corréto



**METODOLOGIA DA MATEMÁTICA**

Material fornecido pela Professôra Da. Odila Barros Xavier.

1. Adição 3) Multiplicação
2. Subtração 4) Divisão
1/ Fatos Básicos

---,---

## COMBINAÇÕES

Simples - Algacyr Munhoz Maeder em "Curso de Matemática - 2º Livro Colegial"; 4a. edição, pag. 81.

"Combinação simples - Combinação de m elementos, tomados n a n, são os diversos agrupamentos que se podem formar com os elementos dados, tomando n de cada vez, e de modo que um se distinga de outro por conter um ou mais elementos diferentes.

Os objetos a serem combinados podem agrupar-se um a um, dois a dois, três a três, ... n a n.

Consideremos alguns exemplos.

Com as três primeiras letras do alfabeto podem ser formadas as combinações binárias

ab, ac, bc.

Combinando, duas a duas, as letras a, b, c, e d, obtemos as combinações

ab, bc, cd,
ac, bd,
ad. "

Combinações com repetição - Thales Mello Carvalho em "Matemática - Para os Cursos Clássico e Científico" - 2a. série; 4a. Edição; pags. 73-74.

"Combinações com repetição. Dados m elementos distintos, chamam-se combinações com repetição ou combinações completas de classe p dêsses m elementos a todos os grupamentos de p elementos distintos ou não, tirados dentre os m elementos dados, de modo que cada agrupamento se diferencie de outro pela natureza de seus elementos.

Consideremos m elementos distintos numa certa ordem $a_1$; $a_2$, $a_3$ ......$a_m$. Suponhamos formadas tôdas as combinações com repetição de classe p-1 dêsse m elementos e que, em cada uma, os elementos estejam ordenados. Demonstra-se, por um raciocínio análogo ao de nº 7, que se formam tôdas as combinações com repetição de classe p dêsses elementos, acrescentando-se a cada combinação de classe p-1 seu último elemento e os elementos seguintes a êle se a combinação não terminar pelo último elemento $a_m$.

Consideremos, por ex., três elementos a, b, c. De acôrdo com a regra anterior, formam-se suas combinações binárias com repetição, acrescentando-se ao elemento a sucessivamente os elementos a, b e c, ao elemento b sucessivamente b e c, e a do elemento c êle próprio. Obtem-se então

aa bb cc
ab bc
ac

Formam-se anàlogamente as combinações ternárias.............
..............................................................

Prosseguindo analògicamente, formam-se as combinações com repetição dos 3 elementos 4 a 4, 5 a 5. Não há, como se vê, limitação para a classe das combinações, o que significa dizer que se podem formar as combinações, com repetição, de classe p de m elementos, sendo p > m.

x
x x

11/10 Westphalen

Tabuada - em "Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguêsa". (Thales Mello Carvalho - responsável pela parte de Matemática).

"Tabuada - Tabela contendo combinações de algarismo."

-------------

(Algumas anotações do trabalho de Esther Swenson "Arithmetic For Preschool and Primary-Grade Childrem" -em The Figtieth Yearbook of the National Society for the Study of Education - Part II - 1951).

FATOS BÁSICOS - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Prontidão (pags. 56-57)

A criança deverá :

a - ter adquirido certas habilidades e compreensões com referência aos números - tanto ordinais como cardinais - de 1 a 10;
b - ser capaz de contar até 10 (de preferência até mais), com e sem objetos;
c - ser capaz de ler e escrever os números de 1 a 10;
d - conhecer o "próximo maior" e o "proximo menor", "um mais"e "um menos" na série;
e - ter idéia clara de "coleção de objetos";
f - saber dar os nomes dos números tanto às coleções de objetos, como à sua representação escrita;
g - ser capaz de reproduzir as coleções de 10 ou menos, quando o número é dado;
h - ser capaz de comparar as coleções - maiores, iguais e menores; e
i - ser capaz de agrupar, desagrupar e reagrupar coleções.

-------------

Significação do Número e Processos

a - O professor deverá êle próprio possuir uma boa compreensão aritmética;
b - Pais e familiares devem ser informados sôbre os meios práticos com os quais devem auxiliar as crianças;
c - As experiências da criança devem ser aproveitadas;
d - Os recursos auxiliares de ensino também devem ser aproveitados; e
e - As atividades do próprio aprendiz devem ser valorizadas ao máximo.

x
x x

Fatos Fundamentais e de Dezenas, extraídos de

"Teaching Arithmetic in the Elementary School" - vol.III, Upper Grades - 1939 - por Robert Lee Morton.

Combinações e fatos (pag. 58)

Adição e subtração

"Se cada um dos dígitos, de 0 a 9, é combinado consigo próprio e com cada um dos outros, há, em adição, 55 combinações. Cada uma dessas combinações, com exceção das dos duplos, pode ser arranjada em uma combinação de adição em dois sentidos, como $\begin{array}{r}5\\ \underline{7}\end{array}$ ou como $\begin{array}{r}7\\ \underline{5}\end{array}$

Há assim (com os 10 duplos) o número total de 100 agrupamentos.

Chamamos a cada um dêsses 100 agrupamentos um "fato de adição"

"Do mesmo modo, há 55 combinações em subtração e 100 fatos". Há conveniência em serem ensinados em conjunto com os da adição, como <u>unidades de ensino</u> - ex.: $\begin{array}{r}5\\ \underline{7}\end{array}$ $\begin{array}{r}7\\ \underline{5}\end{array}$ e os fatos da subtração $\begin{array}{r}12\\ \underline{-7}\end{array}$ e $\begin{array}{r}12\\ \underline{-5}\end{array}$

Eliminando as combinações com zero, há 45 combinações e 81 fatos tanto em adição, como em subtração. Muitas dessas 45 combinações são mais fáceis do que as outras.

Eliminando-as com 1 e 2, ficam reduzidas a 28 combinações e 49 fatos.

-----

Testes de revisão para graus superiores - Teste 1

<u>Os Fatos mais Difíceis em Adição</u> (pag. 59)

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 7 | 3 | 4 | 6 | 4 | 8 | 3 | | | |
| 3 | 6 | 7 | 6 | 5 | 8 | 7 | 4 | 9 | | | |
| 8 | 9 | 3 | 5 | 6 | 3 | 9 | 4 | 5 | 8 | 5 | 6 |
| 8 | 4 | 5 | 9 | 4 | 8 | 5 | 6 | 3 | 9 | 8 | 7 |
| 3 | 5 | 8 | 4 | 5 | 9 | 6 | 6 | 9 | 3 | 4 | 9 |
| 3 | 4 | 7 | 4 | 7 | 9 | 3 | 9 | 3 | 7 | 9 | 7 |
| 8 | 6 | 7 | 6 | 9 | 7 | 4 | 7 | 9 | 5 | 7 | 8 |
| 3 | 5 | 3 | 6 | 8 | 4 | 3 | 5 | 6 | 5 | 8 | 5 |
| 7 | 7 | 4 | 8 | | | | | | | | |
| 9 | 6 | 8 | 6 | | | | | | | | |

Fatos básicos e fatos com dezenas (pag. 62)

Adição - Teste 2 Para os Graus Superiores:

<u>Colunas de Adição</u>

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 2 | 7 | 9 | 6 | 5 | 7 | 8 | 6 | 7 | 8 | 5 |
| 2 | 8 | 8 | 4 | 6 | 5 | 4 | 4 | 8 | 3 | 2 | 6 |
| 5 | 5 | 1 | 3 | 1 | 2 | 6 | 5 | 1 | 1 | 7 | 2 |
| 8 | 9 | 4 | 6 | 9 | 8 | 5 | 7 | 5 | 9 | 4 | 7 |
| | | | | | | | | | | | |
| 7 | 6 | 3 | 6 | 5 | 9 | 7 | 4 | 4 | 3 | 6 | 4 |
| 9 | 7 | 7 | 5 | 7 | 8 | 7 | 6 | 9 | 9 | 9 | 7 |
| 1 | 6 | 9 | 7 | 7 | 2 | 3 | 8 | 1 | 6 | 3 | 1 |
| 8 | 7 | 4 | 6 | 1 | 9 | 6 | 7 | 8 | 2 | 4 | 9 |
| | | | | | | | | | | | |
| 8 | 9 | 9 | 8 | 8 | 7 | 2 | 5 | 7 | | | |
| 3 | 7 | 1 | 7 | 9 | 6 | 9 | 9 | 5 | | | |
| 3 | 2 | 6 | 4 | 1 | 5 | 4 | 5 | 8 | | | |
| 9 | 9 | 5 | 3 | 8 | 5 | 6 | 5 | 8 | | | |

Subtração - Teste 3 - Fatos difíceis em subtração (pág. 71)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 14 | 9 | 15 | 10 | 8 | 16 | 10 | 12 | 8 |
| 8 | 6 | 4 | 9 | 4 | 3 | 8 | 7 | 6 | 5 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 17 | 12 | 11 | 13 | 10 | 6 | 16 | 12 | 14 | |
| 6 | 9 | 8 | 5 | 7 | 5 | 3 | 9 | 4 | 8 | |
| 10 | 15 | 7 | 11 | 14 | 13 | 9 | 11 | 7 | 15 | 12 |
| 3 | 8 | 4 | 3 | 5 | 4 | 6 | 4 | 3 | 7 | 5 |
| 13 | 11 | 18 | 14 | 13 | 8 | 10 | 16 | 13 | 12 | 9 |
| 8 | 7 | 9 | 9 | 5 | 4 | 6 | 7 | 6 | 3 | 5 |
| 17 | 11 | 13 | 9 | 12 | 12 | 14 | | | | |
| 8 | 6 | 9 | 3 | 7 | 9 | 7 | | | | |

Teste 4 - revisão para os 100 fatos da subtração (pág.72)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 8743 | 7380 | 2657 | 6000 | 8641 | 6347 | |
| 7408 | 6717 | 743 | 2179 | 8298 | 5068 | |
| 6200 | 5123 | 6402 | 3008 | 7155 | 9536 | |
| 523 | 1064 | 3985 | 1462 | 3457 | 3975 | |
| 4002 | 9870 | 8522 | 4752 | 7852 | 7094 | |
| 1966 | 5798 | 4039 | 3523 | 988 | 2397 | |
| 5930 | 8720 | 7761 | 3581 | 6428 | 5041 | 8754 |
| 5041 | 6892 | 2484 | 2611 | 1376 | 4052 | 5016 |

Multiplicação - Fatos Difíceis (pag.78)

Teste 5 - 36 fatos

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 9 | 6 | 4 | 8 | 3 | 7 | 9 | 9 | 7 | 8 | 4 | |
| 8 | 7 | 9 | 7 | 3 | 3 | 8 | 9 | 4 | 3 | 6 | 6 | |
| 8 | 8 | 7 | 6 | 8 | 3 | 4 | 6 | 3 | 7 | 9 | 6 | 7 |
| 7 | 4 | 9 | 4 | 8 | 8 | 8 | 7 | 4 | 7 | 3 | 3 | 6 |
| 9 | 3 | 3 | 4 | 4 | 3 | 9 | 7 | 6 | 9 | 4 | | |
| 9 | 9 | 6 | 4 | 9 | 7 | 6 | 4 | 6 | 8 | 3 | | |

Multiplicação - Teste 6 (pág. 80)

com Reservas.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 963 | 849 | 389 | 693 | 687 | 674 | | |
| 4 | 6 | 7 | 9 | 3 | 8 | | |
| 367 | 416 | 934 | 389 | 478 | 647 | 973 | 689 |
| 6 | 2 | 3 | 8 | 4 | 7 | 7 | 6 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 397 | 384 | 479 | 486 | 374 | 502 | 843 | 846 |
| 8 | 4 | 9 | 3 | 6 | 8 | 8 | 7 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 105 | 368 | 501 | 679 | 487 | 709 | 397 | 510 |
| 3 | 9 | 5 | 4 | 9 | 2 | 3 | 6 |

Multiplicação com 2 algarismos no multiplicador (pág.81)

Teste 7

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 624 | 906 | 153 | 807 | 375 | 137 | 247 |
| 37 | 58 | 49 | 62 | 17 | 38 | 54 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 462 | 214 | 135 | 809 | 908 | 608 | 395 | 376 |
| 96 | 21 | 56 | 47 | 39 | 18 | 27 | 94 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 254 | 897 | 768 | 849 |
| 38 | 16 | 52 | 84 |

Divisão: 81 fatos de 1 ÷ 1 a 81 ÷ 9.

Eliminando os zeros, 1, 2 e 5 ficam 36 fatos - (pág.85)

Teste 8 - Fatos Difíceis

48 | 6 63 | 9 54 | 6 28 | 4 24 | 8 9 | 3

56 | 7 81 | 9 36 | 9 21 | 7 48 | 8 24 | 4

32 | 8 56 | 8 63 | 7 24 | 6 64 | 8 24 | 3

42 | 6 32 | 4 12 | 3 49 | 7 27 | 9 18 | 6

72 | 8 27 | 3 42 | 7 18 | 3 16 | 4 36 | 4

21 | 3 54 | 9 28 | 7 36 | 6 72 | 9 12 | 4

Teste 9 - Divisão com transporte (pág. 87 - Morton)

2810 | 3 3087 | 8 933 | 5 972 | 2

5591 | 6 1077 | 4 2550 | 9 719 | 2 741 | 3

1395 | 8 2740 | 6 2299 | 4 357 | 2 1986 | 7

2862 | 5 6705 | 7 5776 | 9 592 | 2 1974 | 5 2156 | 8

Teste 10 - Divisão - zero no quociente (pág.87 - Morton)

3883 |4    1741 |2    3261 |8    6308 |7    3334 |9

876 |8    9029 |3    2049 |5    2762 |6    901 |5

1004 |2    4209 |6    1123 |7    5760 |9    1401 |4

2124 |3    6444 |7    2763 |9    2003 |8    5419 |6

Teste 11 - para Graus Superiores - pág. 90

2 algarismos no Divisor

1107 |48    513 |11    7551 |98    7207 |82

3771 |92    1789 |38    7774 |81    7825 |99    2484 |69

2412 |28    1418 |72    3292 |61    6002 |91    3538 |68

889 |49    3528 |51    1022 |32    1298 |52    992 |71

7306 |88    5386 |59    688 |18    799 |19    2113 |31

3148 |42    3713 |58    7193 |79    1731 |62    383 |12

2304 |39    1223 |21    1923 |41    728 |29    4995 |78

1623 |22    1337 |89

Teste 12 - Divisor com 2 Algarismos

2930 |47    5028 |63    2216 |26    1664 |34

8400 |87    1189 |15    6320 |73    7111 |97    3211 |54

1850 |23    4237 |45    1494 |83    980 |17    2000 |75

1749 |56    2845 |37    4666 |94    2052 |67    2431 |35

717 |13    5441 |66    4095 |84    1987 |24    769 |43

5502 |95    4963 |53    5284 |77    1782 |36    6055 |86

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3121 \| 64 | 2580 \| 27 | 2796 \| 44 | 2124 \| 74 | |
| 6922 \| 93 | 822 \| 16 | 5518 \| 57 | 987 \| 25 | 6573 \| 96 |
| 4096 \| 55 | 6877 \| 76 | 1892 \| 33 | 3991 \| 46 | 5921 \| 85 |
| 1150 \| 14 | 3766 \| 65 | | | |

## Teste 13 - Divisão: Quociente contendo zeros - pág. 92

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 13472 \| 33 | 43252 \| 61 | 12922 \| 27 | | |
| 5517 \| 12 | 13804 \| 48 | 57281 \| 83 | 28914 \| 59 | |
| 20965 \| 98 | 28591 \| 76 | 17622 \| 29 | 8838 \| 45 | |
| 9197 \| 84 | 20415 \| 34 | 15044 \| 18 | 26561 \| 96 | |
| 42802 \| 56 | 39020 \| 71 | 47121 \| 64 | 47386 \| 85 | |
| 6552 \| 16 | 40348 \| 67 | 25507 \| 35 | 61563 \| 78 | |
| 85246 \| 92 | 5427 \| 21 | 15068 \| 49 | 53024 \| 57 | |
| 37443 \| 54 | 20809 \| 41 | 62832 \| 95 | 6127 \| 13 | |
| 31503 \| 32 | 32254 \| 79 | 14733 \| 87 | 19483 \| 22 | 25678 \| 63 |

## Teste 14 - Divisor com 3 Algarismos - pág. 94

| | | | |
|---|---|---|---|
| 588260 \| 788 | 20666 \| 226 | 361621 \| 599 | 97164 \| 347 |
| 526954 \| 613 | 69364 \| 874 | 288480 \| 935 | 129045 \| 151 |
| 319540 \| 462 | 532845 \| 146 | 463826 \| 554 | 172361 \| 882 |
| 188255 \| 677 | 321691 \| 498 | 325825 \| 913 | 150753 \| 235 |
| 32526 \| 761 | 166061 \| 329 | 240731 \| 517 | 231472 \| 831 |
| 23465 \| 243 | 408670 \| 488 | 406923 \| 799 | 222831 \| 123 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 82657 \| 962 | 521378 \| 656 | 306217 \| 375 | 1649209 \| 548 |
| 167262 \| 214 | 63822 \| 826 | 626853 \| 661 | 266017 \| 392 |
| 446215 \| 757 | 21584 \| 433 | 1103938 \| 185 | 379594 \| 979 |

-----------

Exemplos de divisões com dois algarismos: Dificuldade do aluno: a avaliação do algarismo do quociente. Passos (pág.88 - Morton)

1) avaliar o algarismo do quociente;
2) escrever o algarismo do quociente em lugar adequado;
3) multiplicar o divisor pelo número representado pelo algarismo do quociente;
4) escrever o produto em lugar adequado;
5) comparar o produto com o dividendo parcial;
6) subtrair o produto do dividendo parcial;
7) comparar o resto com o divisor;
8) tomar os algarismos do dividendo; e
9) verificar o resultado.

-------

## FÁTOS BÁSICOS

Grossnickle

1. A significação de um Fato (pág. 219)

2. Os Fatos básicos de Adição

O que se deve entender por Fatos básicos.

"Os fatos básicos em adição consistem em todos os arranjos possíveis de dois números de um algarismo de 1 a 9, inclusive. Como adição e subtração são processos opostos, há um fato básico relacionado em subtração para cada fato em adição, e vice-versa. Em cada processo há 81 fatos básicos que não envolvem o zero. Quando os fatos do zero são incluidos, há então 100 fatos básicos em cada um dêsses dois processos.

Para cada combinação feita de dois números de um algarismo, com exceção feita dos casos que incluem os duplos, há dois fatos básicos.

Assim numa coleção de 8 feita pela combinação de 3 e 5, os dois fatos básicos em adição, são 3 + 5 = 8 e 5 + 3 = 8.

O quadro da página mostra os 55 agrupamentos de dois números de um algarismo. Nas 55 combinações, os números com sua soma constituem os 55 fatos básicos na adição. Trocando a ordem dos dois números diferentes em cada combinação, com exceção das 9 contendo os duplos, os outros 45 fatos básicos são formados.

Quando um aluno sabe um fato básico ? (232 - 33)

"Significação e compreensão são os primeiros requisitos na aprendizagem do número. Também, frequentemente, velocidade e precisão

são objetos dominantes no ensino do número. Velocidade e precisão são ambos essenciais, mas velocidade de resposta só será acentuada depois que o aluno tenha compreendido o fato numérico e seja capaz de usá-lo em várias condições."

Um aluno dominou um fato básico em adição quando êle tem os seguintes conhecimentos e habilidades:

1. Pode representar o fato com materiais concretos.
2. Sabe que adição significa pôr números juntos.
3. Pode reproduzir o fato prontamente e com segurança pela dramatização, pelo uso do marcador, ou por um ábaco.
4. Descobre que, mudando a posição dos números, (parcelas) não muda a soma.
5. Sabe como escrever o fato tanto na forma vertical como na horizontal.
6. Pode verificar o resultado pelo uso de outros fatos conhecidos.
7. Pode usar o fato num problema.
8. Pode dar a soma fàcilmente e com segurança.
9. Pode expressar a soma de um fato totalizando 10 ou mais e seus diversos agrupamentos ou nos seus valôres.

<u>Nota</u> - Do mesmo modo se pode verificar em referência à subtração resguardadas suas características peculiares.

-------

## Os Fatos Básicos de Subtração.

Adição e subtração são processos intimamente relacionados. Para cada fato de adição, há um fato correspondente de subtração ~~adição,~~ ~~ex.~~ : Subtração 3 + 5 e 5 + 3, os fatos correspondentes de subtração ~~são~~ 8 - 3 e 8 - 5.

## Ensino dos Fatos de Adição e Subtração juntos.

Há poucas pesquisas para determinar se os dois processos devem ser ensinados simultaneamente ou separadamente. Sem desconhecer que o aluno enriquece a significação de 6 + 5 e 5 + 6 quando êle conhece os correspondentes fatos de adição, 11 - 6 e 11 - 5, o autor recomenda que na <u>aprendizagem inicial</u> dos fatos básicos, os dois processos sejam ensinados separadamente. A coisa que é nova para o aluno, é a notação ou a representação simbólica do fato. Os dois processos são muito semelhantes em notação, assim sendo parece que o aluno iniciante deva dominar alguns fatos de adição para trabalhar com os correspondentes fatos de subtração.

É importante que o aluno <u>dê significação a cada processo</u> particularmente para não os confundir. O professor deve resolver quando o aluno conhece os fatos cuja soma não excede 6,8 ou 10, e então os dois processos poderão ser apresentados simultaneamente.

o
o o o
o

## <u>OS FATOS NUMÉRICOS EM ADIÇÃO</u>

Extr. de "Elementary Arithmetic" de B. Buckingham) -págs.94-99.

Material da Prof. Odila Barros Xavier
Tradução de Júlia Petry

A digressão concernente aos primeiros 100 números visava, precisamente, lançar o fundamento para o "domínio fácil". Domínio implica exatidão. Facilidade no domínio pode ser mais -ou menos do que velocidade- mais porque exige firmeza, liberdade ou melhor facilidade de esfôrço e resistência à fadiga; menos porque no trabalho feito por unidade de tempo pode ser moderado. O domínio fácil varia, portanto, de pessoa a pessoa e na mesma pessoa, de um tempo para outro. O contrôle que uma pessoa pode ter dos números de 1 a 10,estabelecerá seu limite de compreensão e de execução com os números até 100.

Esforce-se, portanto, pela mesma qualidade, senão pelo mesmo grau de domínio sôbre a série até 100 que tem na série até 10. Êsse último domínio é essencialmente mental. Pensa-se -não se escreve- a adição dos números de dois algarismos. A mesma espécie de domínio dos números de 2 algarismos requer um processo mental.

Mas primeiro assegure-se da prontidão de suas reações mentais na soma dos números de dois algarismos. Uma vez que há 10 números de 1 algarismo (incluindo o zero) e uma vez que cada um pode ser trabalhado com um dêsses 10, há ao todo 100 possíveis fatos. Os que envolvem zero não apresentam dificuldade na soma e,uma vez que há 19 dêles, os restantes 81 são tudo o que precisamos considerar. O quadro desta página é feito para referência.

A soma 5 e 8 é o cruzamento da fila 5 e da coluna 8. Vê-se que é 13. Se não estiver familiarizado com êste quadro, use-o para achar a soma de alguns pares de números.

Abaixo há um exercício de prática consistindo em 81 fatos aditivos. Complete êste exercício, dizendo (alto, se possivel) as respostas.

QUADRO DE REFERÊNCIA PARA OS FATOS DA ADIÇÃO

| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | |

Depois de ter passado o quadro uma ou duas vêzes, comece a dizer as respostas, visando a firmeza -não a velocidade, tanto quanto regularidade. Sugere-se que será útil tapar com um lápis, cada resposta à medida que vai sendo dita. Note os fatos em que hesita. Há alguns que lhe são mais difíceis do que os outros. Anote os fatos em que hesita e dê-lhes tratamento especial. Sugere-se depois que pratique êsses 81 fatos diàriamente, até que possa correr sôbre êles a um tempo regular razoàvelmente rápido. Não comece sempre pela ponta esquerda da linha acima. Pode achar interessante marcar seu próprio tempo; mas como foi dito antes, exatidão com um ritmo firme é o desejo principal.

O exercício especial pode ajudar nos fatos de maiores dificuldades. Seis ou oito investigações foram feitas quanto à dificuldade relativa dos fatos de adição e enquanto os investigadores não concordem muito uns com os outros, seus achados são suficientemente merecedores de confiança para justificar a seguinte lista de 18 fatos especialmente difíceis.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 4 | 8 | 8 | 9 | 5 | 9 | 8 | 7 |
| 5 | 7 | 6 | 9 | 8 | 9 | 6 | 5 | 4 |
| 7 | 5 | 6 | 6 | 9 | 5 | 8 | 7 | 9 |
| 8 | 7 | 9 | 8 | 7 | 8 | 7 | 9 | 5 |

Paremos um pouco e apliquemos a essas adições menores e mais curtas, algumas das cousas que conhecemos sôbre êsse processo. Estamos tratando aqui com afirmações generalizadas. 5 + 7 = 12 e todos os outros fatos básicos de adição são afirmações altamente generalizadas. O abstrato número 5 é êle mesmo uma generalização, Significa 5 de alguma coisa. Afirmações semelhantes podem ser feitas sobre 7 e sôbre 12. Ainda mais evidentemente abstrata e generalizada é a afirmação como um todo. Significa que uma coleção 5 de qualquer coisa, quando combinada com uma coleção de 7 coisas da mesma espécie produz uma coleção de 12 coisas da mesma natureza.

| Os 81 fatos da soma | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 6 | 1 | 7 | 2 | 4 | 3 | 9 |
| 5 | 7 | 2 | 4 | 3 | 2 | 8 | 1 | 5 |
| 5 | 1 | 4 | 8 | 5 | 6 | 3 | 9 | 6 |
| 2 | 1 | 7 | 3 | 8 | 9 | 5 | 4 | 7 |
| 1 | 4 | 9 | 6 | 1 | 5 | 8 | 7 | 3 |
| 8 | 2 | 7 | 4 | 2 | 4 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 2 | 7 | 8 | 7 | 8 | 3 | 5 | 4 |
| 9 | 4 | 5 | 8 | 9 | 1 | 3 | 1 | 6 |
| 8 | 6 | 5 | 2 | 8 | 1 | 3 | 5 | 1 |
| 5 | 6 | 9 | 9 | 7 | 3 | 6 | 5 | 7 |
| 8 | 7 | 1 | 9 | 6 | 7 | 2 | 7 | 6 |
| 2 | 6 | 5 | 9 | 3 | 1 | 6 | 4 | 8 |
| 2 | 9 | 3 | 2 | 4 | 8 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 7 | 5 | 1 | 9 | 2 | 1 | 6 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 7 | 4 | 4 | 9 | 8 | 5 | 9 |
| 3 | 9 | 8 | 9 | 3 | 3 | 4 | 6 | 8 |

---

A lei da comutação é abundantemgente ilustrada
nos 81 fatos básicos de adição. Na lista de fatos difíceis, dados há
pouco, talvez tenha notado a ocorrência de ambos 7 e 5
combinações dá 12. Uma delas pode ser chamada a combinação direta e a    5  7. Cada uma dessas
outra, a inversa.
Qual é a direta e qual a inversa, é relativamente sem importância.
Alguns escritores chamam a combinação em que o número maior está em ci-
ma de combinação direta e a outra de inversa. Assim 7 seria o direto e
5
7 o inverso. (assume-se aqui adição de cima para baixo). 5

Entre os 81 fatos de adição há 9 duplos, a saber 1 2 e as-
sim por diante até 9 1 2
9. Isto deixa 72 fatos em que as parcelas são desi-
guais e em que, portanto, temos uma combinação direta e uma inversa
com a mesma resposta.
Alguns preferem não considerar 5 e 7 como duas 7 5
combinações diferentes e o mesmo com todos dêsses pares. Com êste ponto
de vista, os 72 fatos se reduzem a 36. Se a isso adicionarmos os nove
duplos, temos um mínimo irredutível de 45 fatos básicos. Pode-se achar
mais fácil equipar-se com êsse pequeno número de idéias e rejeitar o ar
ranjo das parcelas.

A Lei da Associação em adição não se aplica aos fatos básicos
diretamente, porque há sòmente duas parcelas.

Pode-se observar que muitos dos fatos tem uma resposta de dois
algarismos (há, de fato, 45, em que a resposta é 10 ou mais). Agora lo-
go que chegue aos números de dois algarismos, o sistema numérico come-
ça a afirmar-se. Isto se dá nesse caso com resultados interessantes.
Não há nada digno de menção em somar 2 e3, ou 1 e 4, ou 6 e 3; mas
quando se chega, por exemplo, à 9 mais 8 algo acontece. Tomam-se 2 co-
leções e se as reagrupa. Tem-se uma coleção de 9 e uma coleção de 8.
Ao somar, rearranjam-se as cousas de modo a fazer duas coleções dife-
rentes, uma das quais é 10 e a outra 7. O que se está fazendo, real-
mente, é dizer: "9 + 8 = 10 + 7". Faz-se isso porque nosso sistema de
números é um sistema decimal. É mais conveniente e mais significativo
representar êsse agregado como uma coleção de dez mais outra coleção
menor do que 10. Em outras palavras, nós "agrupamos em 10". Se a base
de nosso sistema de números fosse 12, poderíamos agrupar em 12. Então
poderíamos representar 9 + 8 por um 1 e um 5. De fato, é isso justamen-
te que fazemos se o 9 + 8 forem ovos e desejarmos expressar o resulta-
do como 1 ou mais dúzias. Então reagrupamos em 12 e representamos as
somas por um 1 e um 5. Se 9 e 8 forem polegadas novamente representamos
o resultado por um 1 e um 5; se são onças por 1 e 1 (pounds) se são
quartos, por 4 e 1 (galões); se são pés quadrados por 1 e 8. Mas se são
casas ou pessoas, usamos 1 e 7.

A fim de facilitar a aprendizagem das crianças nos fatos da
adição, os investigadores agruparam os fatos de certas maneiras. Al-
guns dêsses meios podem auxiliar os adultos a obterem o domínio fácil
do qual falamos.

Exercitar-se a si mesmo, em cada fato separado, não é um meio
muito inteligente, quer de aprender, quer de revisar e reviver os fa-
tos numéricos.

1. Falamos sôbre fatos diretos e inversos. Ponham-se tais fatos juntos no pensamento: 7 + 3 com 3 + 7, 9 + 4 com 4 + 9, etc.

2. Agrupar de acôrdo com a soma ajudará. Por exemplo, os fatos seguintes fazem **11**: 6 + 5   5 + 6   7 + 4   4 + 7; 8 + 3   3 + 8; 9 + 2   2 + 9. Semelhantemente, tôdos os fatos que fazem 10 podem ser pensados e revisados juntos. O mesmo com os que fazem 12, 13, 14, 15 ou 16. Sòmente dois fazem 17; 9 + 8   8 + 9 e sòmente um faz 18, é 9 + 9.

3. Uma vez que os duplos são sempre fáceis, os 14 fatos formados de números adjacentes podem ser tornados igualmente fáceis baseando-se nêles. 3 + 2 e 2 + 3 = 5 porque 2 + 2 = 4; 4 + 3 e 3 + 4 são 7 porque 3 + 3 são 6. 5 + 4 e seu inverso são similarmente, derivados de 4 + 4, 5 + 6 de 5 + 5, e assim com 6 + 7, 7 + 8 e 8 + 9.

4. Uma vez que os fatos que somam 10 são geralmente bem conhecidos (e se não o forem deve-se fazer um esfôrço geral para aprendê-los), todos os fatos que fizerem 11 ou 12 são fàcilmente deduzidos. Há 15 dêles.

5. Reagrupamento em 10 foi mencionado. É especialmente útil. Aplica-se sòmente quando a soma excede 10, mas isso inclue tôdas os fatos mais difíceis. Assim 9 + 4 = 9 + (1 + 3) = (9 + 1) + 3 = 10 + 3. Similarmente, 8 + 4 = (8 + 2) + 2 = 12; 6 + 7 = (6 + 4) + 3 = 13; 9 + 8 = 10 + 7 = 17; etc.

Revisado em 19/10/1978

## FATOS DE ZERO EM MULTIPLICAÇÃO

Brueckner e Grossnickle - Ed. 1947 - págs. 250-51.

2) Fatos de zero em multiplicação são usados primeiramente quando se multiplicam números de dois ou mais algarismos. É possivel fazer dois "ensâios" em um jôgo e não obter nenhum ponto. O fato, 2X0 = 0, é o registo escrito dessa experiência.

De modo geral, entretanto, os fatos de zero em multiplicação raramente são usados isolados, mas isto não significa que êsses fatos não devam ser aprendidos. Há tanta justificativa para escrever os fatos de zero em multiplicação na forma $\begin{array}{r}0\\ \underline{X\ 2}\end{array}$, como para escrever os fatos de 1 na forma $\begin{array}{r}3\\ \underline{X\ 1}\end{array}$. Não é necessário multiplicar por 1, exceto em conexão com um número de dois ou mais algarismos, como 12 X 36; mas o aluno aprende os fatos que envolvem a unidade. Êle também generaliza sôbre a resposta quando um número é multiplicado por 1. Neste caso, o produto de 1 x 36 é o próprio número. Êste ponto pode ser desenvolvido como uma generalização que é sempre verdadeira.

Os fatos de zero podem ser apresentados ou como um agrupamento, ou em conexão com cada tabuada. De acôrdo com o 1º plano, umas poucas ilustrações mostram que zero multiplicado por um número, é zero. Esta é a generalização importante que a classe deverá fazer com relação aos fatos de zero. O professor deverá lembrar-se de que o zero pode ser multiplicado por um número, mas que o inverso não é verdade. Assim, $\begin{array}{r}0\\ \underline{X\ 3}\\ 0\end{array}$, é um fato de multiplicação, mas $\begin{array}{r}3\\ \underline{X\ 0}\\ 0\end{array}$ não o é. Em exemplos como 20 X 48 e 306 X 421, o zero meramente serve como um "ocupante de lugar" (placeholder) e não como um multiplicador ou um operador.

1)

Há 19 fatos de zero em adição e em subtração, respectivamente. Mas só há 9 fatos de zero tanto em multiplicação como em divisão, fazendo um total de 90 fatos básicos para cada um dêsses dois processos. Muitos professôres asseguram que realmente não há fatos de zero em multiplicação porque o zero é um "ocupante de lugar" (place-holder).

Há, entretanto, situações em que o zero é de fato multiplicado. Isto é verdade quando demonstramos a correção de um produto pela adição, p. ex.: no exemplo 2 X 30, que também significa 30 + 30. O aluno agora acha 2 X 0 tanto em multiplicação como em adição. Êle verifica o produto pela adição, somando dois zeros e também os dois três no lugar das dezenas. Entretanto, não é a mesma situação quando é necessário multiplicar um número por zero. O produto obtido pela multiplicação de um número por zero, não pode ser verificado pela adição. No ex., 30 X 46, o zero é um "place-holder", como será mostrado mais tarde, não um multiplicador.

Dêste modo, o zero podendo ser multiplicado por um número, mas o inverso não sendo verdade, há só 9 fatos de zero nêste processo, fazendo um total de 90 fatos básicos de multiplicação. Há o mesmo número de fatos básicos em divisão. A divisão de um número por zero não é real e não poderá ser ensinada em classes de aritmética elementar.

..........................................................................