

Metodologia de Matemática.

Material fornecido pela Prof. Odila Barros Xavier.

Trad. por M.L.B.S.C. e L.C.G.

Em aritmética primária uma das tendências encorajadoras é o tratamento do zero como um número significativo representando a quantidade ausente. Há exercícios que ajudam a criança a desenvolver imagens de situações de vida, em que a ausência de quantidade é destacada em contraste com grupos concretos. Quadros engenhosos ilustram o zero como ausência de quantidade e exemplos apresentam o zero como parcela de ^{alguma} ~~uma~~ em situações concretas.

Zero O pássaro + 2 pássaros + 5 pássaros = ? pássaros

Zero aparece no seu lugar, no início das séries de todos os números inteiros positivos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, etc.

Outra tendência encorajadora é o esforço para guiar a criança na elaboração de suas expressões de pensamento. Uma série de livros textos e manuais, frequentemente, chama a atenção de professores e alunos para a maneira correta de pensamento. Mas, é curioso como o zero tem sido inarticulado. Como pode a criança aprender a significação do zero, quando não teve imagens para pensar nêlo e nem palavras para expressá-lo?

O nome zero é renovido para longe das situações da vida diária, de modo que forma um bloco de obstrução às expressões infantis. Ele tem sido um enigma frio e tedioso para as crianças. Todavia, o adjetivo "zero" é um agradável estimulante para o pensamento desajeitado. A seguinte definição de zero, colhida através de fragmentos de conversação infantil, demonstra como a criança reconhece e pensa nas situações de vida que envolvem o zero como um adjetivo numeral negativo:

- For favor! Eu tenho zero (nenhum) biscoito no meu prato.
- Bill perdeu nosso lanche. Assim tivemos zero (nenhum) alimento todo o dia.
- Quantos doces tem você? Zero (nenhum).
- Eu poderei comprar doce no bar, mas tenho zero (nenhum) cent.

A criança num comum 4º grau de 40 a 45 alunos pode interpretar as gravuras do livro de leitura. Ela, do mesmo modo que seus colegas, suplementa seu caderno de texto com guias de trabalho, que lhe dizem como utilizar e como ordenar materiais concretos, gravuras ou diagramas, em ^{agrupamentos} grupos organizados que ajudam a entender os fatos numéricos, valor do lugar, ~~aritmética reversa, etc.~~ ^{retorno, transporte, etc}

A concentração e independência da classe neste trabalho suplementar, dão ao professor tempo para trabalhar em pequenos grupos. Nêstes grupos a criança conversa com seu professor e colegas sobre os arranjos que ela organizou, discute as significações dêsses arranjos e pratica o vocabulário correto para expressar-se sobre êles. Ela vê as expressões de pensamento como símbolos de linguagem, tão exatas e tão importantes como símbolos aritméticos. Vagarosamente, ela chega afinal à alguma compreensão dêsses princípios os quais reforçam a longa série de suas combinações organizadas.

Este artigo apresenta alguns exercícios que ajudam as crianças a compreenderem o zero nos fatos numéricos. O exemplo não pode demonstrar de modo tão vivo como o ^{exemplo} grupo zero opõe-se, em forte contraste, como ausência de quantidade, às quantidades agrupadas. O exemplo não pode demonstrar, de modo nenhum, todos os meios interessantes de apresentar os fatos numéricos que envolvem o zero. Todavia, êles limitam o zero como ausência de quantidade, porém, zero nem sempre significa ausência de quantidade.

Fatos de ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FATOS.

Jogo de tirar.

Este jogo, adaptado a um 4º grau, composto de um cento de fatos de subtração, é excelente como fundamentação aos 4, 5, 6 ou 7 anos de idade. Os pais, o professor ou um aluno mais velho, sentado à frente da carteira do aluno, segura 9 cents e faz-lhe perguntas. O auxiliar assiste a criança em suas expressões de pensamento, dispõe os cents, indica à criança o próximo lance, quando ela vacila e ri com ela sobre seus sucessos. O aluno tira, alternadamente, com a mão esquerda e com a mão direita. Ele finge tirar zero com a mão esquerda e com a mão direita tira cents, de acordo com uma combinação prévia. Há 9 jogos de partes cada um para números maiores do que zero e um jogo de uma parte para o zero.

Expressões de pensamento.

Jogo I

o o o
o o o
o o o

- 1 - Você tem 9 cents. Eu tiro zero cent (simula tirar com a mão esquerda) Você continua tendo 9 cents.
- 2 - Você tem 9 cents. Eu tiro 9 cents (~~faz que~~ ^{finge que} ~~tira~~ com a mão direita) Você tem zero cent.

Jogo II

o o o
o o o
o o

- 1 - Você tem 8 cents. Eu tiro zero cent (faz que tira com a mão esquerda) Você continua tendo 8 cents.
- 2 - Você tem 8 cents. Eu tiro 3 cents (tirar com a mão direita) Você tem zero cent.

(Continua-se assim até o IX jogo)

Jogo IX

o

- 1 - Você tem um cent. Eu tiro zero cent (faz que tira com a mão esquerda) Você continua com um cent.
- 2 - Você tem um cent. Eu tiro um cent (tirar com a mão direita) Você tem zero cent.

Jogo X.

- 1 - Você tem zero cent. Eu tiro zero cent (^{tira} fingir com a esquerda) Você continua com zero cent.

Ao final de cada jogo o professor diz: "Você ganhou este jogo de mim? Então, você pode guardar um cent. Você sabe quantos cents tem de devolver?"

O jogo leva a praticar contagem em ordem decrescente, em reconhecer números e usar expressões de pensamento para os 19 fatos de subtração que envolvem o zero. As repetições fáceis e variadas, o pequeno ganho do jogo, digo de um cent ao fim de cada jogo e o clímax do jogo, quando a criança tem todos os nove cents o tornam muito apreciado.

JOGO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.

Dramatizações tais como as descritas a seguir, dão significação ao zero em adição e subtração. A professora conta uma história e, ao mesmo tempo, as crianças a dramatizam. Elas, senão, aprendem a dizer e dramatizar 2 histórias para o zero e 4 histórias para cada um dos outros números. Recitando as mesmas

4 histórias, 9 vezes, a criança concentra-se na significação e organização dos 38 fatos. O último jogo para $(0 + 9, 9 + 0, 9 - 0$ e $9 - 9)$ é o clímax do pensamento bem sucedido e concentrado. Pequenos objetos podem representar cents.

As repetições simples dão prazer à criança e ajudam-na a organizar as expressões de pensamento. Contudo, as repetições tornam-se monótonas para o professor. Isto não acontecerá se cada *coleção* ~~grupo~~ tiver diferentes séries de história. Sugestões:

- a) Zero pessoa num quarto. Ninguém entrou $0 + 0 = 0$
- c) Ninguém saiu $0 - 0 = 0$
- a) Nós entramos $0 + n = n$
- b) Nenhum outro veio $n + 0 = n$
- c) Nós resolvemos sair, mas não fomos $0 + n = n$
- d) Saímos $n - n = 0$
- a) Zero taça na mesa. Eu não trouxe taças $0 + 0 = 0$
- c) Eu não levei a taça $0 - 0 = 0$
- a) Eu trouxe n taças para o jantar $0 + n = n$
- b) Isto foi suficiente. Eu não trouxe mais taças $n + 0 = n$
- c) Depois do jantar eu brinquei e esqueci de levá-las $n - 0 = n$
- d) Finalmente alguém levou-as $n - n = 0$
- a) Uma situação zero. Nenhuma coisa sonada $0 + 0 = 0$
- c) Nenhuma coisa tirada $0 - 0 = 0$
- a) Zero mais n $0 + n = n$
- b) n mais nenhuma coisa $n + 0 = n$
- c) n tira nenhuma coisa $n - 0 = n$
- d) n está aqui, mas levo-o para fora $n - n = 0$.

Gradativamente, a criança aprende a dizer os 38 fatos, em ordem, linha por linha. Eles gostam disto como um exercício de leitura-corol (leitura oral por um grupo em que efeitos corais são produzidos por entonação, gesto e expressão facial apropriada) em *que* recordam os movimentos que realizaram, o que ouviram e o que viram no desenvolvimento de suas situações reais nas dramatizações. Eles estão agora começando a abstrair êsses seguintes princípios:

- a) Zero mais algum número igual ao número.
- b) Algum número mais zero igual ao número.
- c) Algum número menos zero é o número.
- 1) Algum número menos êle mesmo ou um número igual é zero.

Matemáticos apresentam b) antes de a). A troca nesta ordem não é uma ação de desrespeito. Não poderá ser que uma criança necessite uma ordem diferente para que alcance um naturo e brilhante *aprendimento*? Se o professor examina as histórias, êle verá que a criança começa com zero *ou a)* e *ou b)* um número. Assim, em b) êle decide não *adicionar* mais nada. Esta ordem é particularmente praticada quando a ~~criança~~ *criança* manipula jogos. Essa situação é um fundamento para compreender a posição de zero no começo da série numérica dos números inteiros positivos, ou como ponto de partida e assim por diante.

DIVISÃO E MULTIPLICAÇÃO.

Os dez verdadeiros fatos de divisão envolvem zero e seus correspondentes fatos de multiplicação.

Buswell descreve 6 maus hábitos com zero em multiplicação e 5 em divisão. Quando tirados para fora de suas tabelas e analisados seus dados para êstes 11 hábitos, apresentam uma deficiência no uso de zero. O 6º grau fez maior número de erros por aluno que o 4º grau. Teria a criança do 6º grau, aprendido no 4º, que há muitas situações em sua vida diária que ilustram o uso de zero na divisão, nas frações e na multiplicação de fatos? Teria aprendido a reconhecer estas situações para falar e pensar corretamente sobre elas?

Um grau bem fundamentado não lhe permitiria o desperdício de dois anos, praticando incorretamente hábitos mecânicos com zero.

Pode você comprar um objeto de valor, quando você tem zero dinheiro? Pode você fazer, organizar ou realizar alguma coisa sem materiais necessários? - A criança aprende a construir muitos problemas agradáveis em que o zero é dividido por outro número, mas suas experiências ensinam-lhe que, na vida real, cada problema pode estar longe de ser agradável. Buswell apresenta o pensamento divisão ^{PM} e o pensamento multiplicação ^{PM} para tais problemas. Ele concorda com Morton, considerando consigo mesmo, demasiado imaturo dizer: "dividido por".

O pensamento divisão medido é grosseiro e requer três sentenças separadas. Considerando o problema:

\$ 15 dólares foram dispendidos para chapéus a \$3 cada.

Em \$15 quantos 3 dólares há? 5... logo, 5 chapéus.

Exemplos de histórias e expressões de pensamento para medir problemas de divisão que envolvem zero.

Histórias

Expressões de tratamento e símbolos aritméticos.

1-Nós não compramos um automóvel porque os fabricantes não tinham feito motores.

EM zero motor quantos motores há? Zero. Então zero automóvel.

EM zero motor: 1 motor? 0. Então 0 automóvel.

PM: zero automóvel tem zero vezes 1 motor ou 0 motor.

0 x 1 motor = 0 motor

2-Tenho tudo que necessário para fazer um patinete, excepto as rodas.

2-PD: Em zero roda quantas duas rodas há?

Zero. Então zero patinete com 2 rodas? = 0 Então 0 patinete

EM: Zero patinete tem zero vezes duas rodas igual a zero roda.

0 x 2 rodas = 0 roda.

3- Todas as três rodas estão bradas. O triciclo está estragado.

3 PD: 0 roda x 3 rodas? 0. Então 0 triciclo.

PM: 0 x 3 rodas = 0 roda.

4-Eu comprei 0 galão de leite. O leiteiro não tinha ainda 1/4.

4-PD: 0 quartal: 4 quartos? 0. Então zero galão.

PM: 0 x 4 quartos = 0 quartos.

5- Eu quero 1 moeda de doc mas tenho zero cent.

5-PD: 0¢ x 5¢? Então zero doce.

PM: 0¢ x 5¢ = 0 ¢

6- O vendeiro tem zero ovos. Então eu compro zero 1/2 dúzia para você.

6-PD: 0 ovos x 6 ovos? 0. Então 0 meia dúzia.

PM: 0 x 6 ovos = 0 ovos.

7-Tenho zero dolar e o casaco custa 7 dólares.

7-PD: \$0 x \$7? Então 0 casaco.

PM: 0 x \$7 = \$0

8- O vendeiro tem 0 pint de cidra. Então zero galão de cidra para nosso pic-nic.

8-PD: 0 pint: 8 pinta? 0. Então 0 galão.

PM: 0 x 8 pinta = 0 pint.

9- Todos os rapazes desejavam jogar. Então não organizamos um time de base-ball.

9-PD: 0 rapaz x 9 rapazes? 0. Então 0 time.

PM: 0 x 9 rapazes = 0 rapaz.

10- Uma noça pobre tinha 0 cent. Como poderia pagar 10 cents?

10-PD: 0¢ x 10¢ = 0. Então zero 10 cents.

PM: 0 x 10¢ = 0¢.

O que sucede se uma pessoa tem apenas parte do dinheiro ou parte do material necessário?

A criança aprende que, quando dividido um número menor por um nº maior, o quociente é zero, que número menor é resto. Assim,

na história do "base-ball" se há somente 4 rapazes para o time, a criança diz: Em 4 rapazes, quantos 9 rapazes há? Zero. Então 0 time. Mas os 4 rapazes permanecem aqui.

A multiplicação usa destas palavras: zero vezes 9 rapazes é zero rapaz para um time inteiro. Mas aqui estão os 4 rapazes.

Há 36 destas situações - 45 se o 10 é incluído. (NOTA: O 10 não é usualmente incluído entre os fatos numéricos. Entretanto sua grande importância no valor da posição, frações decimais, dinheiro, percentagem, etc., torna-o oportuno para levar à criança a exercício cuidadoso no emprego do zero nos múltiplos, potências e múltiplos de potência de 10. Muitos destes exercícios podem ser dados, muito bem, junto com os fatos numéricos)

Assim a criança estuda êssas 36 situações e assenta um fundamento para compreender o tratamento dos restos com grandes números. Ela está menos apta para esquecer de pôr zero no quociente, esquecer de indicar o resto final ou esquecer de ^{adicionar} o resto na prova de sua divisão. A criança que compreende estas situações que envolvem zero, desenvolverá rapidamente a habilidade para aplicar os seguintes princípios em situações abstratas; assim:

Quando o zero é um fator o produto é zero.

Zero dividido por um número é zero.

Zero vezes um número é zero.

Um número vezes zero é zero.

As dez divisões partitivas ou fatos de frações (unit-fraction), envolvendo zero e seus correspondentes fatos de multiplicação. (O multiplicador e o denominador de uma unidade-fração são só os números que não são zero)

Aprendendo os fatos numéricos a criança compra e vende figuras de objetos porque tais cartões estão isentos de preços comerciais e pode comprar e vender a preços dentro dos fatos numéricos. As gravuras valem zero cent ou zero dólar cada uma. A criança apresenta o pensamento em uma unidade-fração (unit-fraction think) e o pensamento em multiplicação para cada venda.

Exemplos de histórias e expressões de pensamento para unidade-fração problemas que envolvem zero.

História

Expressões de pensamento e símbolos aritméticos.

1-Papai deu-me êste jogo. Ele custou para mim zero dólar.

1-PUF: O jogo custou-me um todo (1/1) de zero dólar = zero dólar

Um todo (1/1) de \$0 = \$0

PM: O jogo custou-me uma vez zero dólar $1 \times \$0 = \0

2-Eu dei a Joe êstes dois brinquedos.

2-PUF: Cada brinquedo custou a Joe uma metade (1/2) de zero cent.

$1/2$ de \$0 = \$0 *of = of*

PM: Dois brinquedos custaram a Joe duas vezes 0 cent = zero cent.

$1/2 \times 0 \text{ cent} = \text{zero cent.}$

E assim sucessivamente para $1/3, 1/4, 1/5, 1/6, \dots, 1/10$ de zero cent ou de zero dólar. Também para 3, 4, 5, 6, ... 10 vezes zero cent ou zero dólar.

Tirando uma parte fracionária de zero alimento. A criança brinca de dar e tirar uma parte fracionária de zero alimento. Mas ela pode primeiro aprender a dividir o alimento real. As crianças podem utilizar suas frutas e doces para as lições diárias de frações. Então, a primeira das 6 crianças diz:

"O número inteiro de maçãs é 6 maçãs. Eu tiro um sexto de maçãs = a uma maçã.

Ela segura sua maçã, mas, cordialmente, deixa o número inteiro intacto até que cada uma das outras 5 crianças tenham repetido a mesma sentença.

As crianças aprendem que, quando o número inteiro de maçãs é zero a parte fracionária é zero. Entre muitos risos, cada criança faz que tira sua parte fracionária de zero frata.

Lições semelhantes a estas tornam cada criança segura de que sabe empregar as expressões de pensamento para algum número de objetos de zero até dez.

Apresentando aos pais o que eles aprenderam.

Uma classe apresentou com muito sucesso, numa reunião de pais e professor, o programa sobre o trabalho realizado na sala de aula, referente à frações de coisas. Aqui estão algumas de suas sentenças:

- Minha escrivaniinha é uma escrivaniinha inteira (1/1). Ela é um todo dela mesma.
- O número inteiro de meus olhos é dois olhos. Cada olho é uma metade de meus dois olhos.
- O número inteiro de pernas desta mesa é 4 pernas. Cada perna é um quarto das 4 pernas. (E assim para os 5 dedos da mão, 5 listas brancas da bandeira, sete listas vermelhas da bandeira, etc. e finalmente:
- O número inteiro de pessoas nesta sala é 15 pessoas. Cada pessoa é 1/15 avos das 15 pessoas.

A esta altura uma menina adiantou-se e disse: "Sobre esta bandeija eu tenho zero sorvete. Eu poderia servir cada um de vocês com um quinze avos de zero sorvete." Os pais riram das palavras da menina. Neste momento, uma comissão entrou, trazendo 15 sorvetes reais.

.....

EXEMPLOS DE HISTÓRIAS E EXPRESSÕES DE PENSAMENTO PARA PROBLEMAS QUE ENVOLVEM ZERO EM ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.

Duas histórias para 0 cent.

Expressões de pensamento e símbolos aritméticos.

a) Eu tenho zero cent. Cada pessoa dá-me zero cent.

a) Zero cent mais zero cent é zero cent.

$$0 + 0 = 0$$

c) Eu tenho zero cent. Dei meu zero cent para você, pobre criança.

c) Zero cent ~~mais~~ zero cent é zero cent.

$$0 - 0 = 0$$

Quatro histórias para um cent.

a) Por favor! Pai, eu tenho zero cent. Oh, obrigado por este níquel.

a) Zero cent mais um cent é um cent.

$$0 + 1 = 1$$

b) Mãe, eu necessito mais de um cent. Por favor dê-me um cent. Não, sinto muito.

b) Um cent mais zero cent é um cent.

$$1 + 0 = 1$$

c) Eu tenho um cent. Gastei zero cent.

c) Um cent menos zero cent é um cent.

$$1 - 0 = 1, \text{ digo } 1$$

d) Oh! eu perdi meu cent dentro deste poço. Eu tenho zero cent.

d) Um cent menos um cent é zero cent.

$$1 - 1 = 0$$

*Revisado e
18/10/78
Wsthalia*