjunto retirem 3 elementos;
- quantos elementos ficaram no conjunto?

Esta é a <u>primeira etapa</u>.

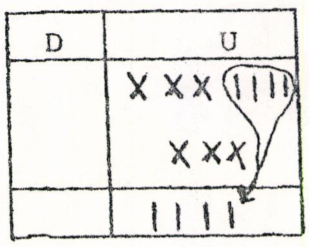
Vamos registrar o que vocês fizeram:



tinha: 7
retirei: 3
ficaram: 4

Esta é a <u>2ª. etapa</u>

Agora no quadro valor de lugar:



\-

D	U
	7
	3
	4

\-

Esta é a <u>3ª. etapa</u>.

Agora o cálculo direto:

$$\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$$

A aprendizagem da subtração também deve ser dosada. Na 1ª. série subtrações simples.

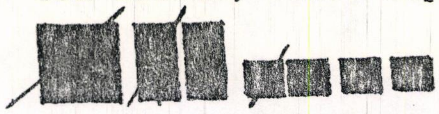
Subtrações com empréstimos, deverão ser dadas apenas na 2ª. série.

Vejamos um exemplo de subtração com números maiores, desenvolvendo todas as etapas:

Seja a subtração:

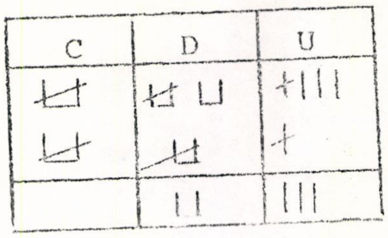
$$\begin{array}{r} 124 \\ -\ \underline{111} \end{array}$$

<u>1ª. etapa</u>: com fichas, vamos representar a operação:



<u>2ª. etapa</u>: quadro valor de lugar (material concreto), o professor realiza a operação com o auxílio dos alunos.

<u>3ª. etapa</u>: registro no quadro e logo após registro pelos alunos nos seus cadernos seguidos de fixação.



4ª. etapa: registro com numerais, seguido de fixação.

	C	D	U
	1	2	4
-	1	1	1
	0	1	3

5ª. etapa: cálculo direto:

$$\begin{array}{r} 124 \\ -\ \underline{111} \\ 013 \end{array}$$

logo: 124 - 111 = 13

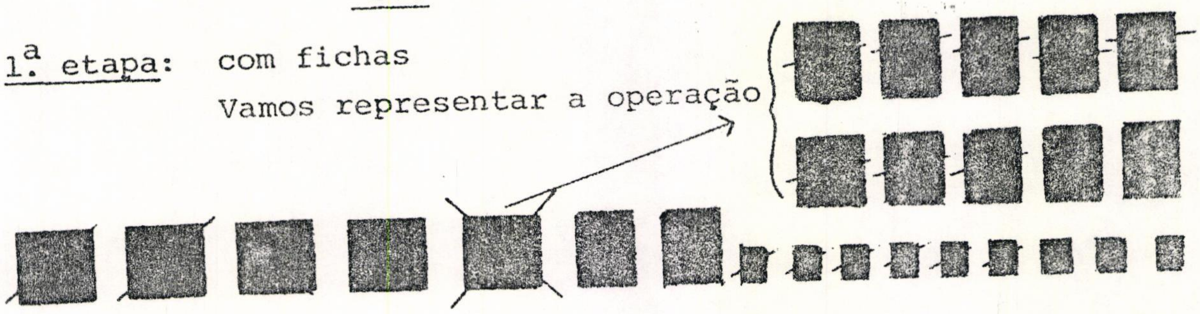
SUBTRAÇÃO COM REAGRUPAMENTO (ou empréstimo)

Seja:

$$\begin{array}{r} 529 \\ -\ \underline{286} \end{array}$$

1ª. etapa: com fichas

Vamos representar a operação



2ª. etapa: quadro valor de lugar (com o auxílio dos alunos).

3ª. etapa: registro no quadro

4ª. etapa: utilizando numerais

	C	D	U
-	~~5~~ 4 2	10 + 2 = 12 8	9 6
	2	4	3

5ª. etapa: cálculo direto

$$\begin{array}{r} 529 \\ -\ 286 \\ \hline 243 \end{array}$$

Logo após fixação. Cada dificuldade introduzida, deverão sempre serem seguidas as etapas.

PROPRIEDADES: a subtração não goza de propriedade.

Devemos satisfazer a curiosidade do aluno e mostrar concretamente a razão da subtração não gozar de propriedade. O professor inclusive poderá dramatizar com a classe. Por exemplo:

- João, eu vou te dar 3 laranjas;
- Quantas laranjas ganhastes?
- Agora eu quero que tu passes 5 laranjas para Maria;
- O que aconteceu?
- O que podemos concluir?
- De 3 não podemos tirar 5, isto é, 3 - 5, é impossível para a criança, logo ela irá concluir porque a subtração não goza da propriedade de fechamento.

De maneira semelhante mostraremos as outras propriedades.

Comutativa: 8 - 3 = 5 3 - 8 = ?

Elemento Neutro: 3 - 0 = 3 0 - 3 = ?

Associativa: 10 - (5-3) = 10 - 2 = 8
(10 - 5) - 3 = 5 - 3 = 2

$8 \neq 2$

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Como na adição, os problemas devem ser bem trabalhados . O professor deve fazer o aluno pensar antes de tentar resolver o problema direto, por mais simples que seja.

Vejamos um exemplo:

Um feirante trouxe para vender 480 laranjas. Vendeu 230 e 34 estragaram. Quantas laranjas o feirante levou de volta para casa?

total de laranjas: 480
laranjas vendidas: 230
restaram: 480 - 230= 250
laranjas estragadas: 34
restaram: 250 - 34= 216

Resposta: O feirante levou de volta 216 laranjas.

Cálculos

$$\begin{array}{r} 480 \\ -\ 230 \\ \hline 250 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 250 \\ -\ 34 \\ \hline 216 \end{array}$$

Este tipo de problema, mesmo simples, conduz ao raciocínio claro e preciso, desenvolvendo assim, gradativamente o pensamento lógico no educando.

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Trabalhadas as duas operações, a criança a partir da 3ª série, já está pronta para resolver expressões simples, que envolvam adição e subtração.

Por exemplo: $50-10+20-40 = 40+20-40 = 60-40 = 20$

A partir da 2ª série, após trabalhar com todas as dificuldades da adição e da subtração, podemos efetuar a prova real das operações, isto porque uma operação é o inverso da outra.

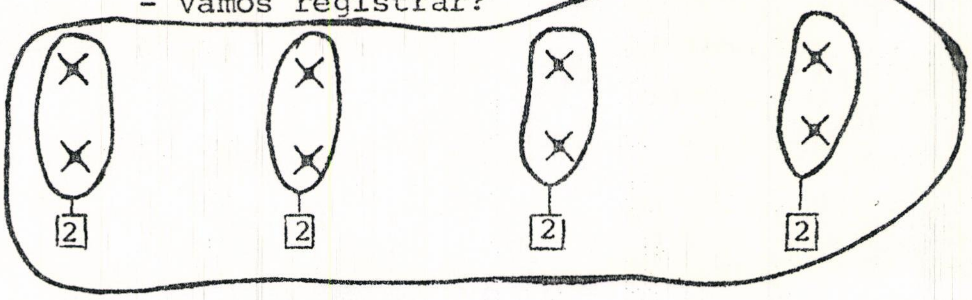
MULTIPLICAÇÃO

Já a partir da 1ª série, podemos trabalhar com a multiplicação, dependendo do domínio dos conhecimentos dos alunos sobre a adição de números naturais.

O professor deve trabalhar em primeiro lugar no concreto, fazendo com que o aluno forme o conceito de multiplicar.

Veremos agora alguns exemplos de como introduzir a multiplicação.

- Vamos trabalhar em grupos?
- Cada grupo deve trabalhar com seu material.
- Vamos fazer 4 conjuntos com 2 elementos cada.
- Em cada conjunto, quantos elementos? Quantos conjuntos? E agora juntando quanto temos?
- Qual a operação utilizada?
- Adição de parcelas iguais, que é uma multiplicação.
- Vamos registrar?



$\boxed{2+2+2+2} \rightarrow \boxed{8} \rightarrow \boxed{4 \times 2 = 8}$

Operação - multiplicação
Sinal - X
Termos - fatores

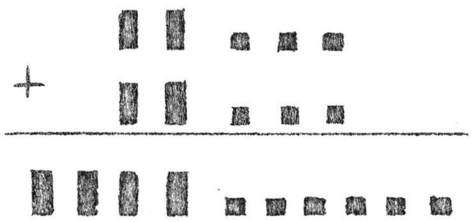
Resultado - produto

Exemplo: seja a multiplicação 2 x 23, armando temos $\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array}$

vamos transformá-lo numa adição de parcelas iguais $\begin{array}{r} 23 \\ +\ 23 \\ \hline \end{array}$

Temos as etapas.

<u>1ª etapa:</u> fichas



<u>2ª etapa:</u> quadro valor de lugar (trabalhar com material concreto).

<u>3ª etapa:</u> registrar no quadro (alunos copiam no caderno).

$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 23 \\ +23 \\ \hline \end{array}$

D	U
⊔ ⊔	|||
⊔ ⊔	|||
⊔⊔⊔ ⊔	||||||

<u>4ª etapa:</u> registrar com numerais.

	D	U
	2	3
+	2	3
	4	6

<u>5ª etapa:</u> cálculo direto. $\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 2 \\ \hline 46 \end{array}$

<u>PROPRIEDADES:</u>

Demonstra-se da mesma maneira que a adição.

<u>Fechamento:</u> dois números naturais multiplicados, resultam sempre um número natural.

2x3= 6; 53x4= 212; 1002x3= 3006; etc...

<u>Comutativa:</u> 2x3 = 3x2

6 = 6

<u>Elemento neutro:</u> 2x1 = 1x2 = 2

<u>Associativa:</u> 2x(3x4) = (2x3)x4

2x 12 = 6 x4

24 = 24

Distributiva da Multiplicação em relação à:

a) Adição: 2x(3+5) = 2x3 + 2x5

2x 8 = 6 + 10

16 = 16

ou

(3+5)x2 = 3x2 + 5x2

8 x2 = 6 + 10

16 = 16

Prova: 2x(3+5) = 3+5 + 3+5 = 3+3 + 5+5

2x3 + 2x5

b) Subtração: 2x(5-3) = 2x5 - 2x3

2x 2 = 10 - 6

4 = 4

ou

(5-3)x2 = 5x2 - 3x2

2 x2 = 10 - 6

4 = 4

Prova: 2x(5-3) = 5-3 + 5-3 = 5+5 - 3+3

2x5 - 2x3

Multiplicação com dois algarismos no multiplicador: devemos decompor o número e aplicar a propriedade distributiva.

113x25=113x(20+5)=113x20 + 113x5

$$\begin{array}{r} 113 \\ \times\ 20 \\ \hline 2260 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 113 \\ \times\ 5 \\ \hline 565 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2260 \\ +\ 565 \\ \hline 2825 \end{array}$$

logo: 113x25 = 2825

$$\begin{array}{r} 113 \\ \times\ 25 \\ \hline 565 \\ 226- \\ \hline 2825 \end{array}$$

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segue-se a mesma orientação da adição e subtração.

Vejamos um exemplo:

João colheu 4 cestos de uva. Em cada cesto havia 25 quilos. Quantos quilos de uva João colheu?

total de cestos: 4

quantidade de quilos por cesto: 25

total de quilos: 4x25 = 100

Resposta: João colheu 100 quilos de uva.

Cálculos

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 4 \\ \hline 100 \end{array}$$

TERMOS DE MULTIPLICAÇÃO

Os termos da multiplicação e a prova real podem ser ensinados a partir da 3ª série.

A prova real após a aprendizagem da divisão.

Termos da multiplicação	Prova real
24 → multiplicando	24
x 2 → multiplicador	x 2
48 → produto	48 → 48 | 2
	4 24
	08
	8
	0

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Poderão ser introduzidas através de problemas orais, proporcionando ao aluno a capacidade de calcular mentalmente.

Exemplo 1: Tinha 3 cestos, em cada cesto 10 laranjas, ganhei mais 15. Fiquei com .... laranjas.

Expressão numérica: 3x10+15=30+15=45

Exemplo 2: 6x7-2=42-2 = 40

Exemplo 3: 2x7+6x3=14+18 = 32

MULTIPLICAÇÃO POR 10,100 ou 1000

Deve ser introduzida efetuando-se as multiplicações, de modo que o aluno conclua e formule a regra prática, concluindo que é desnecessário realizar o cálculo para se obter o resultado, bastando aplicar a regra: Para multiplicar por 10,100 ou 1000, acrescenta-se ao número multiplicado 1, 2 ou 3 zeros respectivamente.

Exemplos: 32 x 10 = 320

25 x 100 = 2500

125 x 1000 = 125000

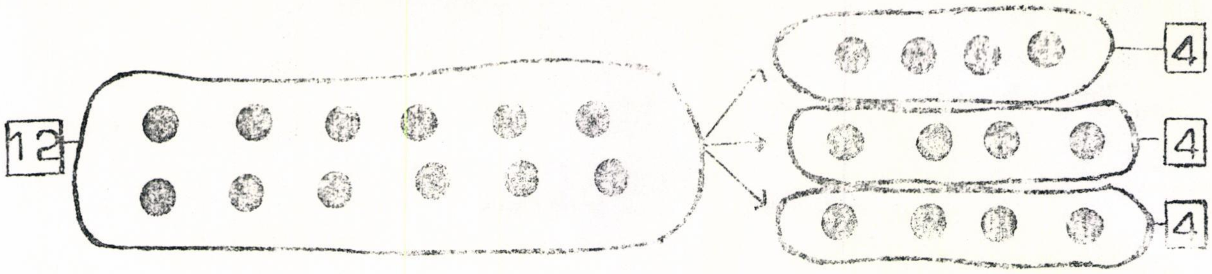
Falta ÷ planeada

DIVISÃO

Na 1ª série, poderá ser dada a noção de divisão, no concreto, com atividades dentro da realidade do aluno, baseando-se na idéia de repartir.

Na 2ª série, poderemos trabalhar da seguinte forma:

- Vamos formar grupos, cada grupo trabalha com seu material.
- Formar em cada grupo um conjunto de 12 elementos.
- Agora repartir estes elementos em 3 conjuntos iguais.
- Quantos elementos deu para cada conjunto? 4
- O que realizamos? Repartimos. Que operação? Divisão.
- Vamos registrar:



Pense: Qual o número que multiplicado por 3 resulta 12?
4, pois 4 x 3 = 12, então 12 ÷ 3 = 4, representamos:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline -12 & 4 \longrightarrow 4 \times 3 = 12 \\ 0 & \end{array}$$

O nome dos termos e a prova real da divisão podem ser dados a partir da 3ª série.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \longrightarrow \text{DIVISOR} \\ \hline -12 & 4 \longrightarrow \text{QUOCIENTE} \\ 0 & \end{array}$$

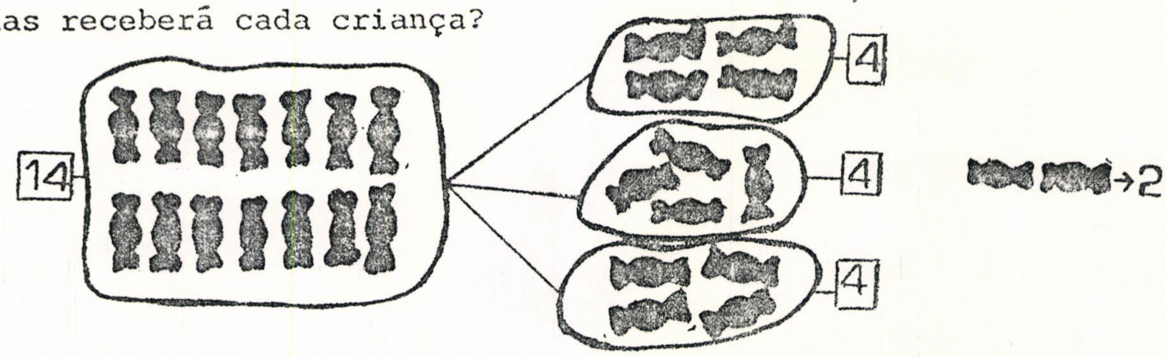
12 → DIVIDENDO; 0 → RESTO

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline -12 & 4 \longrightarrow 4 \times 3 = 12 \\ 0 & \end{array}$$

DIVISÃO COM RESTO (não exata)

Introduzir através de atividades práticas, tais como:

- Temos 14 balas e quero repartir entre 3 crianças. Quantas balas receberá cada criança?



O que aconteceu? - Cada uma recebeu 4 balas e restaram 2.

- Temos aí uma divisão que não é exata.

$$\begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \hline -12 & 4 \qquad 3 \times 4 = 12 \\ 2 & \end{array}$$

Prova real:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \hline -12 & 4 \\ 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 3 & \longrightarrow \text{divisor} \\ \times\ 4 & \longrightarrow \text{quociente} \\ \hline 12 & \\ +2 & \longrightarrow \text{resto} \\ \hline 14 & \longrightarrow \text{dividendo} \end{array}$$

INTRODUÇÃO DA DIVISÃO ATRAVÉS DE FICHAS (2ª série)

A ficha ■ vale 1 centena = 100 unidades = 10 dezenas.

A ficha ▮ vale 1 dezena = 10 unidades.

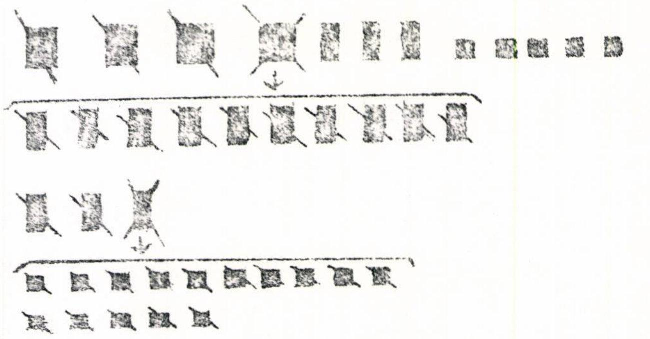
A ficha ▪ vale 1 unidade.

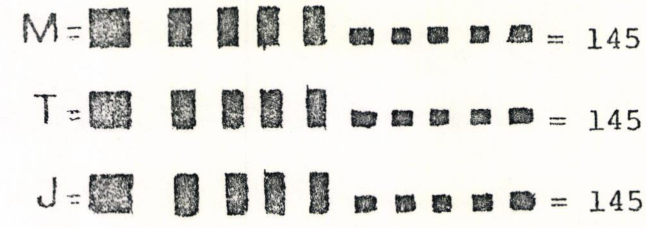
Vamos resolver o problema: Tenho 435 figurinhas. Quero repartir entre Maria, Teresa e Joana. Quantas figurinhas cada uma receberá ?

- Temos 435 figurinhas para repartir entre 3 crianças.

$$435 \begin{cases} \to \text{Joana} \\ \to \text{Teresa} \\ \to \text{Maria} \end{cases}$$

Vamos representar e realizar esta operação com fichas.





Então: 435 ÷ 3 = 145

```
435 |_3____
 3    1 4 5
 -    C D U
 13
-12
  15
  15
   0
```

R: Cada uma da criança receberá 145 figurinhas.

DIVISÃO POR 10, 100 ou 1000

Deverá ser introduzida da mesma maneira que a multiplicação, para que a criança conclua a regra: Para dividir um número por 10, 100 ou 1000, basta cancelar 1, 2 ou 3 zeros respectivamente.

Exemplos:

30 ÷ 10 = 3 200 ÷ 100 = 2 2.000 ÷ 1000 = 2$\not{0}$

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Introduzir da mesma maneira que na multiplicação.

Ex. 1 - Tinha 12 laranjas. Dividi entre Diego, Fausto e Vladimir. Depois colhi mais 5, que dei para o Fausto. Quantas laranjas Fausto ganhou?

$\underline{12 \div 3} + 5 = 4 + 5 = 9$

Ex. 2 - $\underline{2 \times 10} \div 4 = 20 - 4 = 5$

Ex. 3 - $20 - \underline{6 \div 2} = 20 - 3 = 17$

Ex. 3 - $\underline{60 \div 10} \times 3 = 6 \times 3 = 18$

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Como nas demais operações, os problemas envolvendo divisões devem ser desenvolvidos proporcionando ao aluno uma real interpretação dos dados para só então resolvê-los corretamente.

Ex: Um professor quer colocar 450 bandeirinhas no pátio da escola. Ele vai distribuí-las, igualmente, em 5 fios. Quantas bandeirinhas irão em cada fio?

Quantidade de bandeirinhas: 450

Quantos fios: 5

Quantidade de bandeirinhas em cada fio:

$450 \div 5 = 90$

R: Em cada fio irão 90 bandeirinhas.

Cálculos:

$$\begin{array}{r|l} 450 & 5 \\ \cline{2-2} -\underline{45} & 90 \\ 000 & \end{array}$$

<u>Sentenças matemáticas expressas por uma igualdade:</u>

Pode ser introduzida através de atividades, tais como:

Pedir para um aluno: - Pense num número, some 5 a esse número.

- Qual o resultado? Ex: 24
- Então o número pensado foi 19.

Como foi descoberto o número? Vejamos:

Seja o número igual a $\square$

$\square + 5 = 24$ (qual o número que somado com 5 resulta 24?)

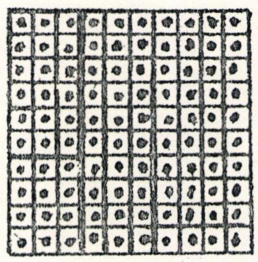
$\boxed{19} + 5 = 24$, logo $\square = 19$ O número pensado foi 19.

<u>O ENSINO DA TABUADA</u>

Ao introduzir, na 2ª série, o ensino da tabuada é imprescindível que o professor realize atividades no concreto diversificadas para cada número estudado, de tal maneira que o aluno compreenda a operação que está realizando. Desta meneira ele terá condições de memorizar com compreensão, através das atividades e fixação.

Como atividades de fixação sugerimos:

6x3



1. Pano de multiplicar: pano xadrez, 10 quadrados por 10 quadrados, em cada quadro um botão ou material similar.
2. Dominó, bingo, quebra-cabeça, baralho didático, todos envolvendo cálculos de tabuada.

8.9. Problemas - Como Resolvê-los?

Problemas significam dificuldade, portanto resolver um problema matemático significa superar as dificuldades, a procura de um resultado, através da aplicação de operações e relações aritméticas adequadas.

Como a resolução de problemas exige reflexão com compreensão, requer da criança uma maior atenção. Ao professor compete proporcionar condições, para que no resolver problemas, a criança sinta-se segura e capaz. É importante que ele considere o interesse dos alunos, suas experiências de vida e os motive na resolução de problemas relacionados com o real, que sejam de utilidade prática e envolvam atividades lúdicas.

Através de um diálogo simulado entre um professor e um aluno, Polya, em seu livro "A arte de resolver problemas" analisa detalhadamente as fases de resolução de um problema:

FAMILIARIZAÇÃO:

- Por onde começar? Pelo enunciado.
- Que posso fazer? Visualize o problema como um todo.
- Qual a vantagem em assim proceder? Estimula a memória e propicia a recordação de pontos relevantes.

APERFEIÇOAMENTO DA COMPREENSÃO:

- Por onde começar? Pelo enunciado, até que ele fique bem claro.
- Que posso fazer? Isole as partes principais do problema:
  - Hipótese e Conclusão: partes principais de um problema de demonstração.
  - Incógnita, dados, condicionante: partes principais de um problema de determinação.
- Qual a vantagem de proceder assim? Preparar e clarificar detalhes que mais tarde desempenharão uma função.

PROCURE UMA IDÉIA PROVEITOSA:

- Por onde começar? Pelo exame das partes principais do problema.
- Que fazer? Considere o problema sobre vários pontos de vista.
- Que posso perceber? Uma idéia proveitosa, talvez decisiva para a resolução do problema.
- Como pode uma idéia ser proveitosa? quando mostra todo caminho ou parte dele, ou sugere como prosseguir.
- Que posso fazer com uma idéia incompleta? Levá-la em consideração. Tente aproveitá-la.
- Qual a vantagem em tornar a fazer isso? É possível que tenha sorte e lhe surja uma idéia, que talvez o leve a solução.

EXECUÇÃO DO PLANO:

- Por onde começar? Pela idéia feliz que o levou a solução.
- Que posso fazer? Assegure seu domínio. Efetue todas as operações viáveis. Verifique a correção de cada passo.
- Qual a vantagem em assim proceder? a apresentação da resolução,na

qual cada passo está correto.

RETROSPECTO:

- Por onde começar? Pela resolução completa de todos os detalhes.
- Que posso fazer? Considere a resolução sob vários ângulos. Analise-os. Examine o método que o levou à resolução. Analise o resultado e tente utilizá-lo em outros problemas.
- Qual a vantagem em assim proceder? Poderá encontrar uma solução melhor, que descubra fatos novos e interessantes. Dessa forma desenvolverá a sua capacidade de resolver problemas.

Temos aí uma sugestão a seguir para a resolução de problemas com compreensão.

PROBLEMAS COM OPERAÇÕES COMBINADAS

Devem ser desenvolvidos seguindo as etapas acima sugeri

Ex: Na festa de aniversário da escola, foram compradas 5 dúzias de balões vermelhos, meio cento de balões azuis e 4 dúzias de balões brancos. Durante a festa estouraram 20 balões vermelhos, 24 azuis e 14 brancos. O que restou foi repartido entre 25 crianças. Quantos balões recebeu cada criança?

- Quantia de balões vermelhos: 5 dúzias= 5x12=60
- Quantia de balões azuis: meio cento = 50
- Quantia de balões brancos: 4 dúzias= 4x12=48
- Quantia total de balões: 60 + 50 + 48 = 158
- Quantia que estourou: 20 + 24 + 14 = 58
- Quantia que restou: 158 - 58 = 100
- Número de crianças: 25
- Quantia de balões para cada um: 100 ÷ 25 = 4

R: Cada criança recebeu 4 balões.

Cálculos:

$$\begin{array}{r}12\\ \times 5\\ \hline 60\end{array} \qquad \begin{array}{r}12\\ \times 4\\ \hline 48\end{array}$$

$$\begin{array}{r}60\\ 50\\ +\,48\\ \hline 158\end{array} \qquad \begin{array}{r}20\\ 24\\ +14\\ \hline 58\end{array} \qquad \begin{array}{r}158\\ -58\\ \hline 100\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}100 & 25\\ \cancel{100} & 4\\ 020 & \\ \cancel{-20} & \\ \cancel{00} & \end{array}$$

PROBLEMAS DE ESTRUTURA

São os problemas que envolvem o termo desconhecido. Pode ser introduzido fazendo exemplos orais com os próprios alunos.

Ex: A idade de Fabiana aumentada de 12 anos, é igual 21 anos. Qual é a idade de Fabiana?

- A idade de Fabiana: $\square$ (usamos $\square$ pois não sabemos quanto é)
- Aumentada de 12 anos: $\square$ + 12
- Sentença matemática: $\square$ + 12 = 21 (qual o número que somado com 12 é igual a 21?)

$\boxed{9}$ + 12 = 21 , logo: $\square$ = 9

R: A idade de Fabiana é 9 anos.

PROBLEMAS ESTORIADOS

É outro recurso que o professor pode utilizar para motivar o aluno a resolver problemas; consiste em colocar situações de problemas em pequenas estórias que deverão envolver elementos simples e de conhecimento da criança. Surge aí a possibilidade de integrar com outras disciplinas, conforme a situação de aprendizagem.

Existem várias opções que podem ser usadas, as próprias estórias infantis, estórias em quadrinho, gravuras, cartazes, confecção de painéis, levantamento de dados através de visitas a cooperativas, lojas, supermercados, etc...

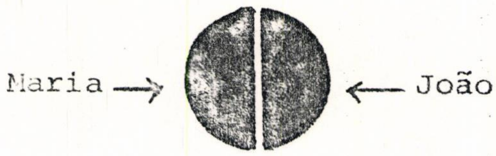
Este tipo de problema pode ser trabalhado fazendo com que o aluno crie os seus exemplos próprios e os resolva. Isto pode ser feito em grupos ou individualmente.

8.10. Números Racionais

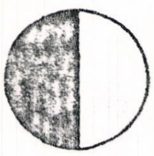
Para introduzir a noção de fração, podemos utilizar massa de modelar, que poderá ser feita pela própria criança.

A noção de inteiro, 1/2, 1/3 e 1/4 já poderá ser dada na 2ª série, através de atividades práticas como:

- vamos devidir a sala em grupos de 2, 3 ou 4 alunos, cada grupo recebe massa de modelar;
- com esta massa, agora vocês farão um bolo;
- pronto? Então com o auxílio de uma régua, dividam o bolo de maneira que cada componente do grupo receba uma parte;
- cuidado, todos devem receber partes iguais;
- o grupo onde há dois elementos, como dividiu o bolo? Em duas partes iguais.
- Cada elemento recebeu? - Uma das duas partes.
- Vamos representar isto no quadro.



Maria recebeu uma das duas partes em que foi dividido o inteiro, isto é, recebeu 1/2 do todo.



$\frac{1}{2}$

Vejam: o 2 indica que o total foi dividido em duas partes (denominador).
O 1 indica que cada um recebeu uma das duas partes (numerador).

Fazer o mesmo estudo com os grupos de 3 elementos (1/3) e os grupos de 4 elementos (1/4).

MATERIAIS QUE PODEM SER USADOS PARA ESTUDO DAS FRAÇÕES

1. Massa de modelar.

2. Discos de cartolina forrados com pelúcia (para fazer super posição), representando o inteiro, meios, terços, quartos, sextos e oitavos.

3. Quadro de equivalência.

4. Frac-soma - material didático fabricado pela Fábrica Casquinha - Campo Bom.

5. Caixa de frações: uma caixa contendo tiras de papel, representando o inteiro e todas as frações até 1/10 (confeccionados pelos alunos).

6. Papel transparente, com dois retângulos congruentes, um dividido em quartos e outro dividido em quintos (verticalmente um deles e horizontalmente o outro).

Receita da massa de modelar

Ingredientes: 1 xícara de sal; 1 xícara de farinha de trigo e água.

Modo de fazer: misturar a farinha e o sal, acrescentar água bem devagar e mechendo sem parar, até que a massa fique consistente e não grude na sua mão.

Para conservar por mais tempo, guarde em saco plástico na geladeira.

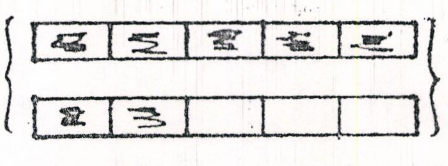
Explorar + "como" fazer atividades com os materiais citados

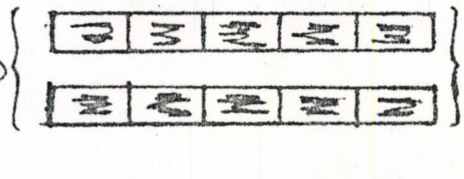
TIPOS DE FRAÇÕES

Utilizando fichas de cartolina ou de papel, os alunos farão a representação de diversas frações, concluindo as diferenças entre elas. Logo após, representar as frações através de desenhos, fazendo sua classificação e concluindo as regras para diferenciá-las.

Por exemplo: representando as frações

$\frac{3}{5} \rightarrow$  $\rightarrow \frac{3}{5}$ fração própria, pois é menor que o inteiro.

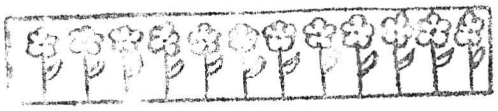
$\frac{7}{5} \rightarrow$  $\rightarrow \frac{5}{5}$, $\rightarrow \frac{2}{5}$ $\rightarrow \frac{5}{5}+\frac{2}{5}=1+\frac{2}{5}$ fração imprópria, pois contém mais que um inteiro.

$\frac{10}{5} \rightarrow$  $\rightarrow \frac{5}{5}$, $\rightarrow \frac{5}{5}$ $\rightarrow \frac{5}{5}+\frac{5}{5}=1+1=2$ fração aparente, pois representa um ou mais inteiros.

FRAÇÕES DE UM NÚMERO

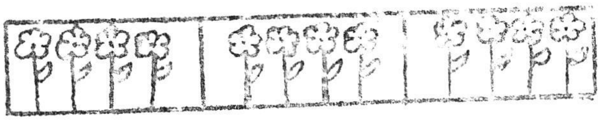
Pode ser introduzida através do exemplo:

- vamos fazer um conjunto de 12 elementos.



- Dividam neste conjunto em três conjuntos iguais. Cada porção em que ficou dividido o todo, o que representa? 1/3

- Então, quanto é 1/3 de 12? 4



como resolver este problema?

$\frac{1}{3}$ de 12 = 12 : 3 = 4

E se fosse 2/3 de 12?

$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ 4 + 4 ou 2 x 4

então $\frac{2}{3}$ de 12 = (12:3) x 2 = 4 x 2 = 8, logo $\frac{2}{3}$ de 12 = 8

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Introduzir através de fichas, ou da caixa de frações.

Sugestão de atividades.

Agora vamos comparar

1/4

2/4

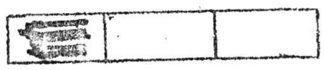
3/4

- Qual a maior fração? 3/4
- Como são os denominadores? Iguais
- Que conclusão você chegou?

$\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

Logo: quando os denominadores são iguais, maior é a fração que tem maior numerador.

1/2



1/3

1/4

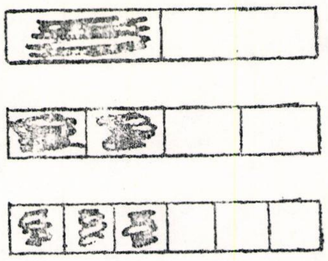
- Qual a maior fração? 1/2
- Como são os numeradores? Iguais.
- Que conclusão você chegou? $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

Logo: quando os numeradores são iguais, maior é a fração que tem menor denominador.

FRAÇÕES EQUIVALENTES

Introduzir com discos, fichas, frac-soma, caixa de frações...

Represente com seu material estas frações:



1/2

2/4

3/6

O que você observou?

- Todas estas frações representam a mesma porção do inteiro, por isto, elas são ditas equivalentes.

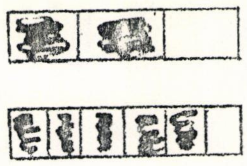
Utilizar o flanelógrafo com as figuras geométricas, para fazer as equivalências.

É importante que o professor proporcione ao aluno a compreensão do princípio que rege a construção do conceito de frações equivalentes, que serão aplicados não somente nas operações com números fracionários, mas também em conteúdos como, razão, proporção, etc...

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES

Trabalhar com o quadro de equivalência.

Qual a maior fração, 2/3 ou 5/6 ?



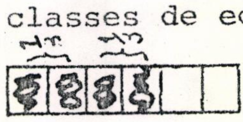
2/3

?

5/6

Vamos construir as classes de equivalência:

C.E. $\left\{\frac{2}{3}\right\} = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \dots\right\}$



2/3 = 4/6

C.E. $\left\{\frac{5}{6}\right\} = \left\{\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \dots\right\}$

5/6

podemos concluir que $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$

logo: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

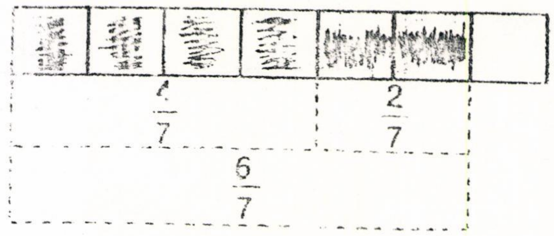
OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Pré-requisitos: domínio do M.M.C.; conceito de frações equivalentes; formação de classes de equivalência.

ADIÇÃO DE FRAÇÕES

a) Denominadores iguais:

- Usar flanelógrafo com os discos, efetuando várias operações com o auxílio das crianças.
- Atividade no quadro: vamos efetuar



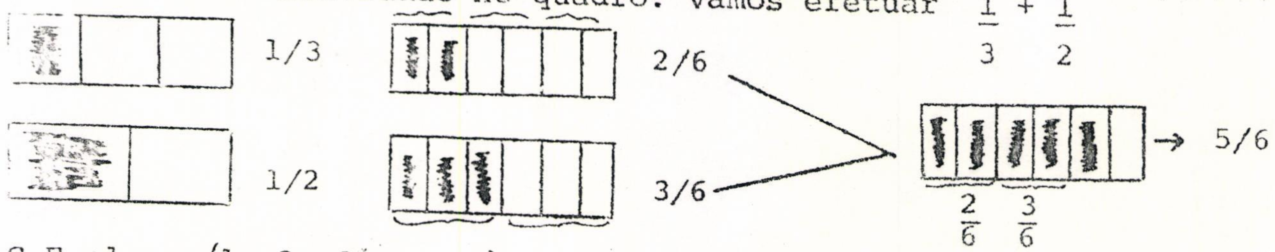
$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

Que conclusão você chegou? Para adicionar frações de denominadores iguais, basta somar os numeradores e conservar o denominador.

b) <u>Denominadores diferentes:</u>

- Usar flanelógrafo com figuras geométricas para mostrar as equivalências, efetuando várias operações com o auxílio das crianças.

Atividade no quadro: vamos efetuar $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$



$C.E.\left(\frac{1}{3}\right) = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \ldots\right\}$ $\qquad$ $C.E.\left(\frac{1}{2}\right) = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \ldots\right\}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{6:3x1}{6} + \frac{6:2x1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

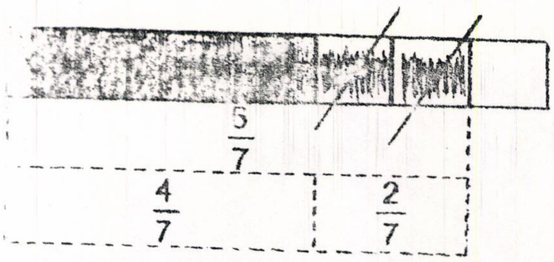
Que conclusão você chegou? Para adicionar frações de denominadores diferentes, devemos encontrar as frações equivalentes com o mesmo denominador e efetuar a adição ou pelo dispositivo prático, achar o m.m.c. entre os denominadores, encontrar as frações equivalentes efetuando a adição.

<u>SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES</u>

Usar flanelógrafo com figuras geométricas para mostrar a subtração com denominadores iguais e depois com denominadores diferentes. Aplica-se o mesmo processo que na adição.

a) <u>Denominadores iguais:</u>

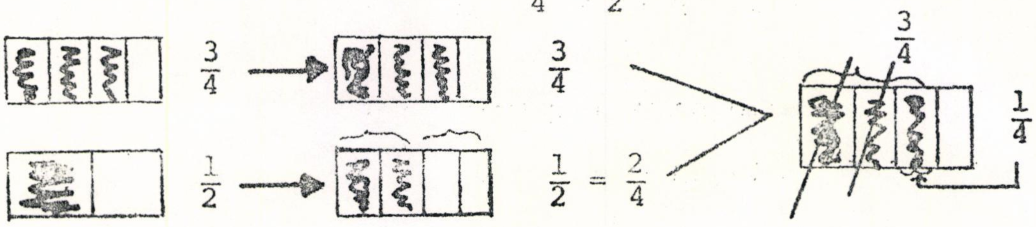
Vamos efetuar a operação:



$$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

b) Denominadores diferentes:

Vamos efetuar a operação: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$$

C.E. $\left(\frac{3}{4}\right) = \left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \ldots\right\}$ C.E. $\left(\frac{1}{2}\right) = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \ldots\right\}$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{(4:4)x3}{4} - \frac{(4:2)x1}{4} = \frac{1x3}{4} - \frac{2x1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

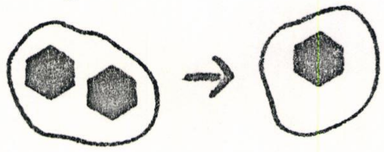
MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES

Usando flanelógrafo com figuras geométricas, desenvolver os exemplos abaixo.

1. Fração por um número

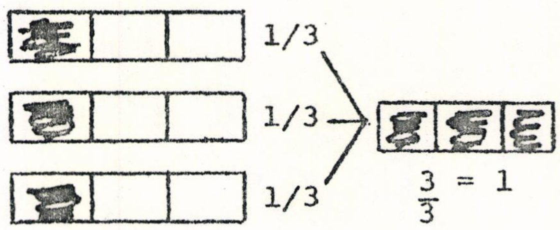
$\frac{1}{2}$ de 2 → $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

$\frac{1}{2}$ de



2. Um número por fração

$3 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$



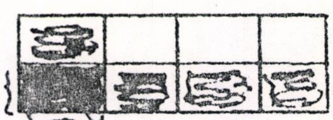
3. Fração por fração

Utilizar papel transparente com dois retângulos congruentes, um dividido em meios e o outro dividido em quartos (verticalmente um deles e horizontalmente o outro).

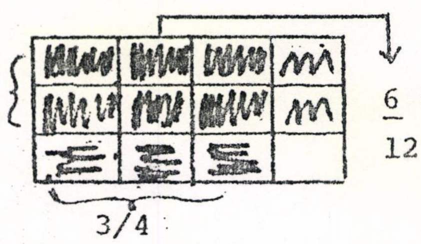
Tomem o papel transparente, no retângulo que está dividido em meios, pinte 1/2 de azul; no retângulo que está dividido em quartos, pinte 1/4 em vermelho. Sobreponha os retângulos. Que fração dos dois retângulos é comum ao 1/2 e ao 1/4 do inteiro? O que você observa? 1/2 de 1/4 e 1/4 de 1/2 formam a mesma fração: 1/8, então 1/2 de 1/4 = 1/4 de 1/2 = 1/2 x 1/4 = 1/8.

Vamos representar no caderno o que vocês fizeram com o papel transparente.

1/2



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$



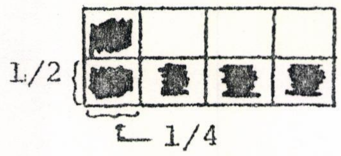
$\frac{6}{12} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

2/3 de 3/4 2/3 x 3/4 = $\frac{2x3}{3x4}$ = 6/12

DIVISÃO DE FRAÇÕES

Usar flanelógrafo com figuras geométricas, para desenvolver atividades como: Vamos efetuar $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$

Representando as frações:



O todo ficou dividido em 8 partes: então $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ e $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

$\left.\begin{array}{l}\text{e 1/2 são 4 pedacinhos do todo}\\ \text{1/4 são 2 pedacinhos do todo}\end{array}\right\} \rightarrow$ logo 1/4 está 2 vezes dentro de 1/2, e

$\rightarrow \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{1 \times 4}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2$

Dispositivo prático: para dividir frações, multiplica-se a primeira pela segunda invertida.

FRAÇÕES DECIMAIS - Número Decimal

Os números decimais, nada mais são do que uma nova representação de frações com denominadores expressos por potências de 10.

Vejam estas frações: 1/10, 1/100, 1/1000, elas são chamadas frações decimais, pois seus denominadores são 10, 100 e 1000 e podem ser transformadas em números decimais.

Para introdução dos números decimais, o professor pode usar como instrumento o quadro valor de lugar (q.v.l.), tanto para a escrita, como para a operacionalização.

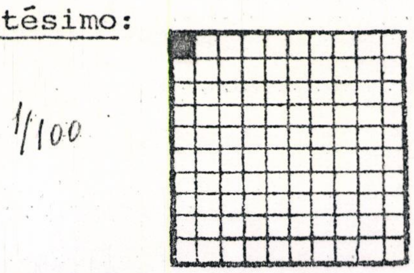
Vejamos os exemplos: representar

1. Décimo:

C	D	U	d
		0	1

logo 1/10 = 0,1

2. Centésimo:



C	D	U	d	c
		0	0	1

logo 1/100 = 0,01

3. Milésimo:

$\frac{1}{1000} \rightarrow$

C	D	U	d	c	m
		0	0	0	1

logo 1/1000=0,001

Representação Fracionária

Exemplo:

6/10 = 0,6

27/100= 0,27

23/10 = 2,3

Representação Decimal

C	D	U	d	c	m
		0	6		
		0	2	7	
		2	3		

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

Para trabalhar as operações com números decimais, o professor deve ter o cuidado de seguir passo a passo, o processo que leva aos princípios que regem os mesmos, ao mesmo tempo, deve evitar dar regras prontas, oferecendo ao aluno instrumentos para que elas possam ser descobertas e manipuladas. Só então o aluno terá condições de saber o que faz e por que o faz.

É importante o aluno dominar este conteúdo, pois ele é um pré-requisito para a aprendizagem do sistema de medidas.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Desenvolvimento:

- Tomem os números decimais 1,24 e 2,33 e coloque-os no q.v.l..
- Descubra como se realiza a adição entre eles, e dê o resultado da operação.
- Através da operação inversa da adição, volte ao estado inicial.
- Que operação foi realizada?
- Explique como se realizam as operações: adição e subtração de números decimais e elabore as regras correspondentes.
- Verificando as operações realizadas:

	D	U	d	c
		1	2	4
+		2	3	3
		3	5	7

	D	U	d	c
		3	5	7
-		2	3	3
		1	2	4

Regra: Para adicionar ou subtrair números decimais, coloca-se vírgula embaixo de vírgula, igualam-se as casas decimais, acrescentando zeros e procede-se a operação indicada.

Observação: O professor deve realizar muitas atividades, aproveitando situações vividas ou criadas pelos alunos. Uma sugestão é que os alunos elaborem seus próprios problemas.

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Podemos realizar a multiplicação de números decimais, transformando-os em frações decimais, após realizar a operação voltar a número decimal.

Exemplo: $1,2 \times 3,21 = 12/10 \times 321/100 = 3852/1000 = 3,852$.

Ou então, resolve-se a multiplicação como se fossem números inteiros, a seguir contam-se as ordens decimais dos fatores e separam-se, no produto, a partir da direita o mesmo número de ordens, colocando-se a vírgula.

$3,\underbrace{21}_{\text{2 casas}} \times 1,\underbrace{2}_{\text{1 casa}} = 3,\underbrace{852}_{\text{três casas decimais}}$

DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

A divisão deve ser trabalhada, graduando-se as dificuldades.

Podemos realizar a divisão de números decimais, transformando-os em frações decimais, após realizar a operação voltar a número decimal.

$7,2 : 2,4 = 72/10 : 24/10 = 72/10 \times 10/24 = 720/240 = 3$

Ou então, resolve-se a divisão cortando-se as vírgulas, após igualar as casas decimais, como se fossem números inteiros.

```
7,2:2,4 → 7,2 |2,4
          7 2   3
          0 0
```

No caso da divisão: 6,24 : 1,2

```
6,24  |1,20
6 00   5,2
  240  ← acrescenta-se o zero, após
  240    ter colocado vírgula no quo-
  000    ciente, para continuar a
         divisão.
```

MULTIPLICAÇÃO POR 10, 100 ou 1000

Através de exemplos, efetuando-se as multiplicações fazer com que o aluno conclua as regras.

Exemplo 1:
```
 2,25 → 2 casas  →  2,25 x 10 = 22,5  desloca-se a vírgula uma casa para a direita
x  10
22,5Ø → 2 casas
```

Exemplo 2:
```
  2,25 → 2 casas  →  2,25 x 100 = 225  desloca-se a vírgula duas casas para a direita.
 x100
225,ØØ → 2 casas
```

Exemplo 3:
```
   2,25 → 2 casas  →  2,25 x 1000 = 2250 = 2250  desloca-se a vírgula três casas para a direita.
  x1000
2250,ØØ → 2 casas
```

DIVISÃO POR 10, 100 e 1000

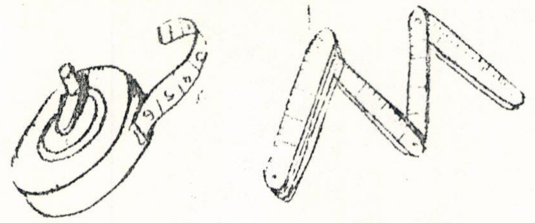
Pode ser introduzida através dos exemplos abaixo, relacionando com as frações decimais.

Exemplo 1: 13 : 10 = 13/10 = 1,3 13 : 10 = 1 , 3
- desloca-se a vírgula uma casa para a esquerda.

Exemplo 2: 13 : 100 = 13/100 = 0,13 13 : 100 = 0 , 1 3
- desloca-se a vírgula duas casas para a esquerda.

Exemplo 3: 13 : 1000 = 13/1000 = 0,013 13 : 1000 = 0 , 0 1 3
- desloca-se a vírgula três casas para a esquerda.

Observação: podemos também efetuar armando as divisões para que o aluno conclua as regras.



8.11. Sistema Métrico Decimal

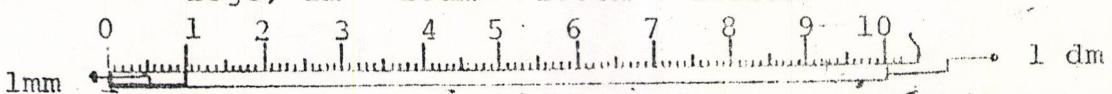
MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Introduzir utilizando várias unidades de medida: palmos, pés, fichas, ... para medir tudo o que for possível dentro da realidade do aluno, classe, sala de aula, quadro, pátio, etc..

Introduzir a unidade fundamental da medida de comprimento, o metro, utilizando fita métrica, metro de pedreiro, régua,etc.

Introduzir os submúltiplos do metro utilizando fitas de cartolina, fazendo com que o aluno conclua que:

1 m = 100 cm 1 cm = 1/100 m
1 m = 10 dm 1 dm = 1/10 m
1 m =1000 mm 1 mm = 1/1000 m
logo, 1m = 10dm = 100cm = 1000mm



Fazer com que o aluno construa seu próprio metro, de cartolina.

Revisando: 1m = 10dm = 100cm = 1000mm
logo: 1dm = 10cm = 100mm
1cm = 10mm

Para o estudo dos múltiplos, fazer referência as medidas de grandes distâncias.

1 Km = 1000 m 1 hm = 100m 1 dam = 10m

Então:

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm

TRANSFORMAÇÕES:

4km = ... m?

4km = 4.1km = 4.1000m = 4000m 3 dam = 3.1dam = 3.10m = 30m
3hm = 3.1hm = 3.100m = 300m

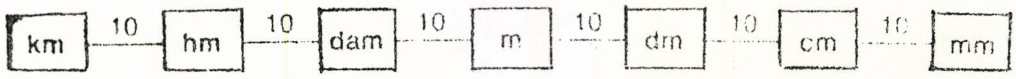
7dm = 7.1dm = 7.1/10m = 7 : 10m = 0,7m

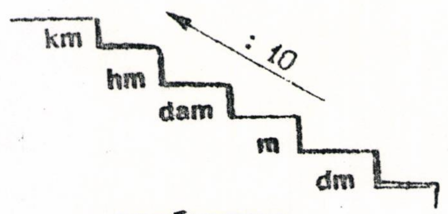
8cm = 8.1cm = 8.1/100m = 8 : 100m = 0,08m

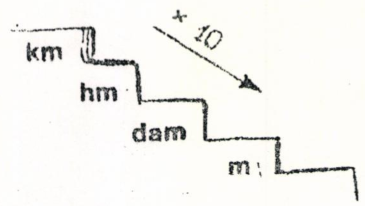
3mm = 3.1mm = 3.1/1000m = 3 : 1000m = 0,003m

Concluimos que, para transformar para unidades inferiores, multiplicamos por 10, 100 ou 1000 e, para transformar para unidades inferiores, dividimos por 10, 100 ou 1000.

Ou então, usa-se o quadro de equivalência ou ainda o dispositivo abaixo.

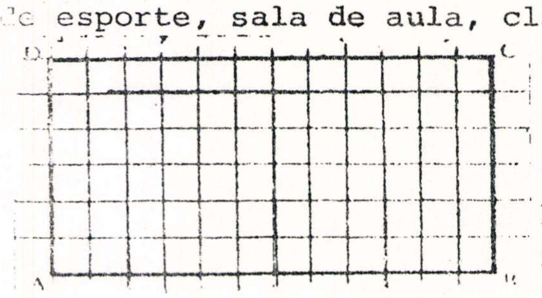






PERÍMETRO

Introduzir utilizando material concreto, tais como: figuras geométricas, mecano, geoplano, exemplos reais (medir quadras de esporte, sala de aula, classe, terrenos ...).



Utilizar papel quadriculado para representar e calcular o perímetro de figuras, de modo que o aluno conclua que, perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados.

MEDIDAS DE MASSA

Introduzir utilizando balança para pesar.

Pesar um quilo: repartir para formar meio quilo; repartir para formar um quarto de quilo.

Conversa como se compra: arroz, batata, farinha, açúcar, queijo, etc...

Concluir que: 1000 g = 1kg

Pesar com uma balança e pesos que podem ser de areia (dentro de saquinhos plásticos), chegando a conclusão dos múltiplos e submúltiplos.

kg	1 000 g
hg	100 g
dag	10 g

g	1 g

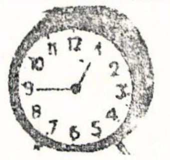
dg	0,1 g
cg	0,01 g
mg	0,001 g

Falar sobre a importância dos submúltiplos do grama, nas farmácias (pesagem de remédios) e nas ourivesarias (pesagem de ouro e pedras preciosas).

Para grandes cargas (soja, trigo, arroz) temos a tonelada. 1 t = 1000 kg

Transformações: devemos usar a mesma técnica das medidas de comprimento.

MEDIDAS DE TEMPO



Introduzir utilizando um relógio despertador, um relógio de pulso e relógios feitos de cartolina para cada criança.

A unidade fundamental das medidas de tempo é o Segundo - s; o minuto: 1 min = 60 s. ; a hora: 1h = 60 min

Com o auxílio do calendário introduzir: o dia, o mês, a semana, a quinzena, o ano, o bimestre, o trimestre, o biênio, o qüinqüênio, a década, o século, etc...

Deverão também, serem estudados: os meses de 31 dias, os meses de 30 dias, o mês de 28 dias, o mês comercial, a ano comercial e o ano bissexto.

8.12. Sistema Monetário Brasileiro

Já na 1ª série pode ser trabalhado este conteúdo, de acordo com a curiosidade e o interesse da criança, aproveitando ocasiões como: na compra de merenda, festas na escola, etc..., apenas na identificação e manuseio de cédulas e moedas.

A partir da 2ª série pode-se introduzir através de problemas reais que a própria criança poderá elaborar após uma visita ao bar da escola, cooperativas, supermercados, lojas, bancos, etc.

A criança deverá identificar e manusear cédulas e moedas em vigor e também aprender a comprar, receber e dar troco. Uma atividade sugerida é realizar em sala de aula, pequenas feirinhas e lojas para que eles possam comprar e vender com dinheiro confeccionado em papel, imitando as cédulas e moedas existentes.

Sempre que possível o professor deve oportunizar o conhecimento das moedas de outros países.

Os problemas que envolverem preços, na medida do possível, deverão estar dentro da realidade.

8.13. Porcentagem

Introduzir o assunto com o auxílio de jornais, folhetos, propagandas de lojas, supermercados, etc... que estejam anunciando, por exemplo, uma liquidação. O aluno ficará motivado para aprender a calcular, por exemplo, um desconto numa compra. Fazer com que os alunos pesquisem outras situações onde é aplicada a porcentagem.

A criança deverá concluir que:

20% é 20 em 100 ou $20\% = \frac{20}{100} = 0,20 = 0,2$

Os problemas propostos para a criança devem estar sempre dentro de sua realidade e atualizados quanto ao preço das mercadorias, livros, utensílios, etc...

Uma visita a lojas, livrarias ou supermercados pode ser explorada tanto para a fixação do cálculo de porcentagem, bem como do sistema monetário.

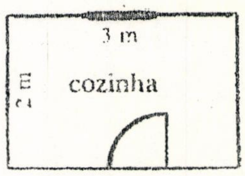
8.14. Introdução à Geometria

A geometria deve ser introduzida de maneira concreta, dentro da realidade da criança. Na própria sala de aula temos exemplos dos entes geométricos.

Esta aprendizagem está muito relacionada com Educação Artística, podendo ser explorada através de desenhos, trabalhos manuais, etc...

Para a apresentação de segmentos, linhas poligonais, polígonos, ângulos, podemos utilizar os mecanos e geoplanos, onde os alunos poderão "criar" e "descobrir" regrinhas.

O uso de figuras geométricas também vai facilitar a aprendizagem na geometria, podendo o professor utilizar caixinhas, canos de água, réguas, lápis, borracha, cartuchos, tijolos, etc. (lixo limpo).



MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

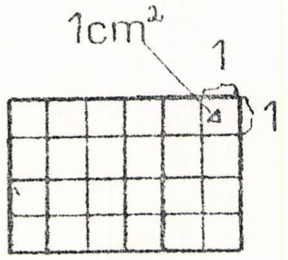
Poderemos utilizar o metro quadrado, confeccionado pelos próprios alunos, de isopor, cartolina ou papel pardo, para dar aos mesmos a noção de medir superfícies. Neste m^2 deverá ser marcado o dm^2, cm^2, e mm^2. Com o auxílio do m^2 podemos medir por exemplo o campo de futebol do colégio, a sala de aula, etc... O professor pode utilizar a folha de papel quadriculado para que o aluno construa figuras e calcule a área destas figuras. Aqui também pode ser utilizado o geoplano.

Através de todos estes exercícios, o aluno terá oportunidade de concluir as transformações de uma unidade para outra e que cada unidade de superfície é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, isto é, as sucessivas unidades variam de 100 em 100.

ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS

Utilizando com as crianças o geoplano e folhas quadriculadas fazer com que elas redescubram as fórmulas para calcular a área das figuras planas.

Vejam por exemplo o retângulo.



Utilizando para medi-lo, o cm^2, calcule a área do mesmo. Quantos cm^2 tem este retângulo? 24 cm^2

Qual a medida da base? 6 cm

Qual a medida da altura? 4 cm

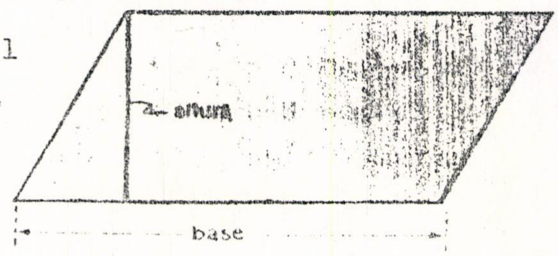
Então a área do retângulo é 24 cm^2, pois: 24 cm^2 = 6 cm x 4 cm, logo a área de um retângulo é igual ao produto de suas medidas (base e altura).

O mesmo exemplo pode ser utilizado modificado para o quadrado.

Para fixação, podemos construir com as crianças pequenas plantas de casas, da escola, de uma horta e calcular as diferentes áreas, utilizando para isto peças com formato de quadrados e retângulos.

Para o ensino do cálculo da área do paralelograma e do triângulo, através do mecano e de figuras geométricas em cartolina, devemos mostrar à crianças como transformá-las em retângulos. Veja os exemplos:

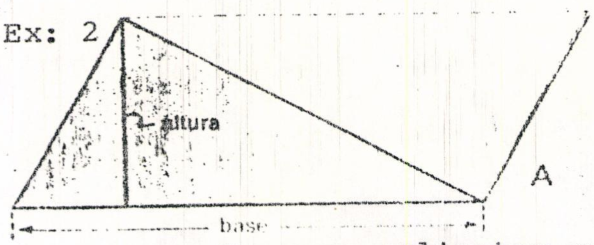
Ex: 1



$A = b \times h$

A área do paralelograma é igual ao produto da medida de sua base pela medida de sua altura.

Ex: 2

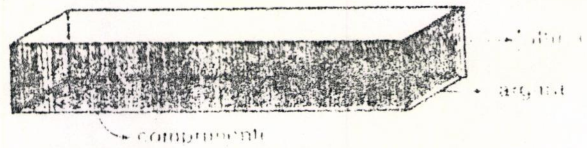


A área do triângulo é igual a metade da área do paralelograma.

$A \quad \frac{b \times h}{2}$

Devemos salientar que superfície de um polígono é a porção plana limitada pela poligonal fechada e que a área do polígono é a medida da superfície do mesmo. E ainda, perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados.

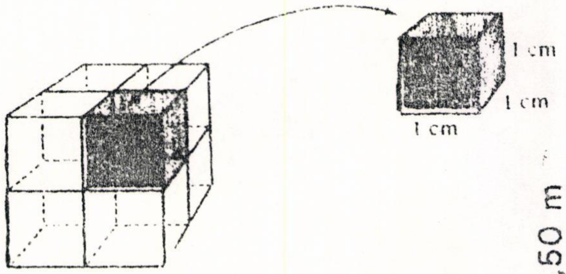
MEDIDAS DE VOLUME

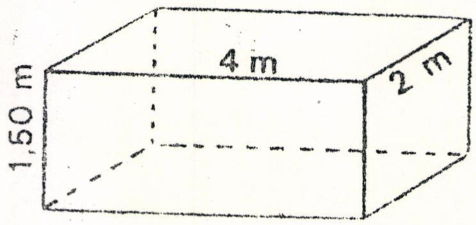


Para dar exemplo dos sólidos geométricos podemos utilizar objetos da realidade do aluno, tais como: tijolo, caixa de água, livro (paralelepípedo); dadinho (cubo); barraca de camping, (pirâmide); latas de talco (cilindro), etc...

Com o auxílio de cubos de 1 dm^3 de volume podemos fazer construções com a criança e ela irá concluir as diversas transformações e que cada unidade de volume é 1000 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, isto é, as sucessivas unidades variam de 1000 em 1000.

Ainda com o auxílio de cubos de 1 dm^3, fazer com que o aluno redescubra as fórmulas para calcular o volume do paralelepípedo retângulo e do cubo.





MEDIDAS DE CAPACIDADE

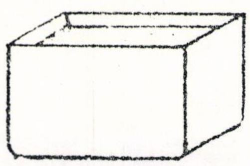
Através da utilização de litros, garrafas, latas de azeite, vidros de remédios, introduzir as medidas de capacidade.

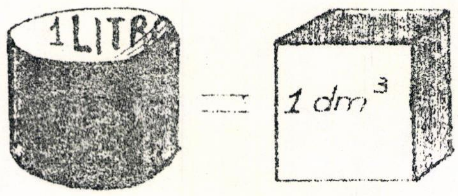
Fazer com que o aluno meça, mude os líquidos (que pode ser água) de um recipiente para outro e vão redescobrindo as transformações.

Trabalhar com as transformações da mesma maneira que nas medidas de comprimento e massa.

Com o auxílio de um cubo de vidro de 1 dm^3 de volume e um litro, fazer com que os alunos concluam que:

$1\ dm^3 = 1L.$





Não podemos esquecer que sempre que possível devemos integrar o ensino da Matemática com as outras disciplinas. Devemos também proporcionar ao aluno situações dentro de sua realidade para que ele aplique seus conhecimentos. Sempre que possível trazer para dentro da sala de aula assuntos da realidade que possam ser aproveitados para o ensino da Matemática.

"A Matemática, de modo algum são fórmulas, assim como a música não são notas".

Jurquim

CONCLUSÃO

Ao concluir nosso trabalho gostaríamos mais uma vez de ressaltar a importância do ajustamento de nosso planejamento à realidade da criança, respeitando sua individualidade e oportunizando - lhe um ambiente favorável, de modo que ela aplique sua criatividade na resolução, com compreensão dos processos matemáticos.

Devemos graduar as dificuldades, passando etapa por etapa, para que a criança tenha oportunidade de formar seu pensamento lógico, partir do concreto e usar situações reais para fazer com que ela "redescubra" e chegue à abstração.

É preciso que, através da resolução estruturada de problemas, a criança aprenda a ler, interpretar e solucionar os mesmos e, o mais importante, transfira essa aprendizagem para a vida real, aprendendo a resolver seus próprios problemas da vida.

Sejamos criativos, acreditemos em nosso trabalho e temos certeza que venceremos.

"A única dificuldade da Educação deve consistir em preparar indivíduos que pensem e ajam como indivíduos independentes e livres".

Albert Einstein

BIBLIOGRAFIA

01. BARBOSA, Ruy Madsen - Matemática Magistério - Ed.Atual, S.P., 1985.

02. Binômio Professor - Aluno na iniciação à educação matemática - uma pesquisa experimental - G.E.P.E.M. - I.N.E.P., RJ.

03. Boletins do G.E.P.E.M. - R.J.

04. BRITTO, Neyde Carneiro e MANATTA, Valdelice S. - Didática Especial, Ed. do Brasil, 4a. ed., S.P.

05. CASTRUCCI, Benedito e GIOVANNI, José Ruy - A conquista da Matemática - 1a. à 4a. série, Ed. F.T.D., S.P., 1984.

06. Cadernos de Matemática - U.P.F., RS., 1984.

07. DIENES, Z.P. - As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática - Ed. Herder, S.P., 1982

08. DIENES, Z.P. - Aprendizado Moderno da Matemática - Ed. Zahar, 2a. ed., RJ., 1974.

09. DIENES, Z.P. - Manual dos Blocos Lógicos.

10. GOULART, Iris Barbosa - Piaget - Experiências básicas para utilização pelos os professores - Ed. Vozes, Petrópolis, RJ, 1983.

11. Jogos Didáticos - Apostila elaborada pela professora Leila Juliete Kalô, maio 1985, Curitiba, PR.

12. KLINE, Morris - O fracasso da Matemática Moderna - Ed. Ibasa, SP., 1976.

13. MARCOZZI, Alaíde Madeira et alli - Ensinando à criança - 3a.ed. Ed. Ao livro técnico, RJ, 1976.

14. POLYA, G. - A Arte de Resolver Problemas.

15. Revistas do Professor de Matemática - 1983/1985, Sociedade Brasileira de Matemática, SP.

16. Revistas Perspectiva - Ed. da U.F.S.C., Florianópolis, SC.