O.B.X.

M E T O D O L O G I A   D A   M A T E M Á T I C A

Profa. Odila Barros Xavier   Trad. Julia Helena K. Petry

CHILDREN DISCOVER ARITHMETIC - Catarina Stern

M U L T I P L I C A Ç Ã O

N A T U R E Z A   D A   T A R E F A

Para muitos professôres multiplicação e divisão significa exercitar tabuadas. Fatos tais como 7 x 6 e 72÷8 precisam ser memorizados; O aluno repete sempre e sempre essas combinações até sabê-las, finalmente. Presentemente, contudo, multiplicação e divisão são temas fascinantes; juntos, êles envolvem uma nova aproximação (approach) para a descoberta das relações entre os números e não lidam com fatos desligados que devem ser aprendidos peça por peça. Cada tabuada de multiplicação não mostra sòmente uma estrutura clara dos próprios que é claramente entendida e dominada; as esta várias tabuadas, mesmas mostram tal interrelação que não há dificuldade para encontrar todos os fatos que se precisa.

A relação entre multiplicação e divisão pode ser claramente demonstrada com o nosso material, bem como adição e subtração. É uma interrelação semelhante de: "fazer e desfazer" uma aproximação para o mesmo fato numérico ~~de número~~, partindo de direções ~~diversas~~. opostas.

Multiplicação (e também divisão) é definida pela equação $n \times a = b$ (n vêzes a é igual a b). Nessa equação, n ~~difere~~ define o número de vezes que a é produzido, é chamado o multiplicador. Chama-se a o multiplicando: é o número a ser multiplicado. O resultado da multiplicação é marcado por b, o produto.

Se, na equação acima n e a são dados e o total b é procurado, estamos lidando com multiplicação. Se a questão é trocada de forma que se parte do total b e se pergunta quantas vêzes a está contido nêle, chama-se o processo divisão. Nêsse caso n é o desconhecido e muda-se a equação por $n = \frac{b}{a}$. Esta equação define a divisão. Chama-se n o quociente (do latim quottiens, significando quantas vêzes); êle estabelece mostra quantas vêzes o divisor a está contido no dividendo b.

Há contudo, ainda outra possibilidade. Podemos perguntar pelo tamanho de a a parte que obtemos quando total b é dividido em n ~~a~~ partes. Podemos achar seu valor pela equação $a = \frac{b}{n}$ ou $a = \frac{1}{n}$ de b ou a é igual a $\frac{1}{n}$ de b.

Êste tipo de divisão será tratado como tópico separado; chama-se repartição e leva diretamente ao conceito de partes fracionárias.

Até agora a comparação de duas quantidades têm sido sempre expressa ou apontando sua diferença ou declarando o que deve ser somado ao número menor ou subtraído do maior para torná-los iguais. Agora a comparação dos dois números se baseará em outro tipo de relação. Se comparamos, por exemplo, 3 e 15, podemos, expressar sua relação pelas duas equações: $5 \times 3 = 15$ e $\frac{1}{5}$ de $15 = 3$.

A criança mesma estudará essas relações em várias experimentos. ~~ências~~. Ela achará que 15 é 5 vêzes tão grande como 3 e que 3 é sòmente um quinto do tamanho de 15; se dividimos 15 por 5, cada parte tem o tamanho de 3. Por isso, ela descobrirá a multiplicação e a divisão como novos meios de comparar duas quantidades.

Uma vez compreendida a interconexão entre a multiplicação e a divisão, podemos fàcilente ver a função oposta das duas operações também. Multiplicação significa crescimento, não sòmente por somar alguma cousa, mas por multiplicar qualquer cousa que havia no começo. Contràriamente, a divisão significa: dividir alguma cousa em partes, isto é, diminuir.

Se reproduzimos 3 cinco vezes, isso importa 3+3+3+3+3, isto é, podemos reportar o processo de multiplicação de volta para adição com o uso de parcelas iguais. Semelhantemente, se subtraímos um 3 depois do outro de 15, achamos que há 5 de tais partes em 15. Assim, a divisão volta atrás para a subtração com subtraendos iguais. Nos experimentos atuais, contudo, investigaremos a multiplicação e divisão como conceitos de multiplicação ndo e divisão dindo e não como adição somando e ~~subtração~~. subtraindo.

Cada professor pode decidir se êle deseja ensinar multiplicação primeiro e então divisão ou se êle quer que a criança trabalhe nas duas operações com um número, antes de ir para o número seguinte.

O SIGNIFICADO DAS TÁBUAS DE MULTIPLICAÇÃO

A relação de número expressa pela multiplicação é nova para nós. Por 5+3 queremos dizer que há um 5 e um 3 para serem somados; ambas parcelas desempenham o mesmo papel e são representadas pelo bloco 5 mais o bloco 3. Mas 5x3 significa que o 3 deve ser produzido 5 vêzes para se obter o produto. É um êrro dizer que nós multiplicamos dois números - sòmente um número é multiplicado. Aqui é o 3, que é multiplicado 5 vêzes.

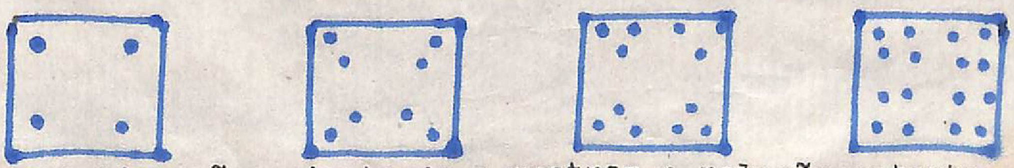
A essência da multiplicação é que alguma cousa será tomada não uma, mas diversas vêzes. Assim se a criança quer figurar a resposta para 5x3, ela pode agora pegar seu bloco 3, cinco vêzes. O 5 como tal não deve ser visto; o 5 é um operador com uma função diferente do 3 sôbre o qual êle opera.

A criança poderia achar o mesmo resultado adicionando 5 blocos de 3, mas a tabuada de 3 é um corte rápido pelo qual, após estudo apropriado, ela pode representar total diretamente.

Chegamos às chamadas táboas de multiplicação, não estudando o fato separado 5x3 ou 6x7, mas examinando os múltiplos de 3 antes de estudar os de 7. Voltemos atrás à equação que define multiplicação: $\underline{n} \times a = b$. Se conservarmos $\underline{n}$ constante e deixarmos a variar de $\overline{1}$ a $\overline{10}$, conservaremos o mesmo número de partes e deixa-se o tamanho de cada parte crescer. Se $\underline{n} = 4$, chegamos à táboa seguinte:

$4 \times 1 = 4$
$4 \times 2 = 8$
$4 \times 3 = 12$ etc

Podemos representar estas relações por uma ~~amostra~~ configuração do 4 no qual nós pegamos a ~~grupo~~ coleção 4, mas mudamos o tamanho de cada 4 partes iguais.



Estas gravuras ajudarão mais tarde a mostrar a relação estrutural entre, por exemplo, 2x3 e 4x3. Contudo, êste tipo de tábôa é raramente usado, embora seja interessante porque é a contra-parte da partilha, a espécie de divisão na qual o tamanho de cada parte (a) terá de ser achado, se um número estiver dividido em um número estabelecido de partes. Na figura acima não vemos sòmente fàcilmente que 4x3= 12; podemos também, concluir que qualquer uma das quatro partes de 12 é 3.

Se agora variamos o número de partes n e conservamos o tamanho a constante chegamos à forma mais usual da tábôa de multiplicação. Quando fazemos a= 4 e deixamos n variar de 1 a 10, achamos:

1x4 = 4
2x4 = 8
3x4 =12 etc. até 10x4= 40

Em muitas experiências a criança achará por si mesma qual é o resultado, quando ela lida com dois ou mais blocos ~~de~~ 4 em lugar de um só. Em Aritmética Estrutural, ela descobre estas tábôas e estuda-as, assim de modo que ela possa usar um fato para encontrar um outro relacionado. Ela aprende não sòmente a interrelação dos fatos simples de uma tábôa, mas também as relações das tabuadas mesmo, como por exemplo, quando ela descobre a interdependência aproximada dos fatos do 9 e dos fatos do 10.

Em dias que já vão longe as crianças tinham de aprender estas tabuadas de cór. Os livros-textos modernos insistem em que os fatos simples da multiplicação de tôdas as tabuadas devem ser ministrados e exercitados separadamente. No ensino de Aritmética Estrutural, evitamos o exercício tão fervorosamente como rejeitamos o separar aparte as tabuadas como peças sem relação. estudadas

Mostraremos como a criança será capaz de reconstruir qualquer fato da multiplicação tão fàcilmente como os fatos da adição e subtração - neste tempo já dominados.

EXPERIMENTOS QUE ENSINAM MULTIPLICAÇÃO

Em Aritmética Estrutural não desenvolvemos respostas de papagaios para as questões de multiplicação. Nós visamos que a criança entenda o significado básico da multiplicação de modo que ela possa derivar qualquer fato dos princípios entendidos. Para verificar sua prontidão e interêsse nós lhe apresentamos alguns experimentos preliminares em multiplicação.

PRIMEIROS EXPERIMENTOS EM MULTIPLICAÇÃO

Há dez conjuntos de multiplicação dos blocos unidos. Cada um contém 10 blocos da mesma qualidade; há 10 um; 10 dois; 10 três até 10 dez.

Um dos conjuntos de multiplicação - por ex.- ~~6~~ 10 blocos ~~de 10 dois~~ 2 são colocados numa mesa próxima. Pede-se à criança que traga um dos blocos-2. Feito isto, a criança executa três mais dêsses recados. A criança geralmente soma os blocos e anuncia com o último bloco, que êles importam em 6, todos juntos. Isto pode ser apontado como correto, mas não importa no jôgo. A seguir pede-se à criança que traga 5 vêzes um dois. A criança raramente faz isso. Quase tôdas as vêzes ela diz: "por que hei de ir 5 vêzes?" Não posso trazer "5 blocos de 2 de uma vez? Isto é exatamente o quê se esperava "que ela descobrisse : um simples bloco de 2 tomado 5 vêzes é o mesmo que 5 blocos de 2 tomados de uma vez.

Se a criança parece interessada em descobrir o total, ela está pronta para o passo seguinte. Ela pode inserir os blocos no "caminhão dos números" e encontrar que 5 dois alcançam o marco 10.

Diz-se-lhe que tal fato se expressa como "cinco vezes dois é igual a dez" e que usando o novo sinal x para vezes "êle pode registrar sua descoberta: 5x2= 10".

Para crianças que entendam êste passo o professor usa cartões com ordens neles: 3x3, 1x6, 6x1, e assim por diante. Todos os tipos de blocos são espalhados nas mesas próximas, entre êles cubos simples. As crianças se revezam apanhando os cartões e fazendo o que êles podem: 3x3 significa pegar 3 blocos de 3, 1x6 pede por um bloco 6; 6x1 significa seis blocos de um.

Há uma graça neste jôgo que o torna ainda mais divertido e introduz a noção importante do que significa zero vezes um número. Entre os cartões a criança pode encontrar 9x0. Ela lê: "Nove vezes nenhuma cousa. Grande consternação! "Ocasionalmente, bons atores correm até a mesa nove vezes, não agarram nada, bloco nenhum, e, finalmente, sentam-se sem nada nas mãos.
Noutro cartão pode-se encontrar 0x7 : A criança lê: "zero vezes sete"...
Naturalmente, isto representa nenhuma vezes sete ou nada e o jogador orgulhosamente permanece sentado, enquanto as outras crianças movimentam-se a procura de seus blocos.

Êste jôgo familiariza a criança com a significação dos exemplos escritos de multiplicação. Sua compreensão de 6x1 ou 1x6 é muito importante para o desenvolvimento dos conceitos claros que são mais vitais em trabalho futuro. Não importa se a criança acha ou não o total para cada exemplo, isto é fácil de fazer por meio do Caminhão dos números, se elas estiverem interessadas.

Êste jôgo com os blocos pode ser começado tão cedo quanto a professôra deseje, mas nunca depois do estudo das tabuadas. Então é geralmente muito tarde. Fatos tais como 1x6= 6 e 1x9= 9 se tornam de tal maneira aceitos que a criança simplesmente buscará o bloco 6 como resposta a 1x6, sem dar sentido à ação involvida. Se, contudo, o jôgo é começado com principiantes, as crianças recebem as mais dramáticas impressões sôbre o que multiplicar por 1 ou multiplicar por zero implica.

As tabuadas de 10 e 5 no Dual Board

O objeto do experimento seguinte é promover a compreensão da tabuada de multiplicar o domínio da tabuada de 10 e da tabuada de 5. Na primeira experiência a criança usa o Dual Board e os conjuntos de multiplicação de 10. O professor diz: "Põe uma vez o 10 no quadro (Board)". A criança faz e escreve 1x10=10. A seguir pode-se pedir que ponha 3 vezes um 10 no quadro. Êle insere 3 blocos de 10 no compartimento das dezenas e registra o 30 na forma nova: 3x10=30. Depois de algum tempo, as crianças com suas próprias palavras tomam o geito da cousa e escrevem tôda a tabuada.

1x10 = 10
2x10 = 20
3x10 = 30 etc. até 10x10 = 100

Então elas descobrem que sabem as respostas da taboada de 10 de experiências anteriores de adição com os blocos 10.
Elas precisam apenas aprender a maneira nova de expressar os resultados e admitir aproximação diferente e estarão prontas para continuarem na tarefa seguinte. Mas há um conceito novo que é importante ~~ó~~ os 10 picos no caminhão dos números serão achados como constituindo os últimos múltiplos nas escalas individuais (20 é o fim da escala de 2; 40, o fim da de 4, e assim por diante. Assim todos os fatos de 10 ocorrem em forma inversa aos dos últimos fatos de cada tabuada.

Uma simples experiência leva à descoberta desta relação básica. O professor insere 3 blocos de 10 no compartimento 10 do Dual Board. A criança sabe que o resultado é 30. Então, os 3 blocos de 10 são voltados de modo a caber horizontalmente em vez de verticalmente, e pergunta-se à criança quantos 3 igualam 3 dezenas. Colocando agora os blocos 3 no topo dos blocos 10 a criança descobre o fato: 3x10= 10x3. Ao mesmo tempo vemos que estruturalmente, 3 vezes 10 não é 10 vezes 3. O resultado do número é o mesmo 30 unidades, mas no princípio caso nós temos blocos 10 e o número 3 indica quantos há. No segundo caso, temos blocos 3 e o número 10 indica quantos. Há uma identidade numérica, produzindo dois retângulos próprios, mas suas estruturas diferem porque os dois fatôres desempenham papéis diferentes; um, é o multiplicador (o ativo) e o outro é o multiplicando, que nos dá o tamanho da fileira que é produzida tantas vezes quanto o multiplicador indica. O multiplicador no primeiro caso é 3; no segundo, 10. Deve-se à estrutura decimal de nosso sistema de número a particularidade especial do trabalho com 10 que nós conhecemos quantas unidades há em cada múltiplo - 3 blocos de 10 mostram as 30 unidades. Nossa notação expressa por um 3 no lugar das dezenas não sòmente as 3 dezenas, mas as 30 unidades, assim 30. Quando avançamos para outras tabuadas isto não é assim; 5x5, por exemplo, também significa que podemos selecionar cinco em vez de 5 vezes um 5, mas quanto é "5 cincos"? O total precisa ser expresso em dezenas e unidades.

Estudamos a tabuada de 5 a seguir por causa da relação última dos 5 e dos 10. A criança usa o Dual Board os 10 e uma pilha de 10 blocos de 5. O professor pode primeiro inserir 4 dos blocos 10. A criança verifica que êles importam em 40. Agora, 4 blocos de 5 são colocados no cimo das 4 dezenas. A criança vê que êles ocupam apenas a metade do espaço e, de acôrdo com isso podem apenas ser 20. Ela então remove os blocos 10 e trabalha só com os 5. Quatro blocos de 5 são colocados e o professor forma fileiras de dezenas com êles. A criança reconhece o parentesco com os 10, com os quatro cinco, sòmente 2 fileiras de 10 podem ser construidas. Isto significa 4x5=20. O professor deveria agora escrever os exemplos pares no quadro-negro.

2x5=
4x5=
6x5=
8x5=
10x5=

A criança verificará que um número par de 5, posto no Dual Board sempre iguala a metade dêste número de dezenas completas.

Agora há alguns fatos mais a serem descobertos. Suponhamos que a criança inserte 3 cinco no Dual Board. 2 cincos formam 10 e pertencem ao compartimento das dezenas. O terceiro cinco precisa ser colocado no compartimento das unidades. Assim descobre-se que 3 cincos são 15. Os outros fatos impares do 5 são obtidos de modo semelhante. Mas embora as crianças compreendam os fatos pares do 5 de uma vez torna-se necessário mais de um experimento para que dominem êsses fatos ímpares. Alguns são muito auxiliados quando se lhes mostra como medir a cobra de 5 com uma fileira paralela de 10 como foi feita na adição em colunas.

Para variar a professôra pode apresentar exemplos de múltiplos em forma de coluna:

5	5	5	5
x4	x7	x9	x3

Se, ao chegar ao fato, a criança ainda não está segura da resposta, o professor mostra-lhe como pôr os 7 blocos, 5 de um extremo a outro para medir que número êles alcançam por meio de dezenas. A criança verá que 6 dos meios alcançam 30 e o sétimo leva-os a 35. A 3 dezenas que igualam 6 dos 5 produzem uma impressão muito clara no espírito das crianças. Assim, tôda a tabela do 5 é fàcilmente dominada com absoluta segurança.

---ooOoo---

Revisado em 19/10/78