

UMA ANÁLISE DE SIGNIFICAÇÃO EM ARITMÉTICA

Por H. Van Engem

No "The Elementary School  
Journal"

(Feb. 1949 pgs. 321 - 329)

(March 1949 pgs. 395 - 400)

Trad. Maria Nestrovsky

Considerando sua importância crucial na determinação de métodos de ensino, conteúdo de currículo, e práticas de supervisão, a natureza exata da significação recebeu, relativamente, pouca atenção na literatura educacional que trata dos problemas de mais relevância da aritmética na escola primária. A falha em precisar a natureza da significação em aritmética resultou em confusão e controvérsia. Como saberá o professor se está ensinando aritmética "significativamente"? Quase todos falam sobre o assunto e tangem o professor a "desenvolver significações" - mas, o que são "significações" e como são elas desenvolvidas?

A falta de respostas explícitas a estas questões terá como resultado a perda de tempo e esforço dos educadores que estão trabalhando tão diligentemente para aperfeiçoar o programa de aritmética. Testemunhem as reclamações contra falar-se tanto de significações. Certamente, os professores falham em adotar práticas que desenvolvam significações porque, em parte, tem-se dado pouca atenção a significações, de per si, na literatura educacional. Daí, porque os professores não generalizaram a idéia de significação em aritmética ou, talvez, não foram estimulados par dedicarlhe muita atenção. Por exemplo: há material suficiente para ensinar adição significativamente. Mas, sabe o professor porque o aluno A compreende adição com reseva e o aluno B não? Provavelmente não sabe. Generalizou o professor os processos significativos em aritmética a tal ponto que, se ele sabe ensinar  $6 + 2$  significativamente, saberá ensinar  $9 + 3$  significativamente? Em casos excepcionais tal generalização talvez se tenha obtido.

mas, a maioria dos professores provavelmente carecem de conceito generalizado do que seja significação em aritmética.

Estas informações não devem ser levantadas para supor que significações podem ser obtidas como se estivessem ao alcance da mão qual um moeda. A moeda está ou não está na mão. Tal não sucede com significações. Possuir significações é uma questão de grau. A significação de "algo" não é a mesma para todos. Contudo, pode-se analisar significações aritméticas de tal forma que haja um fator comum de uma operação aritmética para um grupo grande de crianças. Isto é verdade particulamente com relação a diversas significações primitivas que são comumente ensinadas na escola primária.

A falha em analisar significações em aritmética tem suas repercussões em outros campos educacionais. P. Ex.: como se testam significações? Pode haver uma resposta adequada a esta pergunta sem se chegar a um acôrdo sobre a natureza exata de significação? Será que o professor dizendo: "Dois terços de um bôlo significa cortar o bôlo em 3 partes /// iguais e então tomar 2 das partes"- aproxima-se mais destas significações do que o professor que diz ao aluno que caminhe dois terços do comprimento da sala? Em outras palavras, qual a relação entre verbalismo e atos claros para a apreensão de significações?

Tentativas notáveis foram feitas para responder alguns dos problemas precedentes. Contudo, o "status" do problema da natureza da significação pode, provavelmente, ser bem descrito ao citar-se o "45<sup>th</sup> Year-book of the National Society for the Study of Education":

"Originariamente, êste anuário, "A medida da Compreensão", foi denominado "A medida da Significação". Como não satisfazia por várias razões, êste primeiro nome foi abandonado por outros, sucessivamente, "A medida da Aprendizagem significativa", "A medida da Aprendizagem" e "Medindo os processos mentais superiores em Educação" - todos antes que o título presente fôsse adotado. "Medida da Compreensão" pode ou não definir o propósito e finalidade do anuário melhor que um dos títulos anteriores; mas esta experimentação de comitê tentando dar nome a seu produto deve...

..ilustrar a dificuldade para chegar a termos exatos na área considerada<sup>(1)</sup>

A dificuldade para chegar a termos precisos e exatos não deve deter os que se interessam por aritmética, de tentar fazer as significações mais precisas. A importância de tal tentativa pode ser sublinhada talvez ao se saber que a Comissão de Planos de Após Guerra chamou "cuidadosa atenção para o desenvolvimento de significações", como seu tema central da Tese 4, no 2º Relatório da Comissão de Planos de Após-Guerra.<sup>(2)</sup> Nas palavras de uma autoridade eminente<sup>(3)</sup>:

"Já é tempo...que se tente explicar o que seja aritmética significativa e detalhar responsabilidades que um programa de ensino verdadeiramente significativo impõe aos professores e aos que preparam livros didáticos e programas de estudo".<sup>(3)</sup>

É o propósito deste trabalho precisar mais a natureza da significação do que já foi feito até agora por qualquer literatura referente à aritmética na Escola Primária. Em qualquer tentativa destas, há o perigo da análise tornar-se um "amontoado de palavras". Para evitar esta cilada, tentou o autor escrever o artigo, referindo-se a atos - "atos claros". Mais ainda, serão palavras sobre atos que não podem ser interpretados, de tal forma que se possa alcançar um grau maior de precisão do que o de outros trabalhos.

#### TEORIA GERAL (pag.)323)

Só serão apresentados para consideração os elementos das teorias de significação que parecem ter uma importância particular para os professores de aritmética e que parecem formar uma estrutura lógica e consistente.

Em qualquer situação significativa há sempre 3 elementos.<sup>(1)</sup> Há um acontecimento, um objeto, ou uma ação. Em termos gerais, há um referente.<sup>(2)</sup> Há um símbolo para o referente. <sup>(3)</sup> Há um indivíduo para interpretar o símbolo como algo referindo-se ao referente. Assim, numa situação aritmética a frase "1/2 maçã" é o símbolo. O referente é a meia maçã, e a interpretação, se significativa, é o ato de cortar uma maçã ao meio, tanto, na realidade como na imaginação. É importante lembrar que o símbolo sempre se refere a algo fora dele mesmo. Esse algo pode ser qualquer coisa, mesmo um

outro símbolo, sujeito somente à condição de conduzir no fim a um ato significativo ou imagem mental.

Quando é que um símbolo tem significação? Dar um exemplo teórico de como é desenvolvida a significação de um símbolo e que acontece na mente do indivíduo para quem o símbolo é significativo, talvez seja a maneira mais simples de responder esta questão.

Em primeiro lugar há a apresentação. P. Ex. | - apresenta-se um gato ao indivíduo, e ao mesmo tempo apresenta-se o símbolo do gato - a palavra falada. Esta apresentação é seguida de outra apresentação de um gato, de tal forma que o indivíduo tenha uma série de experiências e consequentemente, uma série de lembranças sobre um gato. Assim, o gato tem um rabo, tem pêlos longos, pode arranhar e morder. Subsequentemente, quando o símbolo do objeto - a palavra <sup>falada</sup> ~~escrita~~ "gato" é apresentado, o indivíduo lembra elementos dessas experiências com o gato e visualiza os vários aspectos dessas experiências. O símbolo falado "gato" é significativo para este indivíduo, porque o símbolo estimula a formação da imagem mental do gato e porque lembra muitos dos elementos das experiências que teve com gatos. A palavra escrita "gato" também torna-se significativa semelhantemente.

Quando o símbolo escrito "gato" é apresentado, ou a palavra falada, a mente do indivíduo parece estender-se para a apresentação do gato. Pelo menos, há a tomada de uma "atitude mental" muito semelhante a da apresentação do gato real. Esse estender-se da mente para apreender o objeto real ainda que não presente, é chamada a "atividade de significação" por R. M. Eaton: "~~Estender-se mentalmente para os objetos, como se faz ao pensar nêles, é estar em estado de preparação para êstes objetos. A atividade de significação é esta vaga antecipação: a mente está ansiosa, esperando algo outro que a coisa, o símbolo, que é imediatamente antes dela; e esta antecipação é vaga porque não está acompanhada da crença que o objeto pensado venha a aparecer ou que exista. Quando penso num objeto, de certa forma eu preparo minha mente para a apresentação dêste objeto.~~ (4)"

Assim, para cada objeto, certas atividades são adequadas. No caso do símbolo 4, para o indivíduo que entende o símbolo, há a atividade de dizer "um... dois... três... quatro", à medida que se põe de lado objetos ao dizer

cada palavra. Há inagrm de 4 Objetos provavelmente arrumadas num modelo de quadrado. O símbolo 4 produz uma atitude mental para estas e outras ações adequadas ao símbolo. Esta atitude mental, esta intenção de agir, é a significação do símbolo 4.

É importante notar que o símbolo só produz uma intenção de agir e que o ato mesmo não precisa realmente, acontecer. Contudo, se o indivíduo se sente desafiado à demonstração da significação do símbolo, a ação se dá. Diz ele, p. ex., que o símbolo significa pôr de lado 4 objetos numa sequência como expressão da palavra ou que significa 4 batifas no quadro. Em outras palavras, ele defini pelo exemplo -um exemplo de ações tomadas que sejam adequadas a este símbolo, o símbolo 4. Enquanto em realidade o processo de compreensão termina no cérebro, a comunicação da compreensão de significações primeiras termina em ações do indivíduo que declara compreender o símbolo. "Palavras, como todos sabem, nada "significam" por si sós, ainda que houvesse a crença que sim...universal. Somente quando um pensador utiliza-las, é que elas querem dizer algo, ou, num sentido, têm "significação" Elas são instrumentos". (5)

A única maneira de indicar as palavras a que os símbolos se referem é perguntar-se às experiências lembradas, ou que é visualizado quando o símbolo é dado. Em muitos casos, especialmente em aritmética, os símbolos referem-se a ações. Referem-se ao agrupamento de objetos de certas maneiras, à divisão de objetos de certas maneiras, à comparação de objetos de certas maneiras. Este conceito da significação de símbolos aritméticos - referindo-se a "ações claras" - coisas que se fazem com as mãos - é de importância básica na determinação do método de ensino de arimética. A importância deste conceito da significação de um símbolo só será percebida depois que se lembrar de que a aritmética está mais preocupada com operações e transformações do que classes, coleções ou espécies de coisas. Diz Cohen, "UM levantamento dos conceitos reais de ciência moderna mostrará sua preocupação predominante com relações, operações ou transformações mais do que com classes ou espécies de coisas e suas qualidades". (6)

A aplicação desta citação à significação em aritmética será ilustrada pelo exemplo dos símbolos  $6+7=13$ . Vamos considerar que a "significação" dos símbolos 6, 7 e 13 tenha sido desenvolvida e que a atenção esteja focada na

gnificação da operação de adição. O indivíduo que compreende a significação de  $6+7$  será capaz de atravessar os seguintes atos claros: (1) - juntar as duas coleções de seis e sete objetos (pauzinhos, livros, moedas, etc.) numa coleção só; (2) - reorganizar a coleção total de objetos numa coleção de 10 e uma coleção de 3 - ou uma coleção de 13.

O indivíduo que teve experiências reorganizando coleções desta maneira poderá depois, pôr de lado os objetos e visualizar as operações envolvidas. Pode-se dizer que ele tem uma imagem da ação estimulado pelo  $6+7$ . Esta ação não é realizada de verdade mas de certa forma fica como uma ação potencial (intenção da ação). Para usar as palavras de Eaton, a pessoa participa de uma "atividade de significação". (7) É esta atividade de significação, esta intenção de agir, que a criança deve sentir antes de poder dizer que compreende  $6+7$  ou que sabe a significação de  $6+7$ .

Considerado sob este prisma, todo o objeto de ensino de aritmética é claramente ajudar a criança a encontrar um sistema de símbolos que, de certa forma é representativo de um reino de acontecimentos - uma série de operações simbolizadas com as quais a criança tenha tido experiência direta. Estas operações simbolizadas pela palavra falada, pela palavra escrita ou, no caso da matemática, pelo símbolo matemático, são os instrumentos primários do conhecimento. Não é conhecimento a consciência do símbolo. Contudo, quando os dois associam-se na mente de um indivíduo, há o conhecimento. Nas palavras do filósofo Benjamin:

"Um ponto importante de ser notado é que a mera consciência dos acontecimentos não é conhecimento, ainda que seja a base sobre a qual se constrói o conhecimento. Os acontecimentos só entram na consciência propriamente quando são interpretados, descritos, ou explicados e estas atividades suplementares exigem o uso de símbolos". (8)

Um conhecimento de aritmética implica, de acordo com esta definição de conhecimento, em que o indivíduo torne-se consciente da correspondência entre um conjunto de símbolos e um conjunto de operações. Estas operações estão interessadas predominantemente, na escola primária, em atos claros e imagens adquiridas como resultado de experiências com a manipulação de objetos. É de enorme importância notar que a palavra "operação" não é usada no sentido das "operações fundamentais em aritmética". "Operações" é usado aqui

para designar o referente de um símbolo - uma palavra escrita, um sinal no quadro, um gesto, uma palavra falada. Este referente é uma ação considerada em referência à coisa junto à qual agiu. Assim, o termo "operações" refere-se a atos claros. P. Ex. o ato de quebrar um bastão em metades é uma operação. O ato de tirar 2 maçãs de 8 maçãs é também uma operação simbolizada por "8 maçãs - 2 maçãs" ou mais conciso,  $8 - 2$ . A palavra "operação" ou "operacional" será usada repetidamente na discussão seguinte e, em todos os casos no sentido mais geral do termo. Em caso de tornar-se desejável restringir a discussão ao significado mais usual da palavra - adição, subtração, multiplicação e divisão - é conveniente usar-se a expressão - "operações fundamentais em aritmética".-

Tendo-se considerado a teoria básica de significação, surge a pergunta: - "Qual a influência dessa teoria nas práticas de ensino? Qual a diferença entre esta teoria e as outras na aquisição de significações?"

## PRÁTICAS DE ENSINO E ARITMÉTICA OPERACIONAL (pag. 326)

### I - Os três tipos de situações de subtração

Costuma-se classificar os assim chamados "tipos" de problemas de subtração em 3 espécies: (a) o tipo "quanto mais"; (b) o tipo "qual é a diferença"; (c) o tipo "quanto sobrou". E se salientássemos nestas 3 situações os aspectos operacionais?

Consideremos primeiramente o tipo "quanto sobrou". A aritmética operacional diria que deve haver 4 objetos à frente da criança e que 1 objeto seja retirado. Então a criança executa esta operação de retirar um dos 4 objetos. Através desta operação e repetindo outras semelhantes, ouvindo sempre as palavras; "Se há 4 lápis e tira-se um lápis, quantos sobram?" - a mente infantil vai fixar a imagem ou a operação referida na situação de "quantos sobram".

Esta maneira de agir ditada pela aritmética operacional não difere da que é defendida nos livros de métodos de hoje em dia. Contudo, alguns livros põem mais ênfase no aspecto operacional desta situação de subtração do que outros. (9)

A assim, se se tiver 2 pedaços de fita e perguntar - "Qual a diferença de comprimento"? - a operação natural será colocar uma fita perto da outra e ver de quanto a maior excede a menor. Esta operação seria a mesma para ambos os exemplos clássicos de problemas do tipo - "Quanto mais de fita tenho eu"? - e - "Qual a <sup>diferença</sup> diferença de comprimento"?

Considere outro exemplo: - "João quer comprar uma revista que custa Cr.\$14,00. Ele tem Cr.\$8,00. Quanto dinheiro mais ele precisa?" Na figura 1 vemos mais ou menos a maneira de agir inicial que manda a aritmética operacional. Note que uma coleção de 12 é comparado com uma coleção de 8. A criança tem a experiência de comparar as 2 coleções, como na ilustração. Eventualmente, ele pode visualizar esta comparação e vê que pode ser resolvida pela redução à situação subtrativa de "quantos sobraram"?



Fig. 1 - Maneira de agir operacional para resolver o problema de subtração do tipo "quantos sobraram"?

Agora considere a solução operacional do problema seguinte: "João tem uma revista que custou Cr.\$12,00, e Jaime tem uma revista que custou Cr.\$8,00. Qual a diferença de preço"? Aqui novamente, a aritmética operacional manda que a maneira de agir inicial seja a mesma que foi ilustrada na Fig. 1. A coleção de 8 é comparada com a coleção de 12, e de novo a criança visualiza esta comparação e vê que ela pode ser feita pelo tipo "quantos sobraram".

Note que em cada um dos dois casos sob consideração, o professor ajuda a criança a visualizar a correspondência de um - a - uma coleção de 8 com uma parte da coleção de 12 que não pode ser colocada numa correspondência um - a - um com a coleção de 8, responde, em cada caso, à pergunta: "Quanto mais dinheiro precisa ele"? ou "Qual é a diferença em preço"? E em cada caso a comparação é feita pela transformação, num problema do tipo "quantos sobraram"?

A análise operacional da situação aritmética em relação à subtração, leva-nos a rejeitar a classificação tradicional dos 3 tipos de problemas e leva-nos à classificação de 2 tipos principais:

(1) Problema do "quanto sobrou";

(2) Problema do "quanto falta";



as ~~se levamos à classificação de 2 tipos principais:~~ )

(a) - problema de "quanto sobrou";

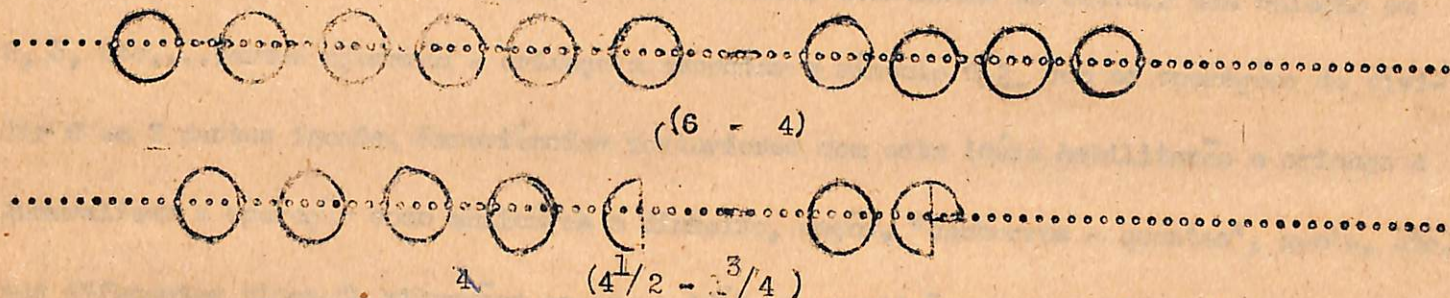
(b) - problema de "comparação".

É importante notar que o 2º tipo é resolvido operacionalmente como o 1º. Contudo, há uma etapa intermediária na visualização da solução operacional do problema de "comparação": é o estabelecimento de uma correspondência um-a-um entre ~~a coleção menor e a coleção maior~~ *a coleção menor e parte da coleção maior.*

## II - Métodos usados para ilustrar a idéia de subtração

Se um professor focaliza a atenção nas operações aritméticas pode resultar em fazer mudanças significativas nos processos didáticos usados. Os que se interessam por aritmética caestão familiarizados por diagramas como as da Figura 2, usado para ilustrar  $6 - 4$  e

$$4\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$$



Agora o símbolo  $6 - 4$  deveria à criança uma operação muito específica, ou seja, o de ter 6 objetos e tirar-se 4, para assim obter 2 objetos restantes. Note que as ilustrações da Fig. 2 não focalizam a atenção do estudante nos 6 objetos.; nem estão õles em tal situação que facilite a visualização de uma "comparação" no problema subtrativo. A atenção do estudante passa do 6 para 4 na ilustração; mais ainda, quando alguém tem 6 maçãs e tira 4, as 4 maçãs não são dadas como uma coleção separada. As 4 maçãs são uma parte das 6 maçãs originais. As ilustrações tal como foram apresentadas não ajudam a criança a estabelecer a imagem da operação aceitável para o símbolo  $6 - 4$ . Tais ilustrações provavelmente confundirão a mente do jovem estudante. Muita crítica semelhante aplica-se ao diagrama usado para ilustrar a operação simbolizada por  $4\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$ .

## III - Aritmética operacional e divisão

Do que se vê a aritmética operacional auxilia para a significação de tais símbolos

com 54991. Este trabalho tem sido publicado no livro de ...

III - Aritmética operacional e divisão - De que modo a aritmética operacional auxilia para a significação de tais símbolos como  $34901 : 45$ ? Até agora, este trabalho tem defendido a tese de que a aritmética está predominantemente preocupada com o estudo das operações e não das coleções. De fato, está preocupada predominantemente com as operações que se fazem em coleções. Mas, na divisão longa, como em outras operações com números altos, a operação não se fará por se tornar monótona. Note-se que no período anterior lê-se: "a operação não se fará" e não que "a operação não pode ser feita". Naturalmente que pode ser feita se o tempo e o esforço justificassem tal.

A divisão longa pode ser feita significativamente pela maneira operacional mais ou menos como se segue. Se se usa a idéia partitiva, pode-se pedir à criança que divida 6 objetos em duas partes iguais. Experiências constantes em dividir uma coleção em 2, 3, etc....partes ajudarão a criança a associar o símbolo  $6/2$  com as operações de dividir 6 em 2 partes iguais. Experiências posteriores com esta idéia habilitarão a criança a generalizar a operação como aplicável a dinheiro, maçãs, "cachorros - quentes", gente, etc.... nos diferentes tipos de situações em que a idéia de partição ocorra. Se a criança encontra repetidamente a idéia acompanhada ao mesmo tempo do simbolismo, o simbolismo estimulará a lembrança da operação partitiva e vice-versa. Esta habilidade de recordar é estabelecida com números simples com os quais seja possível realizar a operação simbolizada.

Assim como as crianças, por etapas fáceis, apanha a significação operacional da divisão de números simples, surge então a questão da possibilidade da divisão de sessenta partes. Esta operação não é impossível e a criança pode fazê-la. Contudo, nesta etapa a criança deve começar a ver que o simbolismo habilita-o a realizar mentalmente uma operação que seria inconveniente realizar realmente. Contudo, se lhe for pedido que estabeleça a significação de  $60/20$ , ela poderia fazê-lo. Da mesma maneira que se progride no uso de divisões maiores, a criança pode imaginar-se realizando as operações de dividir 4580 em duas partes, mas não sente a necessidade de realizá-las porque o trabalho que realizou com números pequenos tais como  $6/2$ , desenvolveram a confiança no simbolismo. Desta ma-

ira, o professor que compreende os aspectos operacionais da aritmética, terá a oportunidade de perceber o poder do simbolismo e demonstrar porque o homem foi forçado a desenvolver um sistema de símbolos que substituem as operações, que tomam tempo demasiado para serem realizadas.

IV - O significado zero - Nos últimos anos tem havido discussões consideráveis sobre o zero e sua função de "segurador de lugar" (place - holder). Há os que defendem a tese de que o zero não é real para a criança. P. ex.: "As coleções estudadas pelos principia-  
is são coleções de objetos reais; <sup>"nenhuma coisa"</sup> ~~mas~~ como quantidade, é uma abstração muito remota do mundo da realidade para sua concepção". (10)

A aritmética operacional atribuiria uma significação ao zero e não diria que está "remoto do mundo da realidade". (?) A criança que constrói "figuras de bastão" de números como 13 ou 38 através de feixes de 10 bastões, ou tiras de papel, e bastões unitários, chega à significação dos números operacionalmente. Ele vê o desenvolvimento do sistema de notações, anotando os resultados destas operações, isto é, a operação de colocar um feixe de 10 bastões à esquerda dos 3 bastões unitários para representar a significação do símbolo 13.

A operação de escolher 20 bastões é simples, mas quando a criança anota a operação, ela encara um novo problema. Se escreve 2, está duplicando um símbolo que foi usado previamente para representar um par. Se lembra o princípio usado para representar 2 coleções de 10 e 3 unidades, ele vê a necessidade de um símbolo para o lugar à direita do dois para assegurar ao dois o lugar das dezenas, e que este símbolo zero significa a ausência de bastões à direita dos dois feixes de dez. Neste caso, o símbolo zero significa a ausência de unidades colocadas à direita dos dois feixes de dez.

Alguns <sup>podem contestar</sup> ~~podem contestar~~ que "colocar nenhuma unidade à direita do dez" é sem significação. Contudo, se mamãe diz a João; -"João, vamos precisar de batatas para o jantar. Quantas batatas há na caixa?" Se a caixa está vazia, que dirá João? Certamente, esta resposta não é sem significação para João. (Se for logo terá significação pois, é provável

ela tenha de chegar até o armazém comprar batatas se quiser comer). A simbolização da falta de realizar certa operação é tão insignificante quanto a simbolização da própria operação, considerando-se que a operação seja significativa. Quando representar dois feixes de dez, a criança vê que não há necessidade das operações para preenchimento do lugar das unidades. Ela comunica este fato pela colocação do zero após o 2.

(Fim do artigo na edição de fevereiro de 1949)

#### BIBLIOGRAFIA CITADA

- (1) - William A. Brownell, "Introduction of Purpose and Scope of the Yearbook" - The Measurement of Understanding, pag. 1. Forty - fifth Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part I, Chicago - Distributed by the University of Chicago Press, 1946.
- (2) - "The Second Report of the Commission on Post-War Plans", Mathematics Teacher, XXXVIII (May, 1945), 200.
- (3) - W. A. Brownell, "When Is Arithmetic Meaningful?" Journal of Educational Research, XXXVIII, March 1945.
- (4) - R. M. Eaton, "Symbolism and Truth" pag. 23 - Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1925.
- (5) - C. K. Ogden and I. A. Richards, "The Meaning of Meaning" pags 9 - 10. N. York - Harcourt, Brace & Co., 1936 (4<sup>th</sup> edition).
- (6) - Morris D. Cohen, "A Preface to Logic" pag. 69. N. York - Henry Holt & Co., 1924
- (7) - R. M. Eaton, op. cit., pag. 23
- (8) - A. Cornelius Benjamin, "An Introduction to the Philosophy of Science", pag. 61. - N. York, Mac Millan Co., 1937.
- (9) - V. p. ex. Harry G. Wheat "The Psychology and Teaching of Arithmetic" - Boston, D. C. Heath & Co. 1937.
- (10) - Harry G. Wheat, op. cit., pag. 81.

O primeiro desta série de dois artigos discutiu a teoria geral de significação em aritmética e as práticas de ensino destinadas a tornar significativa a aritmética para crianças. Este artigo discute as teorias de significação social, estrutural e nihilista da significação.

### A TEORIA DA SIGNIFICAÇÃO SOCIAL

Há um grupo de educadores que acreditam que a criança compreenderá números desde que conteste e use estes números em situações sociais. De acordo com esta teoria, uma unidade sobre compras e vendas no 2º ano primário ensinará as significações necessárias das ~~combinações numéricas básicas~~ *combinações numéricas básicas*. ~~Assim, assim as crianças poderão adquirir as compreensões~~

"Educadores reflexivos reconheçam que crianças de todas as idades precisam ter a aritmética relacionada com suas próprias experiências. Tal relação não só enriquece a vivência mas assenta um fundamento essencial para a compreensão aritmética. Somente assim as crianças poderão adquirir as compreensões necessárias para processos aritméticos numa base social. (11)

As "unidades experimentais" são reais e vivas; as "situações de vida" são estruturadas e imaginárias mas tão aproximadas da vida quanto possível, tal como p. ex., o jogo da loja...

O programa para 1º e 2º anos, tal como aqui se desenvolve, não tem como objetivo os resultados do treino como tal. Seu objetivo são significações através de experiência. (12)

Uma variedade de experiências ilustrativas está incluída em cada grau para indicar ~~como~~ *como* como as crianças ~~aprendem através~~ *aprendem através* aprendem através de vivências. Estas ilustrações são situações reais em que professores sensíveis e atentos promoveram o crescimento da criança através do uso das experiências numéricas como apareciam na sala de aula, em casa ou na comunidade... Algumas são planejadas; outras, acidentais; todas contribuem para uma compreensão mais plena e um ensino de mais valia para o aluno. (13)

14  
Quase todos os programas de estudo publicados durante a década passada mencionam "reais experiências de vida para desenvolver compreensões" ou qualquer outra frase de natureza semelhante. Agora, o autor deste artigo não deseja dar a impressão que "reais experiências de vida" não sejam essenciais ao bom ensino. Contudo, é essencial que o professor esclarecido faça a distinção entre aqueles elementos de real experiência de vida que desenvolvem significações. A visita a uma mercearia ou a visita a uma chocadeira <sup>ou sucubadora</sup> pode ou não desenvolver significações. Se a criança vê o caixeiro da mercearia colocar os números na máquina de somar e então sargar a motinha mostrando a soma, onde terá havido o ensino de significações para a criança? Obviamente o jogar de símbolos na máquina não desenvolve significações.

Se o professor volta com a turma para a sala de aula e, através de operações com objetos concretos, mostra à criança o que simbolizou <sup>caixeiros</sup> ~~o caixeiro~~ quando escreveu:

$$\begin{array}{r} 15 \text{ cruzeiros} \\ + \\ \hline 25 \text{ cruzeiros} \\ \hline 40 \text{ cruzeiros} \end{array}$$

então sim o professor propiciou oportunidade à significação. Mas a visita à loja não o fez. A visita somente propiciou a situação para o ensino da significação real dos símbolos quando a turma voltou à sala de aula. (Naturalmente o professor poderia fazer esta operação enquanto a turma está na loja). As unidades de experiência podem ser muito sem significação para a criança se o professor não reconhece como as significações são desenvolvidas; e até mesmo, as unidades de experiência podem confundir a criança e ser um obstáculo à aprendizagem.

O professor deve sempre lembrar-se que nas situações reais de vida o adulto sempre age como se as significações lá estão - em alguns casos, realmente como se os símbolos não tivessem significação alguma. O professor deve lembrar-se que numa unidade de real experiência de vida a criança verá que os números são usados na vida cotidiana. Isto é valioso. Mas <sup>o professor deve</sup> ~~o professor deve~~ inserir-se nos elementos numéricos das reais situações de vida e discutir, desenvolver, resumir e novamente dar ênfase aos aspectos operacionais dos ~~da~~

mbolos usados na unidade. Assim as significações dos símbolos são desenvolvidas realmente na sala de aula depois, ou antes, da experiência na loja. A visita em si contribuiu para a criança compreender a utilidade dos números. (14) Somente em casos raros teria contribuído para a criança compreender a significação do simbolismo usado em aula de aritmética.

### A TEORIA ESTRUTURALISTA DE SIGNIFICAÇÃO

Há os que sentem que a aritmética se torna significativa quando a criança vê a estrutura da matéria. Estes educadores pensam na "estrutura" como a organização interna, a lógica, da matéria. Assim, dizem Brownell e Thiele:

"A significação deve ser procurada na estrutura, na organização, nas relações íntimas da própria matéria". (15)

"Mais recentemente tem havido uma tendência notável, tanto na teoria como na prática, para o ensino de uma aritmética significativa que procura auxiliar as crianças a apreciar e utilizar as interrelações do sistema numérico." (16)

A definição de significação de Soltzer deve ser classificada sob o título de teoria estrutural. Ele faz a distinção entre significação e compreensão. Essa distinção é difícil de compreender:

"Significação é ver razões para, a importância de, ou o sentido de, um processo. Compreensão é ver as relações entre um fato ou processo, e outros fatos ou processos". (17)

Os que aderem a esta teoria de significação põe muita ênfase em demonstrar que a adição e a multiplicação de números inteiros são relacionadas: que dividir por 2 é o mesmo (numericamente) que multiplica por  $\frac{1}{2}$ ; porque se coloca o produto parcial da multiplicação com se faz. Estas são realmente assuntos importantes para discutir em qualquer aula de aritmética, mas estabelecem significações?

A significação de palavras não pode ser jogada para a significação de outras palavras, mesmo que essas "outras palavras" sejam mais simples. Tal processo dirige finalmen-

a um mínimo irreduzível. É fácil definir um losango em termos de um retângulo, e um retângulo em termos de um quadrilátero com lados paralelos e ângulos retos mas, desta maneira, eventualmente se chega ao fim da corrente. Palavras, mesmo palavras simples, não podem dar significação a palavras mais complexas. Deve-se procurar além das palavras para achar significações.

Da mesma maneira, deve-se procurar além dos símbolos aritméticos para achar a significação. A significação do símbolo aritmético mais simples, digamos 2, não pode ser achada em outros símbolos. Saímos do símbolo, vamos ao mundo físico para sua significação. Assim o indivíduo tem algumas de suas primeiras experiências quantitativas com as 2 mãos, os 2 pés, os 2 olhos, e de certa forma ele começa a formar a imagem mental de todas estas coleções que possam ser colocadas na relação de correspondência um - a - um com seus 2 olhos ou 2 mãos. Todas estas coleções de objetos são simbolizadas por 2.

Desta maneira, o símbolo sai de si mesmo por assim dizer. Refer-se a algo diferente de si próprio. Refer-se mesmo a algo diferente que outrossímbolos. Nas palavras de Cohen:

"Não poderemos então dizer que qualquer coisa adquire significação se está em conexão com, ou indica, ou refere-se a algo além de si mesmo, de tal forma que sua natureza plena o aponte e revele nessa conexão?"  
(18)

Este conceito de um símbolo referindo-se a algo a si mesmo é crucial a qualquer consideração fundamental de método em aritmética. O professor que compreende ser esta uma idéia-chave terá grande cuidado no relacionamento do problema de estabelecer significação de um símbolo com um ato tal que a criança possa analisar, ver, sentir - em resumo, ter a experiência. Então, quando a criança viu a ação e realizou ela mesma a experiência, estará pronta para o símbolo do ato.

Os teóricos estruturalistas põem reforço especial aos assim chamados "interrelacionamentos", p. ex.:

"Mas, o que exatamente possui a criança tendo uma compreensão do número, tal como 7? Entre todos outros fatos que possam ser sabidos, p. ex.: ele sabe que 7 vem após o 6,



antes do 8; que 7 é 2 mais que 5, e menos que 9; ....que é a soma de 4 e 3, ou 6 e 1, ou 3, 2 e 2; e que é a metade de 14". (19)

Naturalmente, estas interrelações são importantes, mas é também importante lembrar que elas são operações mas quais o número 7 está envolvido e que os elementos importantes em todas estas situações são as operações e sua interconsistência.

Poder - se á perguntar | Estas ilustrações (como dadas por Spitzer) aumentam a significação do número 7, ou aumentam a significação da operação pelas relações que estabelece nas diversas maneiras de operar uma coleção? Seja qual for a resposta, é característico da maioria do pensamento de aritmética salientar mais o número que a operação. Será isto verdade no caso considerado? Se os adeptos da teoria estruturalista erraram, foi mais um erro por omissão do que por concessão. Eles colocaram toda ênfase em significações de ordem mais alta que estas significações que são os fundamentos do conhecimento. Ensinar uma criança o significado de adição em termos de operações com coleções é básico para um conhecimento da aritmética. Nesta etapa de "ensino significativo", o professor está "rotulando" uma operação com um símbolo, o símbolo +. Esta é a significação semântica da adição.

Por outro lado, quando um certo número destas operações foram rotuladas, torna-se necessário investigar se são consistentes, i. é, se há algum conflito lógico. Se a criança compreende que não há conflito e vê, p. ex., como uma operação é o inverso de outra, ela começa a compreender que as operações estão relacionadas e e visualiza essa relação sempre que os símbolos são apresentados. Neste caso a criança compreende a significação sintática da aritmética. As interrelações que os da teoria estruturalista advogam são as significações sintáticas e não as significações fundamentais em aritmética. As "significações sintáticas" são essas significações muito importantes que foram estabelecidas depois que a criança adquiriu uma base semântica para estas significações de ordem mais alta.

Porcentagem, como às vezes é contactada na escola primária, pode ser usada para // ilustrar as diferenças entre o contacto de teoria estruturalista e da operacional com um tópico. Frequentemente "por cento (%)" é definido como "centésimos" e a significação de

196  
antagem segundo a teoria estruturalista é chegada. É simplesmente a definição de um termo. Contudo, para a criança que não está segura da significação dos decimais, tal contato estruturalista é mau, especialmente se a significação do simbolismo de frações ~~crianças~~ dinâmicas também não estiver firme. Seria muito mais significativo basear o 1º contato com porcentagem na definição do "por cem" e desenvolvê-la como uma razão. Uma criança pode visualizar a operação ou mesmo realizá-la, tomando 20 pauzinhos de cada 100 e assim ter a experiência da significação operacional de 20%.

O conceito de fazer os símbolos referirem-se a atos claros, está reconhecido implicitamente por muitos dos mais modernos livros de metodologia. Contudo, falta uma discussão acerca da causa do conselho aos professores de deixarem as crianças cortar o bolo para aprenderem  $\frac{2}{3}$  ou de se usarem pauzinhos para ensinar o valor relativo. Mais ainda, há a falha de reconhecimento de pelo menos 2 tipos de significação em aritmética e estabelecer seu lugar no programa de ensino.

### TEORIA NIHILISTA DE SIGNIFICAÇÃO

Há os que acreditam que símbolos como  $6 + 2$  não têm significação. Contudo, dizem eles, os símbolos 6 maçãs + 2 maçãs são significativos porque se referem a maçãs, i. é, algo concreto. Isto não é encontrado prontamente na literatura sobre problemas de aritmética. Contudo, os contadores referem-se às vezes a "essas páginas de exercícios sem significação que se encontram nos modernos livros de texto".

Tais símbolos como  $6 + 5$  podem ser significação para a criança. Contudo, num programa de ensino que salienta a significação dessas símbolos (um programa que leva a criança a compreender que  $6 + 5$  representa uma operação que pode ser realizada com uma coleção de 6 e uma coleção de 5) eles não são símbolos sem significação. A criança, ainda que não esteja realmente efetuando a operação, tem uma imagem dos atos claros que os símbolos representam. Isto é significação. Apanhar esta significação está dentro do alcance da criança, se o professor estabelece a sequência adequada de experiências. (A respeito da aritmética de

variar tal e qual a atenção às operações

Professôres de aritmética deveriam dedicar bastante atenção às palavras seguintes:

"A fim de que palavras simples (indefinidas) possam tornar-se nos significativas, precisamos ter atos realizados, dirigidos às cousas que significam. Precisamos ter a existência do símbolo com o objeto, e devará ter sido estabelecido um reflexo condicionado, de tal forma que, quando o símbolo aparece, serão estabelecidas as atividades adequadas e a intenção dirigida para o objeto". (20)

#### OBSERVAÇÕES FINAIS

Não é da intenção do autor, lançar reflexões sôbre o modelo-geral de ensino da aritmética exposto pelos que escreveram o "Sixteenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics" e por outras excelentes publicações. Contudo, é da intenção do autor dizer que está em tempo de para de dizer que "significação" significa "compreensão", e que "compreensão" significa "discernimento (insight)" e que "discernimento (insight)" significa "compreensão". Estas voltas não nos levarão a nada. Deve dar ao professor principiante bastante motivo para desespero. Desta forma, como pode o professor ter uma resposta clara à questão: "Que é significação?"

Muitas das práticas modernas do ensino da aritmética podem ser classificadas como maneiras significativas de ensinar aritmética do ponto de vista da aritmética operacional. Muitas das excelentes sugestões de Wheat em seu livro "The Psychology and Teaching of Arithmetic" estão dentro da teoria operacional de significação. Particularmente, seus "passos" progressivos no estudo das coleções através de análise e síntese" (21), constituem um belo exemplo de contato operacional com as significações fundamentais em aritmética. O capítulo de Thiele sôbre "Arithmetic in the Early Grades from the Point of View of Interrelationships in the Number System", (22) é outro bom exemplo da aritmética significativa operacionalista. Outros ainda podem ser citados por quem conhece a literatura sôbre aritmética.

Contudo, apesar destas muitas excelentes ilustrações de boas práticas de ensino

aritmética, há a necessidade de uma generalização de que constitue significação. Sem esta generalização, o professor praticante está forçado a copiar Autoridade A ou Autoridade B, reduzindo desta arte as práticas de ensino da aritmética ao status de memorização de regras e combinações básicas como em algumas aulas. O professor que compreende as implicações de uma aritmética operacional está na mesma posição da criança que compreende interrelações do sistema numérico. O professor compreensivo pode criar, pode ser original e, sobretudo, pode tornar-se crítico da Autoridade A e Autoridade B.

#### BIBLIOGRAFIAS

Para aqueles que desejarem estudar o problema de significação mais detalhadamente, do que na presente discussão elementar, apresentamos uma bibliografia. Esta bibliografia não está completa. A literatura sobre a significação de "significação" é extensa e grande parte é difícil de ler. As referências abaixo estão entre os mais fáceis de ler sobre a teoria de significação.

AYER, ALFRED J. - "The Foundations of Empirical Knowledge", capítulos I e II. Londres: Mac Millan & Co., 1947.

BENJAMIN, ACQUERISIUS - "An Introduction to the Philosophy of Science", cap. IV e XIII. N. York: Mac Millan & Co., 1937.

BRIDGMAN, P. W. - "The Logic of Modern Physics", cap. I. New York: Mac Millan & Co., 1927.

COHEN, MORRIS R. - "A Preface to Logic", cap. III. New York: Henry Holt & Co., 1944

DEWEY, JOHN. - "Intelligence in the Modern World", cap. XVI. New York: Modern Library, 1939.

EATON, R. M. - "Symbolism and Truth", cap. I e II. Cambridge: Harvard University Press, 1925.

OGDEN, C. K., and RICHARDS, I. A. - "The Meaning of Meaning", New York: Harcourt, Brace & Co., 1936 (fourth edition).

RUSSELL, BERTRAND. - "An Inquiry into Meaning and Truth", caps. IV, XIII. New York,

W. W. Norton & Co., 1940.

BIBLIORAFIA CITADA (continuação)

- (11) - HELEN LAURIE & E. L. MAC DONNELL - "Making Arithmetic Meaningful", Foundations in Arithmetic pag. 16. - Apresentado por Ada Polking - horne, Bulletin of the Association for Childhood Education, Washington: Association for Childhood Education, 1937.
- (12) - GUY M. WILSON, MILDRED B. STONE, CHARLES O. DALRYMPEE, - "Teaching the New Arithmetic", pag. 89. New York: Mc Graw - Hill Book Co. Inc., 1939.
- (13) - ARITHMETIC: "A Guide for Teachers, Kindergarten through Grade 6", pag. 38. ~~Ph~~ Philadelphia Pennsylvania: Philadelphia public Schools 1947.
- (14) Para enriquecimento deste ponto, V. p. ex. B. R. BUCKINGHAM - "Significance, Meaning, Insight - These Three". Mathematics Teacher, XXXI, Jan. 1938 - pag. 24 - 30.
- (15) - WILLIAM A. BROWNELL, "When Is Arithmetic Meaningful?" Journal of Educational Research XXXVIII, Março, 1945, pag. 491.
- (16) - C. L. THIELL "Arithmetic in the Early Grades from the Point of View of Interpretations in the Number System", Arithmetic in General Education, pag. 45. Sixteenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, New York: Bureau of Publications, Teachers Collag, Columbia University, 1941.
- (17) - HERBERT F. SPITZER, "The Teaching of Arithmetic", pag. 14. Boston: Houghton Mifflin Co. 1948.
- (18) - <sup>MORRIS R. COHEN</sup> ~~MORRIS R. COHEN~~, "Preface to Logic", pag. 47. New York: H. Holt & Co., 1944.
- (19) - HERBERT F. SPITZER, op. cit., pag. 14.
- (20) - R. M. EATON, "Symbolism and Truth", pag. 32. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press 1925.
- (21) - HARRY G. WHEAT, "The Psychology and Teaching of Arithmetic", pag. 161. Boston: D. C. Heath & Co., 1937.
- (22) C. L. THIELL, op. cit., pag. 45 - 79.