

Trabalho elaborado pelos professores:
 Celsa Baumvoï
 Lea da Cruz Fagundes
 Telmo Pires Mota

Introdução

Até alguns anos atrás a Matemática se constituía em linguagem de algumas ciências. Com o desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos a Matemática assumiu um papel unificador da linguagem científica em geral (inclusive nas ciências sociais).

Ao mesmo tempo, os novos instrumentos matemáticos criados permitiram que a própria matemática se tornasse uma ciência sem barreiras, possibilitando tratamento similar a problemas aparentemente diferentes - algébricos e geométricos.

Esta nova maneira de encarar a ciência matemática se relaciona, e foi possibilitada pela criação de novos instrumentos, um dos quais: o Espaço Vetorial. Iniciaremos o estudo dos primeiros elementos para a definição e construção dos espaços vetoriais - a Translação.

O estudo sobre translação será feito de maneira individual usando um dos mais recentes métodos da tecnologia educacional: "mapeamento de informação".

Objetivos

- Esse trabalho será realizado para tornar-nos capazes de:
- Identificar, definir e construir pares equipolentes.
 - Identificar, definir e construir função.
 - reconhecer, definir e construir transformações.
 - reconhecer, definir e construir transformações em
 - Dados pontos de , construir a imagem destes pontos por uma translação dada.
 - Determinar a imagem de por uma translação.
 - Definir Translação.
 - Analisar situações de vida usando as informações.

2ª Parte

conceituação das noções básicas:

1 PARALELISMO:

Introdução

O paralelismo determina uma das áreas mais importantes da geometria. A Geometria Afim.
A figura do paralelogramo caracteriza esta área.


Definição

Paralelogramo é toda quadrilátero cujos lados opostos são paralelos dois a dois.
Consideremos quatro pontos a, b, c, d não alinhados 3 a 3, então a união dos segmentos que unem estes 4 pontos no contorno do quadrilátero a b e d.
Um lado de um quadrilátero é todo segmento de reta que une dois vértices consecutivos:

Representação

a _____ b $\{a, b, c, d\}$ é o conjunto dos vértices do paralelogramo $abcd$.
 c _____ d $\{\overline{ab}, \overline{bd}, \overline{dc}, \overline{ca}\}$ é o conjunto dos lados do paralelogramo $abcd$.

EXEMPLO I:

Todo retângulo é um paralelogramo:
Seja x  y a representação de um retângulo.
Os lados \overline{xy} e \overline{kz} são paralelos. Os lados \overline{xk} e \overline{yz} são paralelos.
Assim, o retângulo $xyzk$, é paralelogramo. Assim como tomamos o retângulo $xyzk$, poderíamos ter escolhido qualquer outro elemento do conjunto dos retângulos.

CONTRA-EXEMPLO

Consideremos o quadrilátero chamado trapézio, representado na figura abaixo:

m _____ p

r _____ q

Os lados \overline{mp} e \overline{rq} são paralelos, entretanto, os lados \overline{rm} e \overline{pq} não são paralelos, logo, o trapézio não é um paralelogramo.

II PAR ORDENADO

INTRODUÇÃO:

Lidamos, na vida diária, com pares. Diante de um par de meias não temos a preocupação de fazer corresponder uma das meias a um pé específico. Entretanto, quando precisamos calçar os sapatos é fundamental observar que nesse par existe um componente que corresponde ao pé direito e um que corresponde ao pé esquerdo.

O conceito de par ordenado é relevante para o estudo dos conteúdos que nos propusemos, porque um par equipolente - o conceito que a seguir analisaremos - é um par ordenado.

DEFINIÇÃO:

Dados dois pares ordenados (a,b) e (x,y) , (a,b) é igual a (x,y) se, e somente se a é igual a x e b é igual a y .

REPRESENTAÇÃO

Simbolizando o par ordenado por (a,b) , que se lê par a b. Representamos, então, sua definição:

$$(a,b) = (x,y) \iff a = x \quad b = y$$

A representação gráfica será: a. .b

Exemplo 1

$$(a,d) \neq (d,c)$$

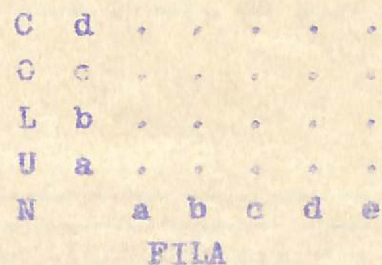
No desenho ao lado representamos a disposição das poltronas de um auditório.

Para localizarmos um espectador que está na fila a da d coluna c, podemos usar o símbolo (d,c) .

Estamos convencionando que o 1º componente do par refere-se à fila e o segundo à coluna do auditório.

Na planta do auditório (d,c) está marcado em azul.

O lugar marcado em vermelho na planta corresponde à fila a e coluna d. Logo, a representação matemática desta posição deverá ser (c,d) . Um mesmo espectador está em (d,c) e em (c,d) ao mesmo tempo? É evidente que não $(c,d) \neq (d,c)$



III EQUIPOLÊNCIA

INTRODUÇÃO Os conceitos de par ordenado e paralelogramo nos conduzem a um novo conceito matemático os EQUIPOLENTES. O estudo da EQUIPOLÊNCIA nos permite utilizar as primeiras demonstrações geométricas dignas deste nome.

DEFINIÇÃO Dois parcs ordenados de pontos são equipolentes se e somente se puderem ser unidos por um ou dois paralelogramos.

REPRESENTAÇÃO Os pares (a, b) e (c, d) são equipolentes pois existe o paralelogramo $abcd$ que os une ab e cd são paralelos ac e bd são paralelos.

Podemos traduzir esta situação escrevendo

$$\overline{ab} // \overline{cd}$$

$$\overline{ac} // \overline{bd}$$

Para representar que (a, b) é equipolente a (c, d) usamos o símbolo \sim entre os dois pares $(a, b) \sim (c, d)$ que se lê:

(a, b) é equipolente a (c, d)

Definição simbólica da equipolência: $(a, b) \sim (c, d)$

$$a, c \quad bd \text{ e } ab \quad cd$$

EXEMPLO 1

Consideramos o conjunto de pontos não no plano temos alinhados x, y, m, n ,

(x, y) é equipolente a (m, n) porque (x, y) e (m, n) podem ser unidos por 1 paralelogramo, a saber, o paralelogramo $xymn$.

$$\overline{xy} // \overline{mn}$$

$$\overline{xm} \quad \overline{yn} \quad \text{logo } (x, y) \sim (m, n)$$

EXEMPLO 2

Consideremos o conjunto de pontos alinhados t, s, r, u no plano r o t u

a resposta para a pergunta:

-Existe um paralelogramo que une os pontos r, s, t, r ?
é negativa. No entanto, os pontos r, s, t, u podem ser unidos por dois paralelogramos.

A definição de pares equipolentes nos garante que dois pares de pontos são equipolentes se puderem ser unidos por dois paralelogramos: logo, $(r,s) \sim (t,u)$
 $(r,s) \sim (t,u)$ se e somente se $\overline{rs} // \overline{tu}$. Na representação gráfica podemos observar que $\overline{rs} // \overline{ab}$
 $\overline{ab} // \overline{tu}$ logo, $\overline{rs} // \overline{tu}$

EXEMPLO 3 Pensemos, agora em pares ordenados de pontos do tipo (m,n) , (x,x) , (a,a) . Podemos constatar que os dois componentes de par são iguais. Esta é a razão pela qual chamamos (n,n) , (x,x) , (a,a) , de pares Idênticos.
 Vamos estender a definição de pares EQUIPOLENTES de modo a considerar todos os pares ordenados idênticos equipolentes entre si. Assim $(a,a) \sim (b,b) \sim (c,c) \sim (d,d) \sim (e,e)$

CONJUNTO DE PROBLEMAS

- 1) Completa: $(1,3) = (1, \dots)$
 $(a,b) = (\dots, b)$
 $(a,b) = (;\dots, \dots)$
 $(n,n) = \dots, \dots$
 $\{(a,r), (s,1)\} \dots \{(s,1), (a,r)\}$
 - 2) Se os pares (a,n) e (p,r) são iguais, o que podemos concluir sobre a, n, p, r ?
 - 3) No teatro de Arena os lugares para o público estão dispostos assim:
 Ao lugar marcado $\{ \}$ corresponde o par $(a,1)$, onde a simboliza a fila e 1 a poltrona correspondente a fila.
- a) Marca no mapa-
 - \triangle A poltrona 6 da fila b
 - \times A poltrona 15 da fila c
 - \odot A poltrona 11 da fila c
 - b) Qual o par ordenado que corresponde à poltrona que está atrás da \times ?
 - c) Em que lugar está a poltrona atrás da \triangle ?
 - 4) Marca as figuras que representam paralelogramos.

CONTINUAÇÃO
DA AUTO
CORREÇÃO

8)

c) É verdade porque (y, c) e (c, x) podem ser unidos por 2 paralelogramos.

9)

(p, q) e (p, q) podem ser unidos por 2 paralelogramos

10)

Revisado
24/08/81
M. B. C.