3

MATERIAL DE CUISENAIRE

JÔGO LIVRE:

_ Que é o "jôgo Livre"?

Jôgo livre é o momento em que a criança pode, livremente, manipular êste material, procurando realizar formações com as diversas barras coloridas.

O jôgo livre geralmente precede um jôgo organizado ou um trabalho dirigido. É uma atividade de pouca duração e é essencial para o bom andamento do trabalho pròpriamente dito, o que podemos constatar verificando os objetivos do jôgo livre abaixo apresentados:

_ _ Objetivos do "jôgo livre":

1. Tomar maior contato com o material.
2. Trabalhar livremente
3. Ampliar os conhecimentos práticos da criança.
4. Desenvolver seu pensamento lógico e racional.
5. Propiciar oportunidade aos alunos de elaborarem conclusões sôbre a relação entre as barras.
6. Estimular o trabalho de auto-descobertas.
7. Verificar se os alunos aplicam os conteúdos já trabalhados, durante o jôgo livre.

\- Comentário sôbre o "jôgo livre":

O trabalho, com as barras, durante o jôgo livre, é acompanhado de muita imaginação e fantasia, mas também de muito raciocínio lógico.

Durante êste trabalho cada criança expressa seus pensamentos e suas emoções. Alguns brincam, outros apenas observam e comparam as barras e muitos empregam conteúdos já trabalhados, indo além, às auto-descobertas. É esta a atividade mais empolgante e que traz consigo uma dose maior de incentivação, porque cada aluno dá o máximo de si, para retirar das simples barras coloridas, verdadeiros conceitos matemáticos.

O jôgo livre também atende o crescimento das diversas áreas de desenvolvimento da criança.

Observações: - A criança é um todo, mas para fins de estudo utilizamos esta divisão, qual seja:

1.- Desenvolvimento intelectual - neste campo, o jôgo livre amplia as experiências intelectuais da criança edesenvolve seu pensamento lógico racional.

Êste desenvolvimento intelectual não se refere sòmente ao ponto de vista matemático, mas a todos os aspectos da vida intelectual.

2. Desenvolvimento emocional.- Ao desenvolver a criatividade, o jôgo livre dá oportunidade à afirmação pessoal, expressão de tendências internas, agressividade e satisfação pela afirmação.

3. Desenvolvimento social - êste material é utilizado sempre em grupo, o que porporciona um maior relacionamento entre seus participantes. È também, durante o relato das atividades realizadas que a criança alcança naturalidade e desembaraço.

O jôgo livre também tem função de diagnóstico, pois nêle a criança expressa seu nível de maturidade social.

4. Desenvolvimento motor - No jôgo livre a criança tem oportunidade de manipular as barras, comparando, medindo e examinando. Tudo isso lhe dá um maior rendimento do desenvolvimento motor. E, - com o tempo observa-se que a criança apresenta maior habilidade,- maior coordenação nassuas atividades neuro-musculares, isto é; há maior e melhor coordenação de pensamento, olhos e mãos.

5. Desenvolvimento de linguagem - È no momento em que a criança verbaliza assuas experiências, que ela desenvolve a linguagem,- pois para isso, ela deverá ter ordem de pensamento lógico.

No jôgo livre a criança vivencia a linguagem como um meio valioso de expressão dos seus pensamentos, de suas esperiências, de suas emoções.

DAS FRAÇÕES.

O material Cuisenaire é também muito rico sob êste aspecto. Tomemos o exemplo das frações:

"As decomposições lineares dos números mostram-nos que só a unidade aí entra sempre um número inteiro de vêzes; e também, que certas decomposições podem realizar-se com o auxílio de uma só espécie de barras. A leitura dêstes casos nos dão tôdas as decomposições dêstes números em fatôres. Basta inverter a leitura da notação para obter fração. Por exemplo: 24 = 4 X 6 = 6 X 4 = 2 X 12 = 12 X 2 = 8 X 3 = 3 X 8. Há 4 em 24, logo 6 é 1/4 de 24; 8 é 1/3, 3 é 1/8, etc. Vemos assim que, na situação de adição, podemos ler a multiplicação, os fatôres e as frações. Fazemos o mesmo em cada caso particular e adquirimos experiência matemática que se trata de extender o mais possível.

Não usamos ainda as famílias de côres. Chegou o momento de mostrar que as relações das côres permitem perceber uma nova estrutura matemática, o operador fração. Podemos distinguí-lo do número fração, porque êste é considerado apenas em si mesmo, como número, enquanto que o operador inicia um novo campo matemático.

Na família vermelha (o 2, o 4, o 8), sabemos que 2 x 2 = 4 e 4 x 2 = 8, logo, que o vermelho é a metade do carmim e o carmim é a metade do marron, e que o vermelho é a quarta parte do marron. Resulta daí que um quarto é a metade da metade, sem que se possa dizer qual a operação aritmética utilizada. É a simples leitura de três relações unidas num dinamismo complicado. Durante a lição, manipulando estas três barras, é possível mostrar que, se partirmos a maior, invertem-se as operações. Êste jôgo com a unidade e a fração ou a unidade e o múltiplo, se torna verdadeiramente um jôgo que representa as operações mentais. Em particular, vê-se que o inverso de um meio é dois, e o inverso de um quarto é quatro.

Na família azul (verde-claro, verde-escuro e azul, o 3, o 6 e o 9), a experiência adquirida é ainda mais rica. Aqui as duas frações introduzidas, comparando 3, 6 e 9, são 1/2 e 1/3 e se pode mostrar que 6 vale os 2/3 do 9, pois que um verde-escuro vale dois verde-claro. Como 9 é formado de 6 + 3 ou de uma vez e meia o verde-escuro, alcança-se um resultado que todos os professores apreciarão, isto é, que 2/3 é o inverso de 1 1/2".

A família amarela isolada fornece apenas 1/2. Mas podemos combinar as côres e obter as frações 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, comparando 2, 4, 6, 9 a 10 e as frações 1/10, 3/10, 4/10, 9/10 para os outros números. Os inversos são imediatos para as comparações de 10 com 2, 4, 6, 9, mas para os outros números, há um trabalho mais instrutivo a fazer. Para 3, 7 e 9, por exemplo, vamos usar o alíquota formado da barra branca e vemos que 10 = 3 x 3 + 1 e que 1 é 1/3 de 3, logo, que 3 está contido em dez três vêzes e um terço, logo o inverso de 3/10 é 3 1/3. Do mesmo modo, 10 = 9 + 1 ou uma vez 9 e 1/9 de 9, logo, 9 está contido em 10 uma vez e um nono, etc.. Se se tratasse de inverter 1/9, o aluno veria que se tratava de saber quantas vêzes 1 está contido em 9, ou seja uma vez, deixando 2 para resto. Com 7 por unidade, 2 é expresso com 2/7, logo, 1 2/7 é o inverso de 7/9. Em casos semelhantes, é conveniente anotar o inverso de uma fração pela inversão dos dois têrmos. Não se trata agora de uma operação sôbre frações, mas de formar a fração que exprime a medida de a por b, não é essencialmente distinta da medida de b por a (se as grandezas são homogêneas). Esta maneira de considerar a questão já é acessível aos alunos de 7 e 9 anos, com a condição de que não se formulem regras, mas que se deixe os alunos estabelecerem seus resultados no decorrer de uma pesquisa efetiva.

Passado êste estágio, não há mais dificuldade para inverter as frações mais simples, como 7/33 ou 11/30, etc.. A notação se torna mais viva e 11/30 e 30/11 representam uma mesma situação, onde se inverte o papel da unidade de medida e da grandeza a medir.

Tudo isto quer dizer que agora estamos no ponto de introduzir as frações como pares ordenados e mesmo como famílias de equivalência de pares ordenados.

A medida de a por b será escrita: (a, b), enquanto que (b, a) exprimirá o inverso e, em geral: (a, b) (b, a). Porém, do mesmo modo que há vários pares de barras que podem ser indicadas com 1/2: (1, 2), (2, 4), (3, 6), dizemos que o par (a, b) pertence a uma família resultante de (a, b), seja tomando o mesmo múltiplo de a e de b, seja tomando submúltiplos eventuais.

Ex.: (14, 21) é equivalente a (28, 42), (42, 63) ... e (2, 3). A família 2 e 3, contém o par ordenado (14, 21) edêste último par, tiramos um par equivalente irredutível (2, 3). Êste pode servir para denominar cada família. É claro que, sendo dado um par qualquer (a e b), êste não pode pertencer a mais de uma família de equivalência.

Se duas frações pertencem a uma mesma família, elas podem substituir-se mùtuamente nas questões que concernem a uma ou a outra. Assim, "juntar" ou "separar" frações (a, b) e (c, d) exige-se apenas que considerem estas mesmas frações; permite-se tomar não importa quais pares equivalentes que dêem um sentido à palavra, juntar ou separar.

Sabemos que duas barras ponta a ponta representam a adição. De (a, b) podemos deduzir (e + f, b), se a = e + f sô (e + f, b), concluimos que e e f são respetivamente medidas por b e colocados ponta a ponta.

Inversamente, de (e + f, a), concluiremos a igualdade (e + f, a) = (e, a) + (f, a), onde o sinal + do segundo membro em sentido novo, pois "juntar" pares é coisa nova. Nossa definição de adição de parestendo como segundo membro, digo têrmo,, o mesmo valor será pois (e, a) + (f, a) = (e + f, a), o sinal + no parêntese deve ser interpretado como posto ponta a ponta

Daí passa-se ao caso geral de (a, b) + (c, d), passando pelos equivalentes (a, b) = (ad, bd) e (c, d) = (cb, db).

Portanto, (a, b) + (c, d) = (ad, bd) + (cd, bd), (ad + cd, bd).

Êste último par pertence também a uma família de equevalência que é o resultado da adição.

Trata-se a subtração da mesma maneira.

Tomar os 2/7 de uma grandeza conduz a uma outra grandeza. Mas no trato com as frações, não se trata de obter resultados finais extressos, como a grandeza inicial em certas unidades. Êste cálculo transforma as frações em frações e o resultado é sempre uma fração.

Para o "produto" e o "Quociente" de 2 frações, podem fazer-se as seguintes considerações:

A branca vale 1/7 da prêta. A verde, 3 brancas, portanto, a verde vale os 3/7 da prêta. Mas a vermelha vale os 2/3 da verde, portanto, a vermelha vale os 2/3 dos 3/7 da prêta. Ela vale também 2/7 da prêta. Tem-se, portanto, um outro tipo de equivalência: 2/7 = 2/3 dos 3/7 ou 3/7 = 3/2 do 2/7, modificando o papel das vermelhas e verdes. Mais geralmente: 2/7 = 2/3 dos 3/5 dos 5/6 dos 6/7 ou a/b = a/c de c/d de d/e de...u/b, onde cada barra diferente de a e b aparece no numerador e no denominador de frações sucessivas.

Em sentido inverso, estas "escadas" de frações se reduzem pouco a pouco até tornar-se o par formado da 1a e da última barras:

2/3 de 3/5 de 5/4 de 4/6 de 6/8 de 8/3 = 2/3.

O que serve no caso em que se tomam duas frações (a, b) e (c, d), onde b e c são diferentes? Pode-se achar o que equivale a (a, b) de (c, d)?

Evidentemente, êste caso se limita ao precedente, porque (a, b) = (a, c, bc) e (c, d) = (cd, db) e (a, b) de (c, d) = (ac, bc) de (bc, db), já que bc = bc pode ser suprimido.

Observemos de mais perto: ac quer dizer a x c e bd: b x d, portanto a fração de uma fração se obtém multiplicando os numeradores entre si e os denominadores entre si.

Podemos então substituir de pelo sinal x e lê-lo como um "produto" de frações. Definamos o quociente de duas frações pelo produto como no caso dos números inteiros. Se A x B = C, então C : A = B ou C : B = A. O quociente de duas frações é uma fração que, multiplicada pela 2a, dá a 1a. Desde que se pode mostrar que a multiplicação de frações dada acima é associativa, pode-se formar o produto de três frações de duas maneiras diferentes, sem alterar o resultado. Então:

[(a, b) x (c, d)] x (d, c) = (a, b) x [(c, d) x (d, c)]

Caso particular, onde (c, d) = (d, c)

(a, b) = (c, c) = (ac, bc) = (a, b).

Portanto:

(a, b) x (c, d) = (a, b) : (d, c).

Isto exprime o quociente como produto.

Temos, pois, mostrado que as barras permitem adquirir uma compre-

B. Curso Preparatório - Cursos Elementares.

Nêste período, passa-se a uma notação nova - uso dos números. Recomenda-se ir lentamente como na II parte do nº 1: fazendo inicialmente tôdas as combinações possíveis, com os cinco primeiros números. Depois, alarga-se a experiência adquirida para os números de 6 a 10.

Nesta fase dá-se o nome dos números às barras colocadas em ordem ascendente, medidas pela barra branca. Substitue-se a notação anterior, ex.: e + v = a, pela nova notação 2 + 3 = 5.

Êste processo pedagógico permite pôr têrmo a tanto artificialismo e tantas dificuldades derivadas dos métodos baseados na contagem e da memorização, que não é possível voltar aos métodos tradicionais.

Indicamos a seguir tudo o que se pode ensinar às crianças da escola primária, durante os três primeiros anos. Eis os princípios gerais:

1 - As quatro operações são tratadas simultâneamente.

2 - A escrita é continuadamente associada ao trabalho, mas a criança sempre domina a notação que emprega. Por ex.: Escrevem-se as operações primeiro horizontalmente e se efetuam diretamente sem falar de unidades, dezenas, etc.., enquanto não se dispõe de uma experiência numérica muito grande. Depois, percebe-se que a notação vertical é apenas uma variante cômoda e descobre-se que não se tem mais necessidade de lançar mão de muitos métodos de resolução das subtrações.

3 - Acumula-se tôda a experiência possível, trabalhando com pequenos números (até 100 ou 1000) e se estende as operações aos grandes números apenas quando seus princípios forem adquiridos.

4 - As situações simbólicas das quantidades são tão adequadamente representadas pelas barras que a aritmética aplicada à vida social, decorre naturalmente.

Vejam-se os livros I - II - III e IV, onde o trabalho é apresentado em detalhe. Aqui juntamos um complemento de informações:

a) As frações como operadores;
b) O estudo do produto;
c) A maneira de tratar as subtrações.

a) Cremos comumente que as frações constituem um assunto difícil, tanto que, se procura nos programas escolares, retardar seu estudo o mais possível. A dificuldade, porém, de que consideramos as frações como pedaços, como partes de um todo, parece que as operações sôbre partes não são fáceis. Mas, basta que consideremos que 3 x 1 = 3 contém implicitamente 1 = 1/3 de 3 e tomaremos o hábito de ler os produtos de várias maneiras, o que dá lugar às frações consideradas como operadores. Se três unidades de um certo tipo, dão uma certa quantidade, a expressão que resulta da comparação da unidade com o resultado é uma fração. Assim 1/3 aparece cada vez que vemos 3 elementos idênticos formar um quarto elemento: 6 = 3 x 2, logo, 2 é igual a 1/3 de 6; 9 = 3 x 3, logo 3 é igual a 1/3 de 9; 1/3 de é a fração operadora, quer dizer, o operador que substitue o 6 por 2, o 9 por 3, etc.. Vemos que 1/3 produz um efeito 3, 6, 9, o que conduz ao conceito de operador.

Livro V, outro modo de introduzir as frações.

b) Quando descrevemos o material anexo, fizemos alusão à sua grande importância para o estudo dos produtos. Em verdade, pode-se hoje afirmar que para o futuro será possível dispensar as tábuas de multiplicação e que todo aluno pode, aos 7 anos, compôr a sua própria, reunindo tôdas as relações multiplicativas que descobriu.

Os trens compostos de barras duma só côr, podem transformar-se em retângulos se, em lugar de deixar as barras ponta a ponta, fôrem colocadas lado a lado. Obtém-se sempre, ao menos dois retângulos a partir dêstes trens iguais. Alguns podem ser superpostos e formam pares de retângulos iguais. Por ex.: pode-se formar um comprimento de 12 cm com 6 barras vermelhas, 4 barras verde-claro, 3 barras carmins, 2 barras verde-escuro, o que dá lugar a dois pares de retângulos respetivamente iguais: vermelho - verde escuro e carmim - verde claro.

O comprimento 6 dá sòmente um par (vermelho - verde claro), 9 um quadrado (verde-claro) e nenhum retângulo, e 16 um quadrado (carmim) e um par de retângulos iguais (vermelho - marron).

Se, de cada um dêstes retângulos superpostos, conserva-se apenas uma barra, estas duas barras formam uma cruz, que se torna um novo símbolo para o produto. É êste um símbolo evocativo, porque êle se origina de retângulos provenientes da tábua de um comprimento. Pode-se pois inverter o processo e cada cruz se encontra associada a um comprimento.

No material anexo, conservou-se sòmente as côres de barras associadas por pares na cruz, o que permite um passo a mais na abstração: partindo de comprimentos tangíveis, constituídos de barras postas ponta a ponta, passa-se para o símbolo de cruzes, para chegar a êstes símbolos que não contém mais nada de tangível. Se a criança conserva todo o processo presente ao espírito, a vista do sinal sôbre o quadro mural ou sôbre os cartões, lembra-lhe então a cruz, e, através dela, o comprimento que foi engendrado.

O trabalho desenrola-se do seguinte modo:

(cnf. livro, pág. 25 s.s.)

Uma barra alaranjada e uma marron postas ponta a ponta formam um comprimento chamado "dezoito" que se escreve 18. (pag. 26). Faça um quadro de barras para 18 e escreve.

Complete por escrito o quadro seguinte;

$9 + \ldots = 18$
$11 + \ldots = 18$
$18 - \ldots = 6$
$18 - \ldots = 11$
$18 - 2 \times 7 =$
$18 - (2/4 \text{ de } 16) =$
$18 - (1/2 \text{ de } 10) =$
$1/3 \text{ de} (18 - 12) =$
$2/3 \text{ de} (18 - 6) =$
$18 - 2 \times 4 = 2 \times \ldots$
$1/3 \text{ de } 12 + 2/7 \text{ de } 11 + 5/6 \text{ de } 12 =$

$2 \times 6 + \ldots = 18$
$2 \times 8 + \ldots = 18$
$13 - 7 + \ldots = 18$
$10 + 3 + \ldots = 18$
$12 - 1 + 5 + \ldots = 18$
$2 \times 3 + (2 \times \ldots = 18$
$18 - 1 + 1/8 \text{ de } 16 =$
$18 - 10 + 1/2 \text{ de } 16 =$
$2 \times 9 =$
$18 - 15 + 3 \times 5 =$

Se não souber fazer, sirva-se das barras.

Em dezoito quantas vêzes há nove? e quanto resta?
Em dezoito, quantas vêzes 8? e quanto resta?
Em dezoito quantas vêzes 7? e quanto resta?
Em dezoito quantas vêzes 6? e quanto resta?
Em dezoito quantas vêzes 5? e quanto resta?
Em dezoito quantas vêzes 4? e quanto resta?
Em dezoito quantas vêzes 3? e quanto resta?
Em dezoito quantas vêzes 2? e quanto resta?
Qual a metade de dezoito, ou 1/2 de 18?
Quanto é um terço de dezoito ou 1/3 de 18?
Quanto é um sexto de dezoito ou 1/6 de 18?
Quanto é um nono de dezoito ou 1/9 de 18?
Quais são os 2/9 de dezoito? e os 2/3 de 18 e 1/6 de 18?
Compare 3/9 de 18 e 1/3 de 18
Compare 2/6 de 18 e 1/3 de 18 e 3/9 de 18.

Uma vez que dezoito barras brancas cobrem o comprimento dezoito, cada barra branca é um dezoito avos dêste comprimento e se escreve 1/18 de 18.

Quais são os 2/18 de 18? 3/18 de 18? 5/18 de 18? 7/18 de 18? 11/18 de 18?

Compare 2/18 de 18 e 1/9 de 18.
Compare 3/18 de 18 e 1/6 de 18.
Compare 4/18 de 18 e 2/9 de 18
Compare 6/18 de 18 e 3/9 de 18
Compare 8/18 de 18 e 4/9 de 18
Compare 10/18 de 18 e 5/9 de 18.
Compare 12/18 de 18 e 6/9 de 18
Compare 14/18 de 18 e 7/9 de 18.
Compare 16/18 de 18 e 8/9 de 18
Compare 18/18 de 18 e 9/9 de 18 e 6/6 de 18 e 3/3 de 18.
Quais são os fatôres de 18?
(pag. 28) Quantas vêzes 18 é maior que 13? e que 11?
Quantas vêzes 18 é maior que 3 x 5? e 2 x 6 e 7 x 2?

Qual o maior dêstes que seguem:
3 x 6; 2 x 7; 7 + 9; 11 + 6; 3 x 2 + 4 x 3; 10 + 1/2 de 16?
(pag. 46) 3 x 10 = 6 x 5 = 30 4 x 10 = 8 x 5 = 40
Forme as cruzes para êstes dois números.
Dobre 12, dobre ainda e ainda.
Escreve suas respostas:
2 x 12 = 2 x (2 x 12) = 2 x (2 x 2 x 12) =
Quanto vale 1/2 de 24? 1/4 de 48? 1/8 de 96?
Quais são os fatores de 12? 24? 48?
Quanto vale 1/2 de 96? Dobre êste número.
Quanto vale 1/4 de 96? Multiplique êste número por 4
Quanto vale 1/8 de 96? Multiplique êste número por 8

Quanto, digo, Comece por 96, tome sua metade, tome agora a metade do que encontrou e ainda e ainda. Escreva suas respostas (pag. 55) Para verificar, dobre o último número, dobre ainda e ainda. Está exato?

Quanto é 1/3 de 24? 1/3 de 48? 2/3 de 24? 1/8 de 24? 1/8 de 48? 3/8 de 24? 3/8 de 48?

Triplique 12. Que número obteve? Dobre-o.

Escreva os fatôres de 36 e 72, etc..

(pag. 64). Escreva todos os produtos que encontreu até aqui. Faça uma tábua dêstes números e compare-a a seguinte: (aqui figura uma tabuada contendo os produtos de 2 x 2 a 10 x 10) São os números? Em que diferem êles?

Encontre todos os fatôres menores que 10 dos números seguintes: 25 - 27 - 32 - 15 - 28 - 72 - 56 - 18 - 64 - 81 - 35.

Encontre todos os fatôres de 33 - 38 - 72 - 66 - 99 - 96 - 84 - 81.

(pag. 65) Escreva todos os números compostos, compreendidos entre 1 e 100.

Quais são os múltiplos de 2?
de 3?
etc.
de 12?

As tabuas vêm assim ao fim e são a prova de que as crianças conhecem todos os produtos, os números componentes e os números primos até 100. À idade de 7 anos tudo isto deve ter sido adquirido ou em vias de aquisição e se destina a receber um grande alargamento como se verá no livro IV, onde se explora os números até 1000, mas onde as operações são feitas sôbre qualquer número que se possa escrever, mesmo se não se sabe ainda lê-lo.

c) Encontram-se subtrações nos livros I e II , mas apenas no fim do livro II, tenta-se pela primeira vez, escrevê-lo verticalmente. Quando se escreve horizontalmente, pensa-se nos números em si mesmos e não nas suas unidades, dezenas e centenas. Subtrair um número de outro é encontrar o complemento do menor em relação ao maior.

Graças à tôdas as nossas manipulações, conhecemos de repente tôdas as diferenças que nos permitem efetuar as subtrações indo de 2 - 1 a 20 - 1 por ex.: passando por 3 - 1, 3-2, ...20-19, 20-16 ...

Podemos agora estudar um da maior importância relativo à subtração, a saber que todo o número é igual a uma série infinita de diferença entre pares de números.

1 = 2 - 1 = 3 - 2 = 4 - 3 = ...
17 = 18 - 1 = 19 - 2 = 20 - 3 = ...

Consequentemente, em face de uma subtração dada cujo resultado é necessário encontrar, há duas atitudes possíveis:
1) Ou bem efetua-se a subtração, de acordo com o método que se aprendeu;
2) Ou bem procura-se os pares de números, tomados na mesma família "des différences equivalentes" , que sejam mais fáceis de subtrair de repente.
Assim, 43 - 29 é equivalente a uma subtração muito mais fácil que é 44 - 30 ou ainda 23 - 9 é equivalente a 24 - 10. Êste novo ponto de vista tem a vantagem de deixar à criança efetuar sua operação de acôrdo com sua própria experiência dos números e visualizar como êle pode transformar sua diferença de modo a aplainar a dificuldade encontrada.

Se desde o início, é acostumado a operar estas transformações sôbre as diferenças, não lhe acontecerá jamais de encontrar que 43 - 29 é mais dificil que 63 - 21 ou 76 - 45, como a maior parte dos professôres crêem.

A dificuldade provém da notação dos números no nosso sistema e da idéia que se faz de que é necessário encontrar um meio de resolver 43 - 29, por ex.: da mesma maneira que se resolve 43 - 22, quer dizer, subtraindo primeiro as unidades das unidades, depois as dezenas das dezenas. Ou como nêste caso é impossível, pensa-se que é necessário inventar, qualquer método para êste assunto, pois, que se pode dispensar de tais complicações.

Tentemos resolver por nosso método uma subtração ("muito dura", ou seja 10001 - 6748.

Ninguém que entenda os dois números, percebe de um golpe de vista que se pode deixar de lado 6 mil em cada um dêles. Então se faz uma subtração que é 4001 - 748, equivalente a 4003 - 750, equivalente a 4253 -1000 quer dizer 3253. Isto parece bem mais fácil que pelos métodos habituais. Dêstes se pode enumerar até 20 (uma vintena), sendo mais célebre o método de empréstimo, o método "d'equi - addition)" e o método de complemento a 10. Em efeito não é necessário mencionar nenhum; sòmente o conhecimento concernente às diferentes equivalências satisfará daqui para o futuro.

Pelo que foi dito nos parágrafos b) e c), vê-se que êste método permite economizar numerosos mêses de esforços aos alunos, tornando-os bem mais adiantados do que presentemente.

Podemos esperar, daqui para o futuro, nas classes inferiores, as lições de matemática muito alegres onde se aprende tôdas as operações simultâneamente e onde os obstáculos inúteism suscitados por métodos maus ficam naturalmente eliminados.

ooooooooooooooo

Observação:

No final do 2º ano algumas crianças abandonam o jôgo livre, preferindo realizar descobertas. Outras não o abandonam.

É difícil estabelecer uma relação entre as crianças que abandonam o jôgo livre e as de melhor nível intelectual, pois muitas crianças superiores não dispensam o jôgo livre.