

## A HISTÓRIA DOS NUMERAIS

Tradução de Brunfiel, Eichols, Shanks ,  
 "Fundamental concept of elementary Mathematics" - Addison Wesley Publishing  
 Company Reading, Massachusetts - London-  
 1962.

Neste capítulo esboçamos parte da história dos numerais, de sua invenção, isto é, dos símbolos usados para representar os números. Estudaremos como se desenvolveu a arte de calcular. Através desse capítulo procuraremos mostrar que os números são os mesmos, quaisquer que sejam os símbolos utilizados.

Os mais primitivos esforços para representar os números estão perdidos nos mais obscuros recantos do passado, há centenas e centenas de anos. Somente uma coisa é razoavelmente segura, que em todas as civilizações o símbolo para o número um foi um simples sinal, um simples e único traço vertical ou horizontal. Números pequenos poderiam ser representados por vários desses sinais, mas, certamente, seria muito difícil escrever um milhão com eles. Os problemas de adição são muito simples. Podemos escrever somas assim :  $III + II = IIIII$

Foi somente quando o homem começou a viver em grupos, que se tornou necessário representar grandes números de uma maneira mais simples. E, tão distante quanto sabemos, não foi senão, no início da vida das cidades, há uns cinco mil anos que foi inventado um conveniente sistema de numerais. Aparentemente a civilização se desenvolveu primeiramente nos grandes e férteis vales dos rios da Europa e da Ásia. Os vales dos rios Nilo, Eufrates, Tigre e Iantsé-Quiang foram o berço das civilizações. Através do comércio foi possível a essas civilizações, acumularem riquezas, Governos organizaram-se e taxas foram impostas. Para tudo isso foi necessário um razoável e simples sistema de numeração.

Dessas civilizações passadas, nos restou os sistemas de numeração que permanecem escritos nas pedras, argila, madeira e papel.

Veremos mais tarde, como foram laboriosamente decifrados, pelos homens, esses velhos símbolos.

Quando escrevemos o símbolo 4.357, os numerais 4, 3, 5 e 7 valem : 4.000, 300, 50 e 7. Isso mostra a importância da propriedade que nosso sistema possui. Descreveremos essa propriedade dizendo que nosso sistema obedece ao princípio do valor posicional, isto é, o número que um numeral representa depende do lugar em que aparecem os algarismos no símbolo do número.

Outro fato importante que simplifica nossos cálculos e torna fácil estudar Aritmética, é que existem somente dez símbolos para representar qualquer número. Esses são os numerais hindo-arábicos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Descreveremos seu desenvolvimento mais tarde. Esses numerais são também chamados de dígitos. Sabem por que? Cada um dos dígitos, usado por si só, representa um único número. E somente quando escrevemos um número maior que nove esse dígito pode representar dois ou mais números diferentes. Então, em 373, um "3" vale trezentos e o outro vale três.

Naturalmente os números foram introduzidos primeiro para comparar conjuntos ou coleções de coisas. Pelo uso dos números podemos dizer a quantidade de objetos num grupo particular. Levou o homem muito tempo para se decidir a usar um símbolo especial para o conjunto que não tem nenhum elemento. Deve-se notar que o numeral "0" (zero) tem uma pequena propriedade especial, isto é, sempre representa o mesmo número. Por exemplo, no número 3003, o primeiro três representa 3.000 e o segundo apenas 3, mas os dois símbolos "0" representam o mesmo zero.

Na nossa linguagem moderna, há traços de outros sistemas para dizer quantos objetos existem em um conjunto. Por exemplo, falamos em comprar um dúzia de lápis ou uma grossa dos mesmos. Há sessenta minutos em uma hora e trezentos e sessenta graus no círculo. A idade de alguém pode ser representada por "três vintenas e dez".

A única razão para que a base de nosso sistema numérico seja dez, é o fato de termos dez dedos. Outros povos têm utilizado 20 como base. Você pode conjecturar porque? Um exemplo é a civilização Maia, da América Central.

#### ROMA

No auge do seu poder, talvez 100 anos D.C., o Império Romano abrangia toda parte ocidental do mundo civilizado. Esse vasto império não só tinha grande necessidade de pessoas hábeis no cálculo, como, dispunha apenas de numerais romanos,

Pode-se distinguir entre os métodos de calcular com números e os meios de registrá-los. Através do Império Romano o cálculo foi realizado no ábaco, porque os numerais romanos não eram convenientes. Ainda não se pode encontrar livros de cálculos com um ábaco romano. Para esta finalidade os símbolos para os números devem ser escritos e os numerais romanos foram utilizados para registrar dados.

Originalmente, o numeral romano para o número cinco, foi o desenho de uma mão; mais tarde isso foi simplificado para o símbolo "V". Note-se que há alguma coisa de valor posicional nos numerais romanos IV e IX. O

sistema romano tem como base 10, desde que todos os seus símbolos para um grande número denotam múltiplos de dez, isto é, L: 50 (5X10), C: 100 (10X10), etc...Constitui interessante experiência fazer alguns problemas de aritmética, usando esses numerais romanos. A adição e a subtração são relativamente fáceis, mas a multiplicação e divisão não.

### EGITO

A mais antiga civilização da qual possuímos extensos documentos, desenvolveu-se nos vales do rio Nilo. Ali, anualmente, o limo trazido pela inundação fertilizava a terra. Mas essas inundações destruíam as demarcações de limites e tornavam necessária uma apurada medição de terras após a enchente. Foi, também, indispensável a exata previsão dos transbordamentos. Isto contribuiu para o desenvolvimento da astronomia, a precursora da ciência moderna, a astronomia, a qual requer o uso da matemática.

Três mil anos A.C., havia extensa civilização construída sobre e em torno do delta do Nilo. Um sistema de escrita foi desenvolvido (hieroglifos) e também um sistema de numeração. Essa construção foi, uma notável obra de engenharia e requereu muitos conhecimentos matemáticos.

O sistema de numeração egípcia era muito simples. Usava base dez mas não usava o princípio posicional e não possuía o símbolo zero. Muitos de nossos conhecimentos da aritmética egípcia, vieram do estudo do papiro Rhind e do papiro de Moscou. O papiro Rhind foi escrito por um escriba, Ahnes, cerca de 1700 anos A.C., mas é muito mais antigo. Os escribas eram os que escreviam, liam e calculavam. Serviam como conselheiros práticos à realeza e à mercadores. Esses papiros eram utilizados para muitos cálculos práticos.

Número	símbolo	Número	símbolo
1 .....	1	1000 .....	⊗
10 .....	∩	1000000 .....	⊗
100 .....	?		

#### NUMERAIS EGÍPCIOS

O sistema egípcio utilizava os símbolos expostos no desenho acima. O símbolo para um milhão era um homem assustado. O sistema era muito simples. Assim:

$$7 = \text{IIIIII}$$

$$350 = \text{∩∩∩∩∩}$$

$$234 = \text{⊗∩∩∩IIII}$$

Entretanto, não havia exigência de ordem para a escrita dos símbolos. Os números maiores não eram, necessariamente, escritos à esquerda. Então poder-se-ia expressar o número treze por ∩∩ ou por ∩III, em suma, vemos que o sistema egípcio tinha base dez, mas não possuía zero e era muito difícil seu uso na representação de números grandes.

A adição era realizada por meio óbvio, mas a multiplicação era realizada pelo método de sucessivas somas binárias. Para multiplicar o número 15 por 6, multiplicava-se o 15 por 2 e voltava-se a dobrá-lo, somando esses dois produtos. Poderíamos escrever assim como-

$$15 \times 6 = 15 \times 2 + 15 \times 2 + 15 \times 2$$

### SUMERIANOS E BABILÔNIOS

Também cerca de 3000 anos A.C. uma grande civilização floresceu nos vales dos rios Tigre e Eufrates, que também foram solos férteis, enriquecidos por inundações anuais. Onde hoje existe um deserto e um terra devastada, naqueles tempos havia uma agricultura florescente. Lá habitavam os sumerianos, na região chamada Babilônia. Esses povos falavam uma língua de características diferentes das modernas línguas européias, pertencentes ao grupo hindo-europeu muitas línguas européias e suas características são comuns. A linguagem sumeriana era aglutinativa, isto é, as palavras eram combinadas de modo especial para indicar seu emprego. Os sumerianos desenvolveram também uma linguagem escrita chamada cuneiformes, que eles escreviam sobre tabuinhas de argila, por meio de estiletos. As tabuinhas eram secas ao sol. Muito do nosso conhecimento sumeriano provém dessas tabuinhas. As mais antigas datam dos remotos dias da cidade de Ur, cerca de 3000 A.C.

Os sumerianos foram conquistados pelos acadianos, um povo semítico. Os acadianos absorveram a cultura sumeriana e fizeram observações sobre estrelas e planetas durante séculos. É por causa de suas cuidadosas observações sobre os eclipses do Sol e da Lua que podemos hoje processar as datas na história dos babilônios.

Os mercadores também guardaram registros muito detalhados sobre as tabuinhas de barro. Essas, eram tão duráveis que, após terem estado soterradas durante séculos, puderam ser desenterradas e lidas. Por essa razão é que sabemos tanto a respeito dos matemáticos da Babilônia.

Cerca de 1700 anos A.C. a Suméria e a Babilônia anunciaram um novo sistema de leis que muito beneficiaram a grande parte dos homens comuns.

O sistema numérico babilônico usava o princípio posicional, mas não possuía símbolo para zero. O mais notável é o fato de o sistema de numeração babilônico tinha por base 60. (Você pode pensar em alguma coisa de nossa vida moderna que tenhamos herdado dos babilônios?)

O símbolo para o 1 foi uma simples cunha vertical ▼. Mas esta cunha podia também simbolizar 60 ou 60<sup>2</sup>. Por isso tem-se sempre que decidir por um estudo de toda a tabuinha, para ver que número ela representa. Além disso, ▼ pode representar também 1/60, do mesmo modo que o 0,1 representa 1/10.



Quando estudar a civilização do mundo, você apreciará mais realizações magníficas desse povo.

A maioria das pessoas pensam na Grécia antiga em termos de 3, 4 e 5 séculos depois de Cristo. A "idade de ouro" quando o império estava no seu apogeu e grandes poetas, artistas e escritores viviam, foi o século 5 A.C. Mas os gigantes da matemática vieram depois e foram eles: Eudóxio, cerca de 350 anos A.C. e Euclides, Arquimedes e Apolônio, entre 200 e 300 anos A.C. Os filósofos Sócrates, Platão e Aristóteles viveram no 4º século no tempo de Eudóxio. Aristóteles foi um grande cientista, assim como um filósofo dominante.

A real contribuição dos gregos para a matemática foi sua invenção de fazer demonstrações. Seu melhor trabalho referiu-se à geometria; de fato, fizeram problemas de álgebra "geometricamente", sempre que possível. A álgebra foi muito difícil para eles porque eles tinham um sistema de numeração que os levava a considerar os números de uma maneira limitada (eles não usavam frações na sua matemática pura).

O sistema de contar grego era simples. Era de base dez, mas não tinha valor posicional nem um símbolo para o zero. Eles usavam as letras de seu alfabeto para números; mas você precisa conhecer o alfabeto grego a fim de compreender-lhes o sistema. Os numerais e alguns de seus nomes eram como seguem. Observe os dois primeiros e diga onde nós buscamos nossa palavra "alfabeto".

1 - alfa	$\alpha$	10 - iota	$\iota$	100 - rô	$\rho$
2 - beta	$\beta$	20 - apa	$\kappa$	200 - sigma	$\sigma$
3 - gama	$\gamma$	30 - lâmbda	$\lambda$	300 - tau	$\tau$
4 - delta	$\delta$	40 - mi	$\mu$	400 - hipsilo	$\upsilon$
5 - epsilo	$\epsilon$	50 - ni	$\nu$	500 - fi	$\phi$
6 - digama	$\zeta$	60 - xi	$\xi$	600 - qui	$\chi$
7 - zeta	$\zeta$	70 - ônico	$\omicron$	700 - psi	$\psi$
8 - eta	$\eta$	80 - pi	$\pi$	800 - ômega	$\omega$
9 - teta	$\theta$	90 - opa	$\varsigma$	900 -	$\mu$

### OS NUMERAIS HINDO-ARÁBICOS

A pesquisa de origem dos numerais hindo-arábicos tem ocupado os homens por muitos anos. Mesmo hoje os arqueologistas, com auxílio dos matemáticos, continuam a estudar manuscritos antigos, numa tentativa de superar a nebulosidade de nossa visão do passado.

Nesta seção podemos sugerir somente um simples esboço do desenvolvimento desses símbolos. Nas páginas 51 - 61 do livro de Van der Waerden "Science Awakening", referidas aos primórdios, você encontrará mais detalhes. Assim que a cadeia de acontecimentos se apresenta com clareza

em nossa mente, temos enumerado importantes estágios desta história.

1) Cerca de 300 anos A.C. os hindus tinham seu conjunto de numerais, chamados números Brahmi (veja a ilustração). Somente nos livros indianos pode-se achar estes numerais numa época antiga.

A base era dez.

— = ≡ 𑀓 𑀔 𑀕 𑀖 𑀗 𑀘 𑀙

Brahmi 300 A.C.

𑀓 𑀔 𑀕 𑀖 𑀗 𑀘 𑀙 𑀚 𑀛 𑀜 𑀝

Indiano 5000 A.C.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Arábico, Ocidentais

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Século XV

2) O astrônomo indú Aryabht tinha uma estudante Bháskara que, cerca de 300 anos A.C. usou um sistema com valor posicional que possuía um símbolo para o zero. O lugar da unidade era a esquerda em vez da direita. Nesta época, os astrônomos e calculadores estavam começando a usar métodos modernos.

Antes desta época, os astrônomos gregos tinham inventado o zero, como uma abreviação para o lugar vazio significando "nada". Durante os anos de 200 a 500 D.C. os hindus podem ter tirado o zero de sua leitura da astronomia grega.

3) Nós herdamos os numerais dos árabes. Em 600 A.C., Maomé fugiu de Meca e fundou a religião Muçulmana. Os árabes novamente unidos conquistaram tudo, desde a Arábia até o norte da África, incluindo a Espanha. Eles não destruíram as culturas dos seus subjugados e deram liberdade de religião aos cristãos e hebreus.

Bagdá foi construída em 766 e tornou-se um centro de cultura árabe onde a astronomia hindu e a ciência grega eram estudadas. Um pouco mais tarde, Muhammed Ben Musa, chamado al-Khwarizmi escreveu a primeira álgebra árabe e um pequeno livro sobre "Cálculo Indiano". Este livro foi traduzido para o Latim, no 12º século, por um monge inglês.

4) Houve originalmente duas espécies de numerais arábicos: leste e oeste. Nós seguimos aqueles arábicos ocidentais que eram os usados na Espanha mourista. Os numerais arábicos do leste são ainda usados hoje na Turquia, Egito, Arábia e países circunvizinhos. Os numerais arábicos do leste são:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Depois da tradução de Adelhard, de al-Kwarizmi, os numerais foram firmemente implantados na Europa. Em 1202, Leonardo Lepisa, conhecido como Fibonacci, publicou uma aritmética que teve muita influência. Mas mesmo 500 anos atrás a maioria dos povos do norte da Europa fizeram seu cálculo no ábaco e registraram seus resultados em numerais romanos. Somente depois de 1600 pode ser dito que os numerais hindu-arábicos tinham conquistado realmente seu lugar na civilização europeia.

Em adição ao livro de Van der Waerden, já mencionado, e os artigos sugeridos nas enciclopédias, há muitos outros lugares onde a informação pode ser encontrada. Alguns tópicos são: Chiam (temos negligenciado todo o Oriente), civilização Maia ( a qual empregou um sistema de base 20), numerais hebreus, numerais celtas, etc... . Todo o assunto é um fascinante capítulo do desenvolvimento da civilização.

Traduzido por

Maria Angela de Oliveira Freitas

Zilá Maria Guedes Paim

Revisado por

Dalva da Rosa Dupy