SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E CULTURA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS

EQUIPE DE MATEMÁTICA

CURSO DE FÉRIAS DE MATEMÁTICA REFORMULADA

2º ETAPA

JANEIRO DE 1968.

Texto tirado do livro:
Les nombres en couleurs
Cuisenaire - Gattegno. Página 11 à 14.

## FRAÇÕES

O material de Cuisenaire é rico em todos os aspectos. Tomemos o exemplo das frações tendo em vista ocasionar uma busca funcional na classe em oposição a um ensino conforme programa oficial, mas nem sempre de acôrdo com o ponto de vista psicológico e matemático.

As decomposições lineares dos números mostram-nos que sòmente a unidade entra sempre, um número intero de vêzes; e que certas decomposições podem ser realizadas com a ajuda de uma só espécie de barra. A leitura dêsses casos nos dá tôdas as decomposições em fatôres dêsses números. É suficiente inverter a leitura da notação para engendrar frações. Por exemplo: 24= 4x6= 6x4= 2x12= 12x2= 8x3= 3x8. Há quatro seis em vinte e quatro, donde seis é um quarto de vinte e quatro; oito é um têrço; três é um oitavo, etc. Nós tomamos consciência assim que, na situação da adição, nós podemos ler a multiplicação e os fatôres, e as frações. Fazemos o mesmo em cada particular caso encontrado e adquirimos, fazendo êsse caminho, a experiência matemática, que se trata de estender o mais longe possível.

Nós não fizemos ainda uso explícito da família de côres. Chegou o momento de mostrar que as relações das côres permitem tomar consciência de uma nova estrutura matemática, a fração operador. Nós a distinguimos do número fração, porque, nêste último nós nos determos, enquanto que o operador abre um novo campo matemático.

Na família vermelha (2,4,8) nós sabemos que 2x2=4 2x4=8 e 4x2=8, donde a vermelha é a metade da carmim, o carmim é a metade da marrom e a vermelha é a metade da metade da marrom. Disto resulta que o quarto é a metade da metade, sem que nós precissemos dizer qual a operação aritmética utilizada. É uma simples leitura de três relações fundidas num dinamismo complicado. Durante a lição, podemos mostrar, manipulando essas três barras, que se partimos da maior, invertemos as operações. Êste jôgo com a unidade e a fração ou a unidade e o múltiplo, torna-se, verdadeiramente, um jôgo que sugere a representação das operações mentais. Em, particular, nós vemos que o inverso de um meio é dois e que o inverso de um quarto é quatro.

Na família azul( verde claro, verde escuro e azul, 3,6,9) a experiência adquirida é ainda mais rica. Aqui, as duas frações introduzidas, comparando 3,6,9 são 1/2 e 1/3 e nós temos ocasião de demonstrar que 6 vale 2/3de 9, uma vez que uma verde escuro vale duas verde claro.

Como 9 é também formado por 6 + 3, ou de uma vez e meia a verde escuro, nós chegamos a um resultado, sabendo que 2/3 é o inverso de 3/2 isto dentro do quadro geral das inversões das frações pelo fato de que a unidade foi mudada.

A família amarela nos dá, sòmente, um meio (1/2). Mas nós podemos combinar as côres e obter as frações 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, comparando 2,4,6,8 à 10, e as frações 1/10, 3/10, 7/10, e 9/10 para as outras. Os inversos são imediatos para as comparações de 10 com 2,4,6,8 mas para as outras há um trablho intenso a fazer.

Para 3,6,9 por exemplo, utilizando a parte alíquota formada pela barra branca vemos que, 10= 3x3+1 e, que 1 é um têrço de três, donde três entra três vêzes e um têrço em 10, donde o inverso de três décimos é três e um têrço. A mesma coisa, 10= 9+1 ou 1x9+1/9 de 9, donde nove entra uma vez e um nono em dez, etc.

Tratando-se de inverter sete nonos o aluno verá que se trata de saber quantas vêzes sete está contido en nove, seja uma vez, deixando dois por resto. Com sete por unidade, dois se exprime por dois sétimos, donde um e dois sétimos é o inverso de sete nonos. Nêstes casos semelhantes, é conveniente notar que o inverso de uma fração encontra-se pela reversão dos dois têrmos. Não se trata, ainda, de operação sôbre as frações mas que, engendrar a fração que exprime a medida de A por B, não é essencialmente distinta da medida de B por A. Esta maneira de considerar a questão é acessível já aos alunos de 7 e 8 anos de idade, com a condição de que não se formule regras, mas que se deixe a criança estabelecer seus resultados, complementando uma busca efetiva.

Passado êste estado, não há mais dificuldade para inverter frações mais difíceis como, 7/33 ou 11/30, etc. A notação torna-se mais viva e onze trinta avos e trinta onze avos representam uma mesma situação onde nós invertemos o papel da unidade de medida e da grandeza a medir.

Tomemos os dois sétimos de uma grandeza conduzida a outra grandeza. Mas no cálculo com as frações não se trata de obter resultados finais expressos, como a grandeza inicial, em certas unidades. Êste cálculo transforma as frações em frações e o resultado é sempre uma fração.

Com o material de Cuisenaire a fração operador torna-se, imediatamente acessível. Como dissemos, anteriormente, nós não sabemos adicionar, concretamente, senão inteiros. Ora, se nós queremos, por exemplo, adicionar frações, nós devemos fazê-las entrar momentâneamente em grandezas, que podem ser postas ponta a ponta e, exprimir o resultado, utilizando como unidade a grandeza inicial, que se trata de escolher convenientemente. A experiência adquirida, anteriormente, nos assegura que se nós queremos adicionar 2/5 e 1/3, nós podemos escolher 15 (ou trinta, etc.) como unidade de partida e ver que a primeira fração é igual a 6/15 e a segunda a 5/15, donde sua soma é igual a 11/15 (ou 22/30).

Nós, em verdade, não fizemos mais do que introduzir uma nova tomade de consciência a qual corresponderá uma notação, uma regra, conduzindo às frações sôbre as frações.

Empregar, o sinal + entre duas frações, é um abuso de linguagem e se dissermos que somamos frações queremos dizer, em realidade, que exprimos aquela fração que opera sôbre tôda grandeza, e é o resultado de duas frações, operando, sucessivamente, sôbre esta grandeza e aquela que é a soma dos resultados dessas operações será o resultado de operação única. A independência do valor da grandeza é o essencial aqui.

Do ponto de vista experimental é suficiente operar sôbre situações bem escolhidas, mas suficientemente arbitrárias. A generalização é um axioma que leva a legitimar a operação e a regra.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$ (tôda fração simplificada).

ou(bd) sendo o m.m.c. de b e d, transformamos $\frac{a}{b}$ em uma fração igual, tendo (b.d) como denominador, etc. De tôda maneira nós somamos inteiros ou nós partimos de uma fórmula que impõe uma regra.