

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

A ficha anexa, em papel milimetrado, apresenta três figuras com triângulos retângulos. Em cada figura há uma série de triângulos retângulos semelhantes como segue:

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle AHI$$

Estes triângulos foram construídos de forma tal que: $\overline{AC} = 5$ cm, $\overline{AE} = 10$ cm, $\overline{AG} = 15$ cm, $\overline{AI} = 20$ cm. As medidas dos catetos podem ser obtidas diretamente, fazendo a leitura no papel milimetrado.

Para iniciar o estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo propõem-se os seguintes procedimentos:

1º) completar cada um dos quadros com as medidas extraídas das respectivas figuras, em cm ou mm,

2º) calcular as razões, até os centésimos, e compará-las.

Quadro 1

Na fig. 1:	Na fig. 2:	Na fig. 3:
$\frac{BC}{AC} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{BC}{AC} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{BC}{AC} = \underline{\hspace{2cm}} =$
$\frac{DE}{AE} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{DE}{AE} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{DE}{AE} = \underline{\hspace{2cm}} =$
$\frac{FG}{AG} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{FG}{AG} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{FG}{AG} = \underline{\hspace{2cm}} =$
$\frac{HI}{AI} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{HI}{AI} = \underline{\hspace{2cm}} =$	$\frac{HI}{AI} = \underline{\hspace{2cm}} =$

Questões para discussão sobre os dados deste quadro:

- 1) O que se observa sobre as razões em cada figura ?
- 2) Em função de qual elemento do triângulo retângulo as razões mudam de uma figura para outra ?

Comentários que se pode fazer ainda sobre o Quadro 1 :

1) As razões solicitadas neste quadro têm a característica de relacionarem os lados correspondentes dos triângulos retângulos semelhantes e são da forma:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} = \frac{FG}{AG} = \frac{HI}{AI} = \frac{\text{CATETO OPOSTO AO \u00c2NGULO } \alpha}{\text{HIPOTENUSA}}$$

2) Para cada ângulo α , ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) é possível traçar um triângulo retângulo e obter uma razão do tipo acima citada.

3) Portanto, existe uma correspondência entre cada ângulo α e a respectiva razão. Essa relação recebe o nome de função seno do ângulo α e representa-se pela forma:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto ao \u00c2ngulo } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

4) Os valores das razões que se encontra para cada triângulo, variando a medida de α , podem ser encontrados na tabela das razões trigonométricas, apresentando uma tabela e ensinando a leitura da mesma.

Quadro 2

Na fig. 1:	Na figura 2:	Na fig.3 :
$\frac{AB}{AC} = \text{-----} =$	$\frac{AB}{AC} = \text{-----} =$	$\frac{AB}{AC} = \text{-----} =$
$\frac{AD}{AE} = \text{-----} =$	$\frac{AD}{AE} = \text{-----} =$	$\frac{AD}{AE} = \text{-----} =$
$\frac{AF}{AG} = \text{-----} =$	$\frac{AF}{AG} = \text{-----} =$	$\frac{AF}{AG} = \text{-----} =$
$\frac{AH}{AI} = \text{-----} =$	$\frac{AH}{AI} = \text{-----} =$	$\frac{AH}{AI} = \text{-----} =$

As questões para discussão ou interpretação dos dados deste quadro podem ser repetidas como no quadro 1 e convém acrescentar outras no sentido de comparar um quadro com o outro.

Em relação ao Quadro 2 pode-se fazer também alguns comentários:

1) As razões aqui solicitadas caracterizam-se por relacionarem os lados correspondentes dos triângulos semelhantes e são da forma:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{AF}{AG} = \frac{AH}{AI} = \frac{\text{cateto adjacente ao } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

2) Como para cada ângulo α é possível construir um triângulo retângulo e obter uma razão do tipo acima citada, existe uma correspondência entre cada ângulo agudo e a respectiva razão. Para esta relação dá-se o nome de função cosseno do ângulo α e representa-se pela expressão:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente ao } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

Quadro 3

Na fig. 1:	Na fig. 2:	Na fig. 3 :
$\frac{BC}{AB} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{BC}{AB} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{BC}{AB} = \frac{\quad}{\quad} =$
$\frac{DE}{AD} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{DE}{AD} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{DE}{AD} = \frac{\quad}{\quad} =$
$\frac{FG}{AF} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{FG}{AF} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{FG}{AF} = \frac{\quad}{\quad} =$
$\frac{HI}{AH} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{HI}{AH} = \frac{\quad}{\quad} =$	$\frac{HI}{AH} = \frac{\quad}{\quad} =$

As questões para discussão podem ser repetidas como nos quadros anteriores, ou introduzidas outras ...

Observações sobre o Quadro 3:

1) As razões aqui solicitadas têm a característica de relacionarem os lados correspondentes dos triângulos retângulos semelhantes e são da forma:

$$\frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AD} = \frac{FG}{AF} = \frac{HI}{AH} = \frac{\text{CATETO OPOSTO AO } \alpha}{\text{CATETO ADJACENTE AO } \alpha}$$

2) Portanto, existe uma correspondência para cada ângulo α e a respectiva razão. Para esta função dá-se o nome de tangente do ângulo α e representa-se pela relação:

$$\text{Tg} \alpha = \frac{\text{cateto oposto ao } \alpha}{\text{cateto adjacente ao } \alpha}$$

FICHA PARA ESTUDO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO
RETÂNGULO

Fig. 1

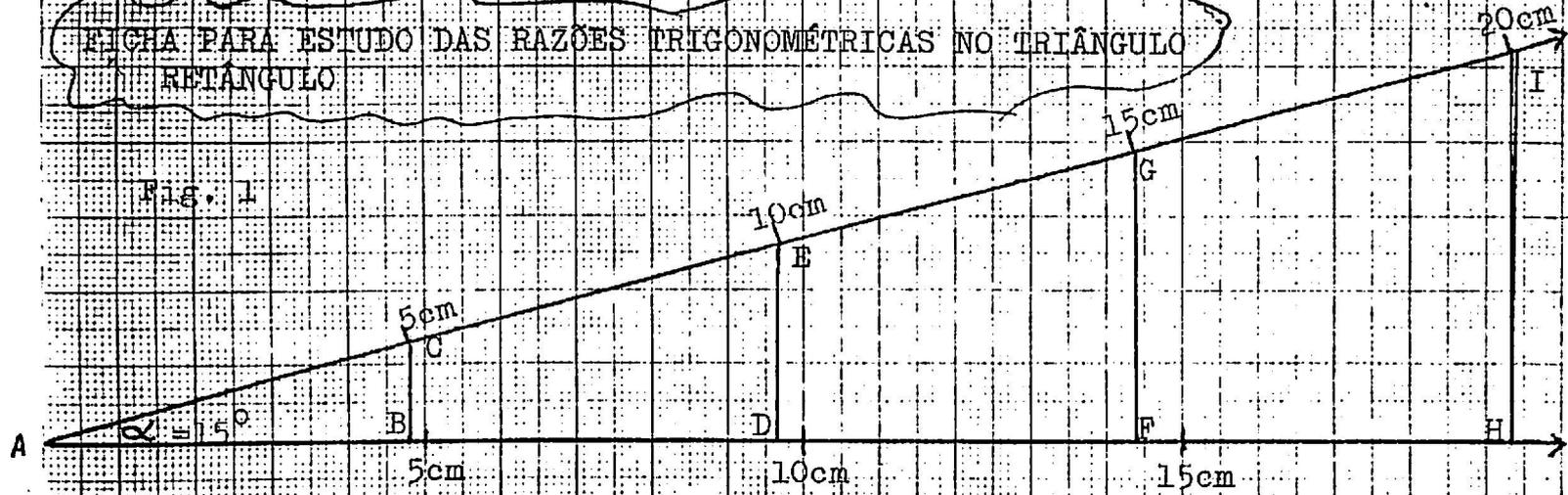


Fig. 2

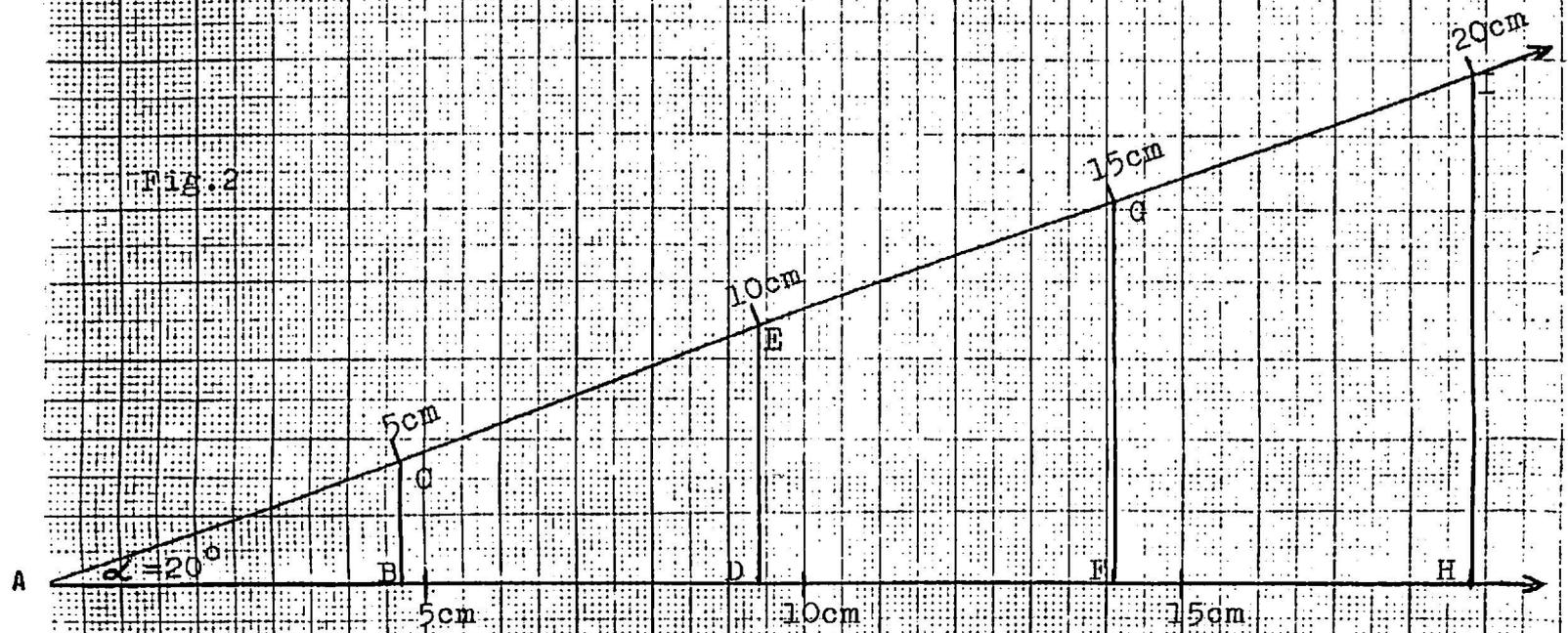


Fig. 3

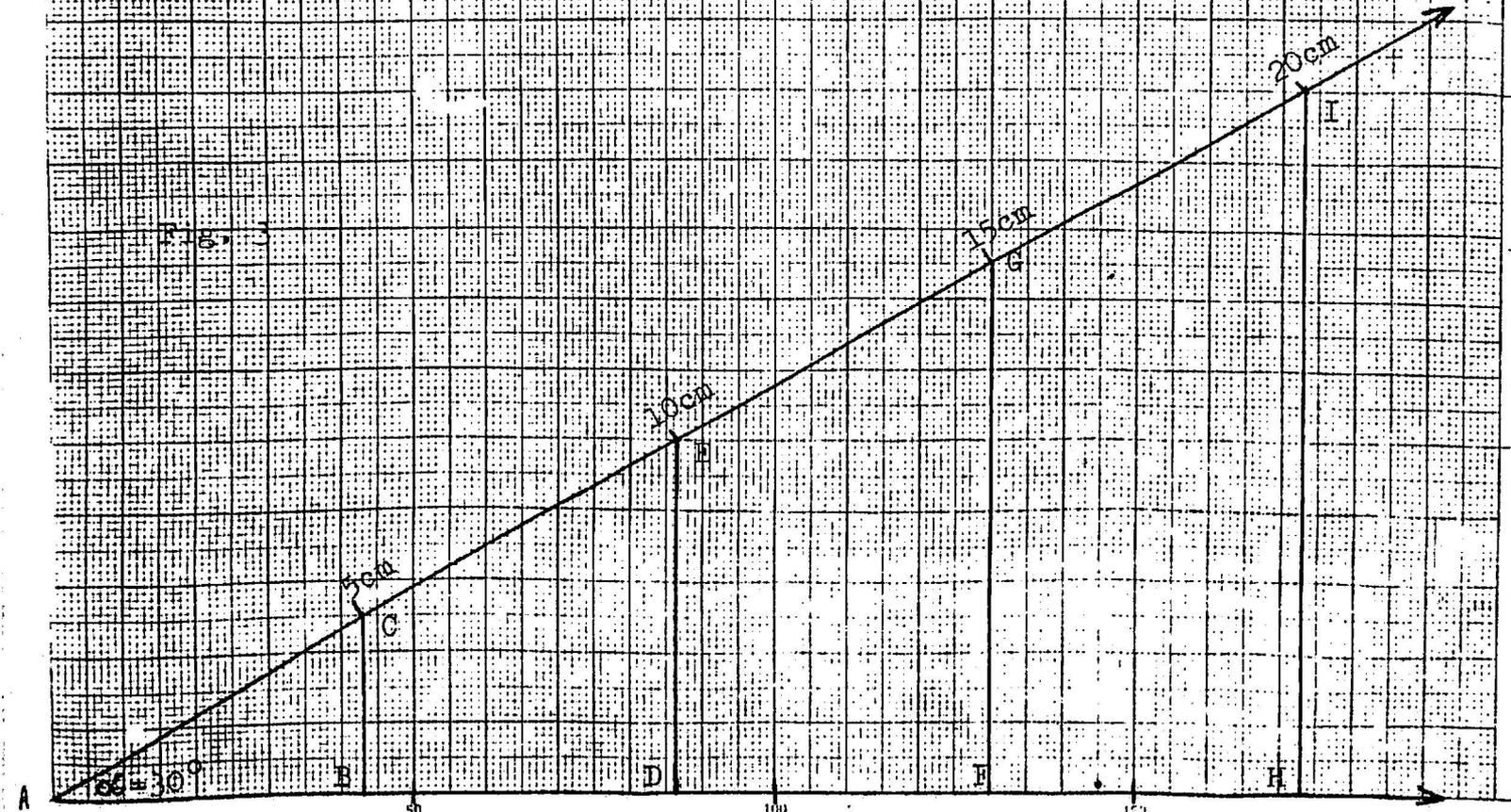


Tabela 5 Funções trigonométricas

Graus	Radianos	Sen	Cos	Tg	Cotg		
0	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000		1,5708	90
1	0,0175	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	1,5533	89
2	0,0349	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	1,5359	88
3	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87
4	0,0698	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	1,5010	86
5	0,0873	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	1,4835	85
6	0,1047	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	1,4661	84
7	0,1222	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	1,4486	83
8	0,1396	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	1,4312	82
9	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	1,4137	81
10	0,1745	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	1,3963	80
11	0,1920	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	1,3788	79
12	0,2094	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	1,3614	78
13	0,2269	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	1,3439	77
14	0,2443	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	1,3265	76
15	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75
16	0,2793	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	1,2915	74
17	0,2967	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	1,2741	73
18	0,3142	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	1,2566	72
19	0,3316	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	1,2392	71
20	0,3491	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	1,2217	70
21	0,3665	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	1,2043	69
22	0,3840	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	1,1868	68
23	0,4014	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	1,1694	67
24	0,4189	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	1,1519	66
25	0,4363	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	1,1345	65
26	0,4538	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	1,1170	64
27	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63
28	0,4887	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	1,0821	62
29	0,5061	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	1,0647	61
30	0,5236	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	1,0472	60
31	0,5411	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	1,0297	59
32	0,5585	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	1,0123	58
33	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57
34	0,5934	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	0,9774	56
35	0,6109	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	0,9599	55
36	0,6283	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	0,9425	54
37	0,6458	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	0,9250	53
38	0,6632	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	0,9076	52
39	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51
40	0,6981	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	0,8727	50
41	0,7156	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	0,8552	49
42	0,7330	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	0,8378	48
43	0,7505	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	0,8203	47
44	0,7679	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	0,8029	46
45	0,7854	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	0,7854	45
		Cos	Sen	Cotg	Tg	Radianos	Graus