1

Helena Schaan 8/9/62

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA' - PORTO ALEGRE

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Tradução de : Alsina Alves de Lima
Velcy Therezinha Kluge
alunas do Grupo 531 - D.E.E. - 1962

Guisenaire, Georges - LES NOMBRES EN COULEURS - LIVRE DU MAITRE.
&
Gattegno, Caleb - Délachaux et Niestlé S.A.
Neuchatel - 4, rue de l'Hôspital.
PARIS VIIe - 32, rue de Grennelle.

Tradução.

PREFÁCIO

Textos muito diversos foram reunidos nêste livro. O principal é uma adaptação do livro de G. Cuisenaire sôbre "Os números em côres", aparecido na Bélgica em 1953. Nos outros, eu me proponho a trazer alguns complementos à obra do inventor belga. Mas a idéia dos números é tão fecunda que cada semana vemos novas aplicações dela e resterão sempre outras.

G. Cuisenaire, professor de ofício e de vocação e músico por gôsto, proporcionou-nos o dom mais maravilhoso, em pondo em prática sua idéia. Jamais esquecerei minha primeira visita a , a 22 de abril de 1953. Assisti a duas demonstrações com alunos de seis-sete e de sete-oito anos. De repente, percebi que estava em presença de uma revolução fundamental no ensino várias vêzes milenário da aritmética. Soube também, imediatamente, que a idéia tão simples que está na base do método dos números em côres, uma idéia de gênio, ia permitir em muito pouco tempo a transformação efetiva do ensino. A alegria ia ser devolvida às crianças, no seu diálogo com os números, e, por ela, a criatividade da criança ia receber um novo impulso. Como matemático, o método e o material conquistaram-me, porque fundamentam-se na percepção das estruturas e das relações. Como educador, (o método e o material) aliviaram-me da inquietação de procurar o que poderia colocar o ensino da aritmética sôbre uma base realista. Como amigo e defensor da criança, descortinaram-me um mundo de esperanças.

Como não ocupo um cargo no ensino de uma escola e, consequentemente, não tenho de seguir um plano de estudos, posso entregar-me a tôda sorte de experiências nas classes maternais, primárias e secundárias e examinar o método em relação ao aluno e não às idéias preconcebidas que estão na base dos programas. Na Alemanha, na Inglaterra, na Bélgica, na Escócia, na França, na Suiça, na Holanda, na Itália, na Grécia, no Egito, em tôda parte, fiz as mesmas observações, ensinando com o material de Cuisenaire: (êste material) é um meio de busca para o aluno que é conduzido com extrema rapidez para um domínio de operações que temos acreditado como feito apenas pelos prodígios. Êste domínio se manifesta pela precisão, uma rapidez extrema, a permanência do saber, o viço da memória, a compreensão e expressão correta dos mecanismos em questão, a certeza de haver atingido o fim e a aptião, digo, aptidão ao julgar de um golpe de vista situações semelhantes. A liberdade de espírito que deixa, a alegria constante que procura, são sinais de que o método é biològicamente verdadeiro.

Consiste essencialmente em fazer uso do liame orgânico entre pensamento e visão. O pensamento é rápido e exige apenas pouca energia para se manifestar. A vista é o meio de percepção mais móvel e de maior alcance. A criança que vive ainda no nível perceptivo e ativo, pensa também em têrmos perceptivos e ativos e não intelectualmente - se por êsse têrmo entendemos uma consciência da idéia como tal. Em lugar de prendê-lo no perceptivo estático e de exigir-lhe uma dinâmica intelectual a partir dêsse tipo de material, Cuisenaire introduziu um degrau importante, sintetizando a percepção e ação pela manipulação de um material colorido que suscita uma tomada de consciência relacional, desde que se exprima verbalmente aquilo que se pode observar. A criança fala daquilo que vê, diz exatamente o que é necessário e chega sòzinha a um ponto a que cremos ordinàriamente que ela não pode chegar sem nossa ajuda.

Porque o material é flexível e adaptável, a criança consegue perceber numa mesma situação múltiplas relações e, desde o início, é um matemático.

No corpo dêste livro, mostramos, primeiro, como esta educação matemática que o material Cuisenaire dá, explica-se pela própria estrutura dêste, uma estrutura tôda nova e que não se encontra em nenhum outro. Esta maneira de fazer nascer uma consciência das relações é moderna dos pontos de vista matemático, filosófico e psicológico. Os resultados práticos que ela permite obter, bastariam por si mesmos para impô-la, mesmo se ela não se apoiasse sôbre tôdas as razões enumeradas acima. No primeiro capítulo, abordamos desde início a questão do sucesso prático do método e tentamos explicá-lo a priori. Não tememos ser aqui mais abstratos e técnicos, mas a ninguém é indispensável ler-nos para compreender o valor pedagógico do texto do Sr. Cuisenaire.

O capítulo II, escrito por Cuisenaire, será especialmente útil aos professores que devem ensinar alunos de seis a nove anos. Descreve o método a partir da experiência concreta da criança, suposta adquirida sòmente à entrada na escola primária. Conduz o aluno a um nível, onde êle pode abordar os problemas difíceis de partilha (divisão) ou de aritmética comercial elementar.

O capítulo III é por sua vez mais simples e mais discursivo que o primeiro. É concebido como um complemento de iniciação à utilização inteligente das barras na escola primária, compreendidos aí os últimos anos.

Dois apêndices, escritos pelos alunos adiantados dos liceus, ginásios, escolas normais e os professôres de ensino secundário, indicam algumas aplicações mais avançadas das barras em côres que interessaram tanto a meus estudantes, como aos meus amigos. A experiência nos ensina que nossos alunos grandes muitas vêzes necessitam de uma base menos abstrata que suas teorias habituais. Aos professores (o encargo) de dizer-nos se nos enganamos.

C. Gattegno.

LES NOMBRES EN COULEURS

(Livre du Maître)
de Georges Cuisenaire.

I Capítulo

Os números em côres do ponto de vista matemática.

- Gattegno - página 7.

A matemática como ciência do número e do espaço é uma idéia superada "porque número e espaço tornaram-se sêres que podem ser construidos a partir de noções mais primitivas e que a criança possue bem antes de compreender o número e o espaço, como nós o desejaríamos."

"O interêsse do matemático é abstrair as relações, considerá-las em si mesmas e fazê-las agir umas sôbre as outras" (1)

"A criança espera, digo opera como um matemático, quando conceitos como alto e baixo são organizados independentemente dos objetos". (3)

(1) Este objetivo - abstrair relações das experiências e considerar essas relações em si mesmas" - é o mais primitivo dos atos do matemático, mas também o mais permanente". (2)

(3) Verificamos assim, que:

"O valor matemático do método e do material Cuisenaire reside no fato de que são susceptíveis de serem expressos em têrmos de relação. O valor matemático é acrescido, pois, de um valor pedagógico, permitindo, desde o início do ensino, dar uma base real ao pensamento relacional.

Os materiais até então conhecidos eram estruturados "priori" pelo número, enquanto o material de Cuisenaire tem por base a relação.

"O mesmo material"..."pode servir ao ensino de tôda a aritmética, como ao ensino da Álgebra, do cálculo combinatório e de uma parte da geometria".

"Antes de serem medidas e valorizadas numèricamente as barras Cuisenaire são coloridas por famílias: as vermelhas, as azues, as amarelas, a branca, a prêta. Basta olhá-las para reconhecê-las e grupá-las ou distinguí-las. Uma pilha de barras de conjunto é ordenado em esquemas coloridos e, de início, é estruturado sòmente pela noção de subconjunto: as barras de uma mesma côr, as de côr próxima, as que contrastam, etc..

Outra estrutura que intervém é a da extensão ainda não quantificada com precisão. Um conjunto pode ser ordenado e o princípio de ordem que produzio número, fica profundamente unido ao princípio anterior da côr. Muito ràpidamente a criança passa da côr ao comprimento, sentindo e vendo as relações (desigualdades) múltiplas entre as diversas barras. A igualdade das barras de mesmo comprimento provém inicialmente de sua côr e de sua equivalência: cada barra pode substituir qualquer outra da mesma côr; daí a relação de classe de equivalência e a experiência da abstração resultante da não-identificação de uma determinada barra. As relações de côres se fixam fàcilmente e a colocação das barras ponta a ponta cria naturalmente a convenção da adição. Assim, se o material é preciso, a amarela e a vermelha postas ponta a ponta dão um comprimento igual ao da prêta, comprimento que se obtém também com a verde-claro e a carmim, ou com o verde-escuro e a branca.

"Por exemplo, sempre com a convenção de soma, se se forma, com a ajuda do conjunto de barras coloridas, tôdas as decomposições concebíveis de um comprimento qualquer, obtido com a colocação das barras ponta a ponta (por exemplo 13 = 9 + 4, uma azul e uma carmim, 5 + 6 + 2; 7 + 2 + 1 + 3; 10 + 3, etc...) vê-se que não se pode nunca ter uma decomposição formada de barras de uma só côr, a não ser a branca. Deduz-se daí que treze não é possível de decomposição em fatôres; é um número primo, propriedade que se verifica pelos esquemas de côres, pelos primeiros números não grandes demais, antes mesmo de ter introduzido a multiplicação. Porém, se de tôdas as maneiras, se tenta formar 13 com as barras de uma mesma côr, vê-se aparecer a divisão e o resto (inferior ao divisor)". Assim o 13 pode ser formado de várias maneiras.

"Isto nos leva a fazer uma observação importante"... "A criança tem diante de si suas decomposições de um número (digamos de 13) e pode dizer o que contém cada linha (um alaranjado e um verde claro, um azul e um carmim; dois verde-escuros e um branco, etc.), mas é possível que esta criança saiba dizer tudo isto antes de ter aprendido a escrever tôdas estas palavras complicadas. Então introduz-se uma notação: 1 para branco, 2 para vermelho, 3 para verde-claro, etc.. e um sinal para a colocação ponta a ponta. Então a criança que escreve 3 + 4 = 7 exprime sòmente uma relação de côres e uma de comprimentos, mas não ainda uma operação. Mesmo se ela escreve 7 = 2 + 3 + 1, isto significa sòmente que colocou duas barras verde claro e uma branca ponta a ponta, enquanto que 3 + 1 + 3 significa um esquema colorido diferente, mas do mesmo comprimento.

Nesta fase de notação, a criança opera concretamente sôbre as barras e semi-abstratamente com as côres".

A fase seguinte consiste em perceber que os esquemas de decomposição são algo mais que um processo terminado e único. De um lado, após a experiência, pode-se pedir para prever o que completará um esquema, onde as relações de côres têm um grande, digo têm um papel fundamental. Assim, se um verde-claro e um vermelho formam o comprimento representado por um amarelo, a relação de côr nos mostra que 3 + 2 = 5 ou 3 + ? = 5 ou ? + 2 = 5 (o que em notação é imediatamente legível), daí nascimento à operação inversa ou subtração, escrita 5 - 3 ou 5 - 2. A pouco e pouco, aprende-se a considerar tôda situação que apresenta uma adição, como susceptível de fornecer vários esquemas subtrativos.

Estas duas notações correspondem a percepções diferentes. Suponhamos que se observe o trio verde-claro e vermelho ponta a ponta e ao lado do amarelo.

Sua equivalência de comprimento se traduz pelo sinal =, a colocação ponta a ponta por +. Tem-se, pois, as quatro escritas 3 + 2 = 5, 2 + 3 = 5, 5 = 3 + 2, 5 = 2 + 3. As duas exprimem a comutatividade da soma e, a passagem às últimas (exprime) a simetria da igualdade.

Destas quatro escritas, deduzem-se quatro outras, suprimindo um dos têrmos da adição. Chamaremos isto de "adição com um toa," 3 + ? = 5. Vemos a verde, a amarela e perguntamos: "Qual (barra) mais a verde nos dará o comprimento da amarela?

Se voltarmos, de 90°, êste mesmo par de modo que vejamos ainda tôda a verde, mas somente uma parte da amarela, a questão passa aser: "Que resta da amarela, sel he cobrir um comprimento igual ao da verde?"

É esta percepção que se traduz por 5 - 3 = ? e as escritas equivalentes.

Nota importante: a cada notação corresponde uma percepção e reciprocamente.

À medida que os números são explorados, começa-se a operar sôbre êles. Em particular, a notação multiplicativa que faz perceber diversas interações, fornece um caso especial da adição, mas fornece também os fatôres do número e sua forma em produto; além disto, invertindo as decomposições, obtém-se frações, enquanto que em outros casos obtém-se a divisão. Notações concretas, tomada de consciência do conteúdo dinâmico das situações e expressões notacionais dêste dinamismo, conduzem às operações concretas da aritmética sob uma forma generalizada em álgebra de corpo.

Em particular, a notação convencional do Sr. Cuisenaire, de pôr em cruz duas barras das quais se forma o produto, generaliza-se, no caso de dois números dos quais um é representado por mais de uma barra (por ex.: 7 x 12), depois no caso de dois números quaisquer. A multiplicação aparece então como distributiva e a convenção (a + b) x c = ac + bc, pedindo duas vêzes o fator c à direita, torna-se evidente, professôres e alunos compreendem então que, para estender as operações, é necessário apelar para uma dinâmica virtual formalizada na notação e nas barras. A única operação concretamente realizável é a adição de inteiros: todo o resto é operação puramente mental. Facilitar êste exercício mental é obra do ensino, a virtualidade dos gestos e a tomada de consciência do qual se deve fazer, sendo um processo pedagógico.

Se o professor, suspendendo por um instante a marcha de sua atividade regulamentada pelo programa, se perguntasse se seus alunos estão nas situações corretas do ponto de vista de aprendizagem da matemática, o alcance do que foi dito aqui, aparecer-lhe-ia. Os alunos diante de situações matemáticas altamente elaboradas, não extraem o que suas polarizações momentâneas lhes fazem descolorir, digo descobrir. Mas os alunos diferentes aí vêem coisas diferentes e o professor pode aprender a encontrar, nesta situação real, uma fonte de informação sôbre a maneira como os alunos evoluem e aos quais o material estimula. O que dissemos do conteúdo matemático do esquema das decomposições de um número, é evidentemente um exemplo do que é possível aprender, deixando-se guiar mais por uma situação dada do que por um programa pre-estabelecido.

ensão aprofundada das fraçoes do ponto de vista matematico, sem jamais a-pelar para operações difíceis de fazer (como a soma de doces ou de frutas), permanecendo tudo intuitivo. As frações são algumas vêzes pares ordenadas, algumas vêzes operadores e com as barras as duas perspetivas se fundem harmoniosamente.

Correta, matemàticamente, esta maneira intuitiva de apresentar as frações, se presta igualmente à extensão aos casos de áreas, volumes, quantidades, como se pode ver simplesmente interrogando as criançasque receberam êste ensino.

II Capítulo

== OS NÚMEROS EM CORES

(Cuisenaire).

Novo processo de cálculo pelo método ativo, aplicável a todos os graus da escola primária.

Introdução.

O principal fim do cálculo, na escola primária, é o de ensinar a calcular rápida e exatamente.

Estes objetivos são fàcilmente atingidos pelo ensino ordinário? Os resultados são falazes, pois, pelo menos, cinqüenta por cento das crianças são incapazes de seguir as lições com aproveitamento. Por que?

Para solucionar êste problema, qual a melhor atitude a seguir: baixar o nível dos programas? "Isto é um paliativo perigoso ao qual se tentou recorrer". O mal não está nos programas, mas nos meios defeituosos que tornam o cálculo um exercício subconsciente.

A solução para vencer as dificuldades do ensino da Matemática consiste em "encontrar o meio de passar facil e seguramente das observações (ver, tocar e tatear) para o estágio da sólida fixação concreta preparatória a abstração e a passagem ao subconsciente.

PROCESSO DOS NÚMEROS EM CORES

Cremos ter resolvido o problema, apresentando um processo novo, experimentado, científico e pedagógico, e, além disso, atraente e extremamente simples.

Desde o primeiro ano de estudos primários, a criança dispõe as barras coloridas simbolizando cada um dos dez primeiros números.

MATERIAL:

50 barras de 1cm de comprimento - madeira natural.
50 barras de 2cm de comprimento - vermelho
25 barras de 4cm de comprimento - carmim
12 barras de 8cm de comprimento - marron
20 barras de 5cm de comprimento - amarelo
10 barras de 10cm " comprimento - alaranjado
33 barras de 3cm de comprimento - verde-claro
16 barras de 6cm de comprimento - verde-escuro
11 barras de 9cm de comprimento - azul-escuro
14 barras de 7cm de comprimento - prêto.

O processo dos números em côres possibilita às crianças:

1. A reconstrução da aritmética ao ritmo próprio de cada uma.
2. A criação de "imagens visuais musculares e táteis, simples e preciosas, duráveis".
3. A invenção de numerosas formações e decomposições, o que possibilita guardar a aquisição e pura do número.

4. Uma progressão a caminho da abstração, habituando-se a ver mentalmente.
5. O desenvolvimento do espírito de análise pela materialização de seu pensamento reflexivo (calculador). Certa materialização traduz-se pelas numerosas manipulações com a interrupção ativa de todos os sentidos que associam construtivamente as côres às dimensões. A criança é conduzida à objetividade e a uma adaptação mais exata de todo o seu psiquismo.
6. Tornar o cálculo sensorial, vivo, faz ganhar tempo e simplifica o trabalho do professor.
7. Liga as aquisições feitas no morrer dos exercícios à sistematização indispensável.

EMPRÊGO DAS BARRAS EM CÔRES

Período de iniciação ao cálculo

O plano de estudos das escolas primárias belgas lembra: Distinguir três aspectos que se desenvolvem paralelamente e que se inter-relacionam:

a) numerosas aquisições no decorrer dos exercícios de observação;
b) fixação e precisão, por meio de jogos educativos;
c) sistematização por exercícios orais e escritos.

Gattegno, Caleb - Initiation à la Méthode des Nombres en Couleurs - Délachaux et Niestlé S.A.

PLANO DE ESTUDOS

A. - Escola Maternal.

Nêste nível o estudo é feito através do jôgo.

Seis semanas ou dois mêses de jogos livres, na escola maternal, produzem frutos - a ausência de palavras ou outro intermediário, entre a atividade da criança e a realidade explorada, proporcionam um contato com o grande número de relações presentes nas barras.

A variedade de construções que as crianças fazem nêste nível, tem um grande valor, tanto para a educação matemática como para a educação geral.

As côres são perfeitamente diferenciadas, masmo que seus nomes não sejam conhecidos.

Com crianças cegas é possível usar, de início, o nome das côres apenas como etiquêtas. Elas reconhecerão as barras pelas dimensões.

Com crianças que podem perceber os dois atributos - côr e dimensão - é possível utilizá-los simultâneamente, ou ainda sucessivamente, um como substituto do outro. A criança descobrirá o comprimento de uma barra a partir de sua côr, ou vice-versa.

Ex.: Quando a criança faz uma construção e lhe falta uma barra marron, pode achar a barra da dimensão necessária apenas pela côr.

Ou então, uma criança, com as mãos às costas, pode dizer a côr de uma barra, apenas pelo seu comprimento.

No jogo livre, já se encontra tudo o que o material pode dar e isto já é muito, mas difícil de sistematizar. Devido a isto, Gattegno introduziu os jogos organizados, visando atingir:

a) conhecimento relativo (das relações das barras entre si);
b) conhecimento absoluto (das barras, cada uma em si mesma).

JOGOS ORGANIZADOS

1. Comparação das barras com relação à igualdade e desigualdade - duas barras ponta a ponta, procurar outra igual.
2. Composição de quadros de barras, por justaposição, para comparar com os dos colegas.
3. Leitura dos quadros sòmente pelos nomes das côres. Com os olhos fechados, as crianças ouvem um colega ler o seu quadro, assinalando o que parece impossível ou incorreto.
4. Comparação das dimensões, designando-as como: menor, a maior.

5. Quatro barras que se assemelham duas a duas, para formar dois comprimentos iguais. As crianças as misturam e tentam, em seguida, formar outra vez as igualdades.
6. Descoberta de que se pode fazer uma escada selecionando uma barra de cada côr. As crianças aprendem a fazê-la, começando pela maior, pela menor ou qualquer outra, depois com os olhos fechados. Aprendem a recitá-las nos dois sentidos.
7. Procura de barras complementares; sendo dada uma barra, procuram outra que com ela forma um comprimento igual a uma terceira (la com barras, depois, com os olhos fechados, imaginando-as somente).
8. Justaposição de duas barras que ultrapasse o limite da maior de tôdas (alaranjado), ao invés de duas barras de comprimento diferente, proporcionará à criança uma situação mais rica, onde há muito a aprender.
9. Formação de comprimentos empregando apenas barras de uma mesma côr. Chama-se a isto, jôgo de trem (ou brinquedo de trem). Êstes trens fornecem conceitos muito importantes. Ex.: É sempre possível formar trens iguais, composto cada um de barras da mesma côr? Isto é possível muitas vêzes? Quais são os menores trens iguais que você pode fazer com dois tipos de barras? Com três tipos?
10. Composição de trens de diferentes côres, o que conduz a jogos e conceitos bem diferentes.
11. Verificação dos jogos apresentados às paginas 13 - 14 - 15 - 16 do livro I, onde se encontrarão jogos dos tipos de testes psicológicos de Piaget.
12. Apresentação das barras, uuma prancha, colocada acima da cabeça, para atingir um conhecimento absoluto das mesmas; a regra do jôgo consiste em escolher apenas uma barra de cada vez e identificá-la.

A maioria das crianças realizam comêxito todos êstes jogos que incluem o maior número de conceitos matemáticos. Na fase seguinte, não se trata ainda de aritmética, mas de uma nova categoria de exercícios, onde se dá ênfase não aos números, mas às operações.

As crianças aí reagem maravilhosamente bem, tendo concluido que a álgebra é mais fácil do que a aritmética, devendo nosso ensino começar por aquela.

Os jogos da fase precedente, trabalhados hàbilmente, permitem decidir, representar cada barra pela inicial do nome da côr. Dispõe-se assim, de uma anotação onde m + e = l (marron encarnado é igual a alaranjado). As crianças chegam a escrever, pois basta poder traçar as letras seguintes: b - e - v - e - a - V - p - m - A - l, que designam as côres. (Para não entrar em conflito com a Direção de Aprendizagem em Linguagem, pode-se substituir a escrita das letras por desenho colorido).

Considerando três barras formando uma igualdade - ex.: a - e - p, vê-se que há 4 maneiras de dispô-las:

1) a - e com p, antes ou depois
2) e - a

ex.: a + e = p   p = a + e
e + a = p   p = e + a

Retirando uma barra de cada vez, obtém-se as 12 questões seguintes:

a + ... = p	e + ... = p
a + e = ...	e + a = ...
... + e = p	... + a = p
p = ... + e	p = ... + a
p = a + ...	p = e + ...
... = a + e	... = e + a

Êste tipo de jôgo consiste em procurar o elemento que falta.

Quando as crianças foram bem orientadas nos jogos acima citados, e em expressar o que descobriram, não encontram nenhuma dificuldade em achar por si mesmos ou em compreender notações nunca vistas, como: a ; b + ... = b, indicando que a resposta é v.

Êstes exercícios trarão grande vantagem para o momento de passar aos números.