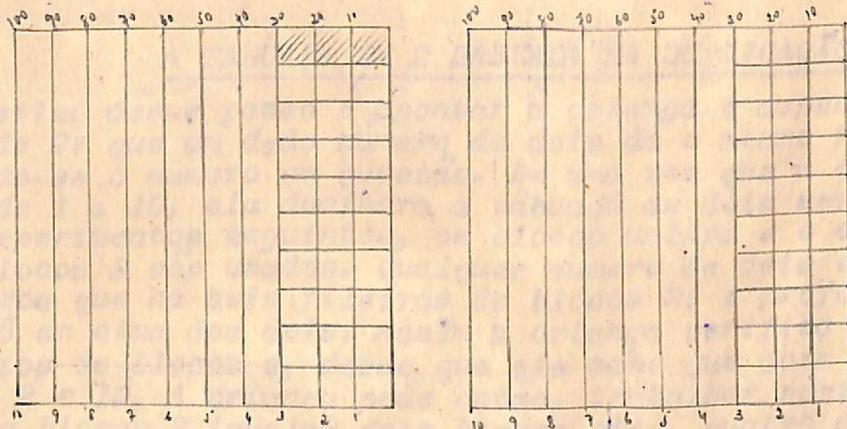


A TABUADA DE 9 NO TABULEIRO DUPLA

A tabuada seguinte com a qual experimentamos, é, usualmente, a tabuada de 9. Esta é um desafio à mente e é uma satisfação para o professor, tanto como para o aluno ver quão rapidamente é dominada. A mente capaz de um padrão elevado de raciocínio revela sua perspicácia numa compreensão quase instantânea do princípio estrutural que relaciona a tabuada de 9 aos fatos de 10.

O "dual Board" é usado no experimento seguinte, junto com 10 blocos de 9, 10 cubos simples e as 10 dezenas. O professor põe 3 dezenas no Tabuleiro Duplo. A criança reconhece 30. As dezenas são retiradas e substituídas por 3 blocos de 9.



$$3 \times 9 = 30 - 3$$

Queremos saber quanto é 3 vezes 9. Nós sabemos quanto é 3 vezes 10, assim, simplesmente, pedimos emprestados alguns cubos e completamos as nove até fazer dezenas. A criança dirá novamente "30". O professor remove os cubos emprestados; obviamente temos 30 menos 3 que sabemos ser 27. "Isto é claro", foi o comentário satisfeito de um menino. Ele rapidamente inseriu 5 blocos de 9 e começou a raciocinar: "5 dezenas são 50. 5 noventa, são 50 - 5; deve ser 45." Continua o experimento e a criança acha fato após fato da tabuada de 9 sem ninguém lhe dizer as respostas ou auxiliar na continuação. Uma criança põe cuidadosamente os cubos, um de cada vez e representa cinco noventa tirando agora, 5 cubos dos 50 emprestados pelas fileiras cheias de 10. Outra simplesmente insere os 5 noventa, olha para a lacuna e exclama: "50 - menos 5, 45."

$$\begin{aligned} 3 \times 9 &= 30 - 3 = 27 \\ 5 \times 9 &= 50 - 5 = 45 \\ 7 \times 9 &= 70 - 7 = 63 \\ 4 \times 9 &= 40 - 4 = 36 \\ 6 \times 9 &= 60 - 6 = 54 \\ 8 \times 9 &= 80 - 8 = 72 \\ 9 \times 9 &= 90 - 9 = 81 \\ 1 \times 9 &= 9 \\ 2 \times 9 &= 18 \\ 10 \times 9 &= 90 \end{aligned}$$

Para o professor que duvida que este processo levará a uma resposta imediata, contaremos como a linguagem da criança muda gradualmente. A princípio, as crianças dizem "3 dezenas são 30, 3 noventa devem ser 30 menos 3 ou 27". Em breve elas dizem, "3 dezenas 30, 3 noventa 27." Mais tarde, 27 é escrito instantaneamente, de modo que se a criança faz algum raciocínio, ela deve fazê-lo num relâmpago. Quando interrogadas como conseguiram a resposta, nossas crianças simplesmente afirmam: "Nós o sabemos agora".

Naturalmente, tal figuração só é possível se os fatos da subtração tiverem sido dominados. Por isso, a introdução da tabuada de 9 é um teste sobre se o professor faz um bom trabalho ao ensinar o cálculo dos números de dois algarismos e se o funcionamento mental da criança está próprio para o nível.

Há um outro experimento com os noventa no Tabuleiro Duplo que foi planejado para mostrar sem um caminho mais rápido, como o total de unidades representadas por diversos noventa pode ser convertido em dezenas e unidades.

A criança insere qualquer número de noventa no compartimento das dezenas no Tabuleiro Duplo, digamos 4. Então o último bloco noventa deve ser trocado por nove cubos simples. Para completar os 3 noventa para dezenas, a criança deve

usar 3 dos cubos da última fileira de 9. O resto vai para o compartimento das unidades. Assim a criança descobre que 4 noes formam 3 dezenas e um resto de 6 unidades, ou, $4 \times 9 = 36$. O experimento pode ser continuado enquanto ele interessa a crianças e ela obtém fatos como os seguintes:

$$4 \times 9 = 36 \quad 3 \times 9 = 27 \quad 8 \times 9 = 72 \quad e \quad 6 \times 9 = 54.$$

Agora olhem para os dígitos da resposta. Sua soma é sempre 9! "Que interessante, disse um menino que foi rápido em compreender a vantagem dessa relação. O fato 9 nos 40 deve ser 45, nos 70 deve ser 72 e assim por diante. Através desse truque aritmético a tabuada de 9 se torna uma amiga íntima.

A TABUADA DE 2 BASEADA NA DUPLICAÇÃO

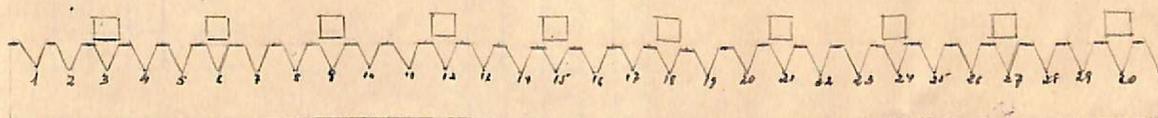
O objetivo desse passo é apontar à criança o aspecto característico da tabuada de 2: que um dado número de dois dá o mesmo resultado que se obtém duplicando-se o número em questão. De uma vez que a criança está segura dos duplos de 1 a 10, ela dominará a tabuada de dois sem dificuldade alguma.

Nos experimentos seguintes, os blocos unidos e o conjunto de multiplicação dos blocos 2 são usados. Qualquer número de dois é colocado lado a lado. Suponhamos que há seis fileiras de blocos 2; o professor então coloca 2 dos blocos 6 em cima dos dois. Assim a criança verifica a relação entre os dois conjuntos de blocos e, desde que ela sabe que dois seis igualam 12, ela escreve $6 \times 2 = 12$. A criança pode então, trabalhar sozinha, descobrindo que oito dos blocos 2 igualam dois blocos oito, quatro de dois igualam dois de quatro e assim por diante.

As crianças que sabem como duplicar os números de 1 a 10, geralmente, precisam somente uma demonstração para dominar a tabuada de 2.

A TABUADA DE 3 NO CAMINHÃO DOS NÚMEROS

O objetivo deste passo é levar a criança a dominar a tabuada de 3, mostrando-lhe ao mesmo tempo, um aspecto novo da multiplicação. As primeiras 3 seções do caminhão dos números (1 a 30) são usados nestes experimentos, com os blocos 3, 8 cubos de qualquer cor, e 2 cubos vermelhos. O professor pede a crianças para achar a escala 3. A criança insere um bloco 3 que alcança o marco 3 do caminhão. O professor diz-lhe para colocar um cubo no 3 como um "marco".



Um segundo 5 é inserido e alcança o seis. Enquanto isso, a criança pode registrar os passos a medida que vai prosseguindo:

$1 \times 3 = 3$, $2 \times 3 = 6$ e assim por diante. O experimento continua até que os dez marcos estão colocados e a escala está claramente visível. O professor pede a criança para apontar o último marco. É 30 e a criança sabe que ela necessita todos os 10 tres para chegar lá. O professor pode a seguir perguntar pelo quinto marco na escala. Ela o encontra no meio da escala, como 15, 5 dos tres são necessários para chegar a ele.

Agora, o segundo ato do jogo começa. Os marcos são removidos e o professor pede a criança que os ponha de volta de acordo com as suas ordens.

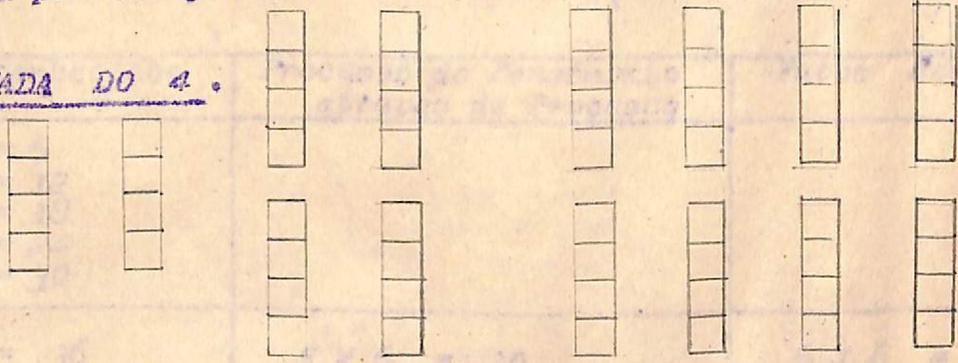
Ele põe um cubo vermelho no fim da escala do 3, como a décimo marco. Isto é, naturalmente, 30, e ele escreve $10 \times 3 = 30$. Agora o outro cubo vermelho é posto como quinto marco - 15; ele escreve $5 \times 3 = 15$. O marco seguinte subindo a escala é o sexto - 18 que ele registra. A medida que isto continua para cada pico da escala de 3, a criança se torna cada vez melhor orientada, especialmente com respeito aos picos salientes 5 e 10.

Afim de imprimir esta escala mais claramente em suas mentes, diversas crianças podem competir num jogo sempre excitante com o caminhão dos números, no qual cada criança usa cubos de cores diferentes.

Cada uma se revêsa com um "spinner" que mostra os números de 1 a 10. Se o Spinner aponta 9, a criança coloca o marçao no espaço proprio (27), em cima de qualquer outro que ja esteja lá. A cor do cubo mais de cima no fim do jogo decide a que este pico pertence.

Alguns de nossos visitantes sorriem compreensivamente quando se-lhes diz que o entusiasmo das do terceiro ano é devido a um jogo de competição. Mas eles ouvem o que as crianças dizem quando colocam seus cubos, eles quasi não podem acreditar em seus ouvidos. "Hi, recebi um 8 e $8 \times 3 = 24$, assim, estou no cumo agora!" $3 \times 3 = 9$, e aqui vai o meu cubo!" $7 \times 3 = 21$, estou certo que o "Branco" ganhara! "Toda a escala é apontada, enquanto a figura da escala de 3 se torna inesquecível. Depois de pouco tempo, as crianças estão prontas para outra escala de números para o qual o mesmo jogo é adotado.

TABUADA DO 4.

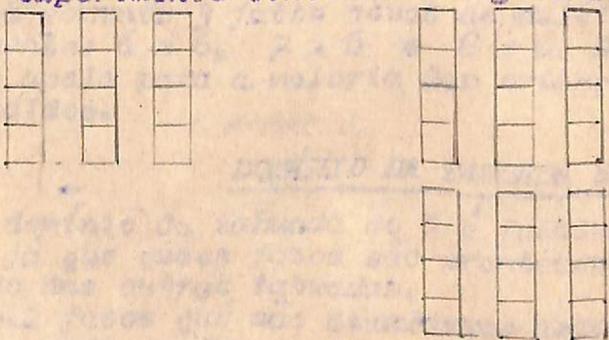


A tabuada do quatro é muitas vezes ensinada exatamente com o mesmo processo da do 3. Achamos, no entanto, conveniente variar para que se forme através de outro processo uma representação mais nítida na mente da criança. Ensinando a tabuada do 4, nos usamos os 10 blocos 4 agrupados em configurações de famílias de números. O professor pode colocar os blocos 4, 2 a 2 próximos um do outro como na figura acima. A criança registra $2 \times 4 = 8$.

Então mais dois blocos 4 são arrumados com os primeiros dois para formar quatro. A criança pensa $8 + 8$ e registra $4 \times 4 = 16$. A seguir, mais 4 blocos são agrupados na configuração 8.

A criança pensa $16 + 16$, e reproduz $8 \times 4 = 32$. Alguns professores podem protestar que é mais difícil para a criança abstrair $16 + 16$ de repente. Não é se ela tem habilidade no cálculo oral. Se uma criança erra (tem dificuldades) pedimos-lhe para representar $15 + 15 + 2 =$

O experimento continua com 3 blocos 4. Veja-se a figura abaixo:



A criança encontra e registra $3 \times 4 = 12$. Três blocos 4 mais são acrescentados para formar a configuração 6. A criança pensa $12 + 12$ e registra $6 \times 4 = 24$.

Agora a criança precisa raciocinar o fato 7. $7 \times 4 = 28$. Depois do fato 6 ter sido bem dominado, o fato 7 pode ser derivado dele pelo acréscimo de outro 4 ao 24.

O professor porém, não repetiria este experimento. Ao contrário, deixaria a criança praticar com o jogo dos picos no caminhão dos números com os 4. Ela já sabe 5×4 e 9×4 , 1×4 e 10×4 ; alguns fatos serão conhecidos das configurações, o resto seria encontrado estudando os picos da escala do 4.

A TABUADA DO 6 NO CAMINHÃO DOS NÚMEROS

O passo seguinte, é mostrar como a tabuada de 6 pode ser acrescentada a estas que a criança já domina. O jogo do marçao descrito previamente pode naturalmente, ser usado para o estudo da tabuada de 6. Mas, para variar, o professor pode propor um jogo de dados de "Val e Fara" com o caminhão dos números.

ros. de 1 a 100 e os 10 blocos de 6. Quando o dado marca, Vai, o jogador põe um bloco 6 diretamente no caminho de Números até o parco 6.

Com o seguinte "Vai" ele põe outro bloco até 12. Assim, ele encontra uma baliza após outras 18, 24, 30 e assim por diante, até 60. ele pode se revezar com um parceiro que segura 10 cubos simples para serem colocados ao lado do caminho dos números, também como picos de 6. O jogador que primeiro alcançar 60, ganha. Ambas crianças olham para as balizas que encontraram e marcam durante o jogo e escrevem os fatos dos 6. (Este é outro jogo que pode também ser igualmente, jogado por times).

Antes dos blocos serem removidos, o professor pode traçar uma tabuada desses fatos do 6 no quadro negro e decidir com as crianças que fatos são conhecidos e quais deveriam ser estudados.

Fatos conhecidos	Processo de Pensamento através de Processo	Fatos derivados
$1 \times 6 = 6$ $2 \times 6 = 12$ $3 \times 6 = 18$ $4 \times 6 = 24$ $5 \times 6 = 30$		
$6 \times 6 = 36$	$5 \times 6 = 30$ $6 \times 6 = 30 + 6$	$6 \times 6 = 36$
$7 \times 6 =$	$7 \times 3 = 21$ $7 \times 6 = 42$	$7 \times 6 = 42$
$8 \times 6 =$	$4 \times 6 = 24$ $8 \times 6 = 48$	$8 \times 6 = 48$
$9 \times 6 = 54$ $10 \times 6 = 60$		

O professor descobrirá, geralmente, que, conforme se vê no quadro acima, há somente 3 fatos novos de multiplicação para serem estudados cuidadosamente: 6×6 , 7×6 e 8×6 . Descubri que o método acima de raciocínio apela para a maioria das crianças e se encarrega dos fatos a serem aprendidos.

DOMÍNIO DA TABUADA DO 7 e DO 8

O domínio da tabuada do 7 é facilmente adquirido (com exceção de 2 fatos) já que esses fatos são prontamente conhecidos na forma reversa pelo estudo das outras tabuadas.

Os 2 fatos que são atualmente desconhecidos são: 7×7 e 8×7 ; 6×7 e 4×7 por exemplo, podem ser derivados de 7×6 e 7×4 .

Na tabuada do 8, o único fato desconhecido é 8×8 . Todos restantes, são facilmente derivados dos fatos reversos.

O professor dá a criança 10 cubos e pede-lhe que coloque os marcos do 7. Se ela protesta que não conhece os picos do 7, deixa-a descobrir que todos os fatos do 7 das outras tabuadas aparecem como picos na escala do 7. Ele pode colocar os blocos através dos picos das escalas do 4 e os blocos 7 através do caminho como picos dos 7. Deste modo, ela vê claramente que as duas escalas se encontram no 28 que é o 4º marco na escala do 7 e o 7º na escala do 4.

Da mesma forma, a escala do 6 e a dos 7 se encontram no 42 que é tanto 7×6 como 6×7 .

Então a criança compreende a estrutura das escalas interceptantes que tem múltiplos comuns.

Isto é uma descoberta significativa para ela que estará ansiosa para experimentar (provar) com a escala do 8.

Ela põe os marcos como "post" das outras escalas. Esta está certa de 8×1 , 8×2 , 8×3 , etc... e muito elegantemente coloca os cubos no 8, 16, 24, 32... etc, como se ela tivesse muitas vezes experimentado com a escala do 8:

O unico fato que ela não conhece é $8 \times 8 = 64$, é o único pico que não apareceu nos outros experimentos.

A MÁQUINA DA MULTIPLICAÇÃO

A máquina de multiplicação é um meio para testar a multiplicação e a divisão. tem a forma de um retangulo que tem a largura de 11 blocos unidos e a altura de 10 blocos unidos. Na extremidade, (geralmente escondida por faixas que formam uma segunda camada) ha uma folha de papel na qual é impressa a Tabua de Pitagoras. Se a criança deseja verificar seu conhecimento da tabuada de 5, por exemplo, um guia vertical é colocado na quinta coluna. A esquerda da coluna ha lugar para 1 a 10 blocos de 5, para baixo de lugar a lugar. Quando a faixa cobrindo esta quinta coluna é movida de 5 e inserido e a faixa que cobre e abaixada uma unidade, o 5 aparece e assim por diante, ate 50. Antes de movimentar a faixa para baixo para deixar a descoberta a criança deveria experimentar seu conhecimento usando a maquina somente para verificar suas respostas.

Ao testar a criança com exemplos de todas as tabuadas, o professor poderia abandonar a forma de equação e preparar para a multiplicação pelo uso da forma em coluna. Os exemplos deveriam incluir os fatos do zero e os fatos da tabuada de 1 com os quais iniciamos a multiplicação.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 0 \\ \times 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

Se esses exemplos são resolvidos sem erro algum e com compreensão a criança pode ser conduzida ao estudo da divisão.

REALIZAÇÕES (ACHIEVEMENTS)

Num simples diagrama podemos resumir as realizações da criança nesta etapa:

Tabuada	Técnica Estrutural
10	Estudada no Tabuleiro Duplo. O sinal e termos da multiplicação são introduzidos.
5	Estudada no Tabuleiro Duplo em relação às dezenas: dois cincos igual 1 dezena, tres cincos = 1 dezena + 5.
9	Estudada no Tabuleiro Duplo em relação aos dez ($3 \times 9 = 3 \times 10 - 3 = 27$).
2	Resultados encontrados por duplicação: $4 \times 2 = 2 \times 4$, $6 \times 2 = 2 \times 6$.
3	Estudo da escala três no caminho dos números.
4	Encontrada por raciocínio aritmético, baseado na estrutura de figuras de números.
6	3 fatos novos: 6×6 , 7×6 , 8×6 derivados de suas relações com os fatos conhecidos.
7	2 fatos novos + 7×7 , 8×7 - derivados de fatos conhecidos.
8	Um fato novo: 8×8 - derivado de fatos conhecidos.

Não é nenhuma motivação especial ou o interesse pelo jogo que são responsáveis pelo domínio dessa tabuada pelas nossas crianças. Quanto a isso, os jogos so mm tornam a aprendizagem mais divertida. Contudo, o domínio é obtido porque o aspecto característico de cada jogo mostra a estrutura da tabuada que ela está estudando.

Ela pôde esquecer fatos isolados, mas pôde reconstruí-los em sua mente, porque, porque leva consigo a figura mental de escala como um todo e pôde assim representar-se os picos especiais

É importante acentuar que ensinamos a multiplicação só depois de ter sido edificada um conhecimento fundamental de adição e subtração. Nossas crianças trabalharam com os duplos, e para elas a duplicação de 12 ou 24 é um prazer. Quando uma criança vem para auxílio terapêutico em multiplicação nos, geralmente, temos de conduzi-la de volta um a um ao estudo dos fundamentos em adição e subtração.

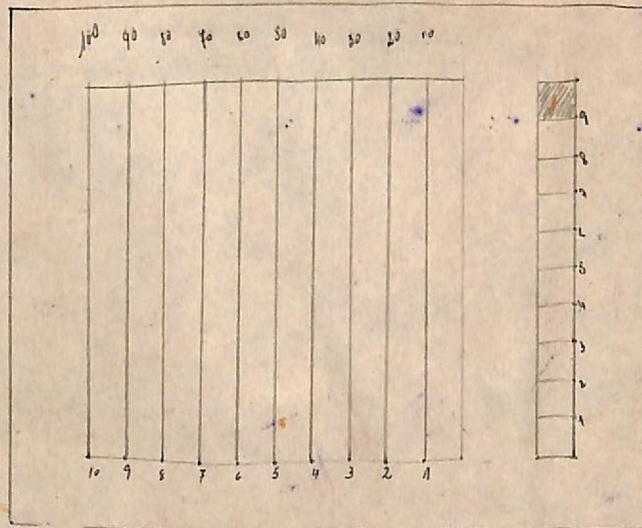
As crianças usarão suas habilidades recentemente adquiridas em multiplicação no estudo da divisão. Nenhuma criança que tenha jogado o jogo do marco no Caminho dos números, se sentirá perplexa quando confrontada com qualquer dos picos nas varias escalas e solicitada a encontrar quantos três, setes ou oitos (ou qualquer outro) estão contidos nele.

A criança apreense todas as tabuadas de modo a ter uma resposta rápida a questões tais como 3×4 . Mas o que é que representa uma resposta pronta? Representa transformar instantaneamente os três quartos em 12 em nossa denominação de dezenas e unidades. Se um homem nos contar que em seu passeio ele viu tres vezes quatro passaros, voando sobre os campos, ele realmente, não nos contou quantos passaros ele viu. Os passaros precisam ser medidos em dez, nossa medida padrão (standard).

O homem faria melhor contando que viu dona passaros.

Nossas crianças viram no Tabuleiro Duplo como qualquer quantidade pôde assim ser agrupada em dezenas e unidades. Esta compreensão prepara o caminho para o estudo posterior de números denominados (computação com pesos e medidas).

TABULEIRO DUPLO



Revisado
em 11/10/78
W. H. H. H.