DIVISÃO DE FRAÇÕES

Principios básicos da divisão:

A - A divisão é um caminho curto da subtração.

B - A divisão é o inverso da multiplicação.

C - Para dividir procura-se o número de vêzes que uma fração está contida em outra.

D - Para dividir procura-se a fração resultante da divisão de uma fração em partes iguais.

Processos utilizados na divisão de frações:

Podemos utilizar na divisão de frações os seguintes processos:

- o da reciproca da inversão.
- ou o do denominador comum.

a) Racionalização do processo da reciproca

Para chegarmos a compreender a razão da inversão do divisor no processo da reciproca temos que nos reportar aos pricípios abaixo:

a) tôda fração é uma divisão indicada 3/4 = 3:4

b) podemos multiplicar ou dividir ambos os têrmos de uma fração pelo mesmo número sem alterar seu valor. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

Se a fração é uma divisão indicada e se podemos multiplicar ou dividir ambos os têrmos de uma fração por um mesmo número sem alterar seu valor, podemos também aplicar êsses princípios a uma divisão.

No exemplo: 81:9= 9

Se multiplicarmos ambos os têrmos por 6, o quociente permanecerá o mesmo, e se fôr por 3 ou outro número, também permanecerá o mesmo quociente.

486:54= 9

Reciproca de um número é um outro número que multiplicado pelo primeiro dá como produto a unidade.

Logo, reciproca de um número é o "elemento inverso".

7 é reciproca de 1/7

7 X 1/7 = 1

O processo da reciproca se vale da idéia de reciprocidade, pra transformar o divisor efetivo da operação em unidade.

ex.: 6 : 3/4

Para transformar o divisor 3/4 em unidade, basta multiplicá-lo por sua reciproca.

a Reciproca de 3/4 é 4/3

6 | (3/4 X 4/3)=1

Mas como o divisor é apenas um dos têrmos da divisão e sofreu a alteração ao ser multiplicado por sua reciproca, para não alterarmos o quociente da divisão, será necessário multiplicar pelo mesmo número o dividendo.

6X7 | 3/4 x 4/3

6 x 4/3

6 x 4/3 = 24/3

24/3 | 1

24/3

Mas na prática elimina-se o processo de transformação do divisor unidade, só aparecendo só o fundamental, que é a "multiplicação pela recíproca".

ex.: 3 : 3/4=

3 x 4/3= 12/3 = 4

DIVISÃO PELO DENOMINADOR COMUM

O processo de denominador comum em fração ordinária consiste em expressar o dividendo e o divisor sob o mesmo denominador, dividindo-se então, os numeradores entre si, e os denominadores entre si.

Salienta as relações entre a divisão e a subtração, ao passo que O processo da recíproca entre a divisão e a multiplicação. Feito isso vamos entrar agora na graduação das dificuldades. De um modo geral podemos dizer que há três tipos de exercícios em divisão de frações ordinárias.

Didática do 1º caso

- GRADUAÇÃO DAS DIFICULDADES

Divisão de um inteiro por uma fração

a) 1 : 1/2=   b) 3 : 1/4=   c) 2 : 2/3=   d) 2 : 3/4=

As primeiras experiências realizadas para introduzir a divisão de um inteiro por uma fração, envolverão, sòmente, no dividendo a unidade e, no divisor fração unitária.

A criança deverá fazer diagramas, para mostrar:

quantos meios há em um?

quantos quartos há em um?

quantos quintos há em um? etc...

1/2 está contido em 1 inteiro, quantas vêzes?

1/3 está contido em 1 inteiro, quantas vêzes?

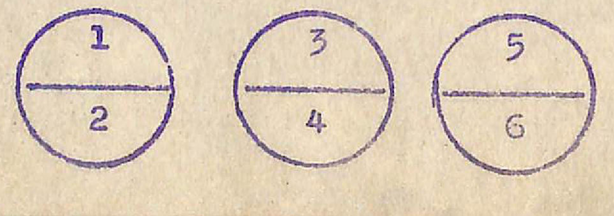
1/4 está contido em 1 inteiro, quantas vêzes?

Já aprendemos a encontrar quantas vêzes 1/2, 1/3, 1/4 etc., cabem em 1 inteiro; agora vamos ver quantas vêzes 1/2, 1/3, 1/4 etc., cabem em 3, 4, 5, 6, 7, etc. inteiros, resolvendo os seguintes problemas:

- Quantas metades de queijo há em 3 queijos? (3 : 1/2)
- Quantos quartos de litro há em 2 litros? (2 : 1/4)
- Se eu tiver 4 metros para repartir em pedaços de meio metro, quantos meios metros obterei? (4 : 1/2)
- Papai comprou 5 quilos de manteiga que vieram em pacotes de meio quilo. Quantos pacotes recebeu? (5 : 1/2)

A criança atinge a solução dos problemas através da análise dos mesmos e utilizando diagramas, por ex.:

- Que queremos saber nêste problema?
- Para sabermos quantas vêzes 1/2 está contido em 3, que operação efetuaremos?
- Que vamos dividir? (os queijos)
- Se dividirmos 3 queijos em meios, quantas vêzes teremos 1/2?



então:

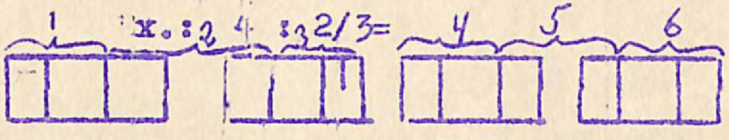
3 : 1/2 = 6

ou 6 meios.

Êste raciocínio ajuda o aluno a perceber a relação existente entre as duas operações e prepara-o para perceber o"porque" da inversão

Depois que os alunos estiverem bem familiarizados com êstes exemplos, passaremos a apresentar as divisões em que o divisor é uma fração multipla. Casos de divisão exata.

Ex.: 4 : 2/3=

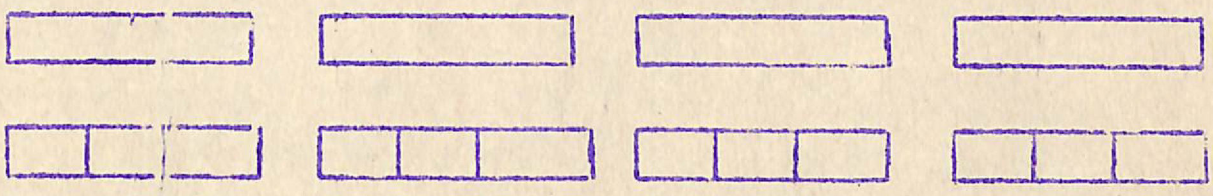


Então:

4 : 2/3 = 6

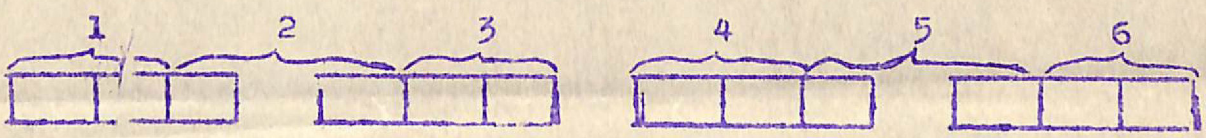
Análise do exemplo:

- Que queremos saber? (quantas vêzes 2/3 estão contidos em 4 inteiros)
- Que precisamos fazer? (dividir os quatro inteiros em terços)



Se em cada inteiro há 3 terços, em 4 inteiros há 12 terços ou 4 x 3

Num total de 12 terços quantas vêzes estão contidos 2/3?

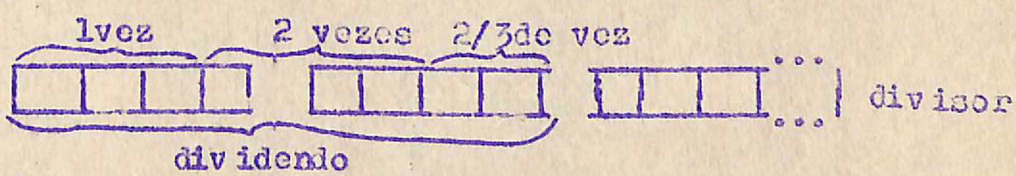


Que significa êste 6? (o número de vêzes em que os 2/3 estão contidos em 12/3 ou em 4 inteiros)

4 : 2/3 = 6.

Muitas crianças nesta análise começam a perceber que o inteiros é multiplicado pelo denominador e dividido pelo numerador.
Por último introduziremos um exemplo de divisão inexata.

2 : 3/4 = 2 2/3



Vamos verificar quantas vêzes 3/4 cabem em 2 inteiros. Verificamos que 3/4 cabem em 2 inteiros duas vêzes e sobram dois pedaçinhos da vêzes tomadas por isto êstes pedacinhos já não são mais quartos e sim terços, porque cada vez que introduzimos os 3/4 nos 2 inteiros, tomamos sempre pedacinhos de três.
O resultado ou quociente vai ter por denominador o mesmo número que corresponde aos pedacinhos tomados de cada vez, isto é, a medida tomada.

Quando na divisão de frações se apresenta um resto, êle constitui a parte integrante do quociente como numerador de uma fração que terá, como denominador, o divisor.

Todos êste problemas podem ser resolvidos, exclusivamente, através de uma operação.

Podemos encontrar o quociente para êstes exemplos, reduzindo as frações ao mesmo denominador e dividindo os numeradores e denominadores entre si.

3: 1/4 = 3/1 : 1/4 = 12/4 : 1/4 = 12

Também podemos resolvê-los multiplicando-se o inteiro pelo deno-

$2 : 3/4 = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

$3 : \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{1} = 12$

$4 : \frac{1}{6} = \frac{4 \times 6}{1} = 24$ $\qquad 3 : \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$

$2 : \frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Quando se multiplica o inteiro pelo denominador estamos reduzindo o inteiro a terços, meios, quartos, quintos, sextos etc., se o denominador for 3, 2, 4, 5, 6, 7 etc. E quando dividimos pelo numerador, estamos separando os terços, quartos, meios, quintos, etc. em grupos de 3, 4,2,5,6,7 etc., conforme seja o numerador 3, 4, 2, 5 etc. (Recorrer aos diagramas para esclarecer o que foi dito acima).

Planejamento de atividades para o dominio da aprendizagem e generalizações.

Analizando as atividades que foram dadas para o dominio da aprendizagem as crianças poderão chegar a uma série deconclusões. Estudando a relacao entre o quociente e os membros da operação, poderemos concluir que:

- Todo o dividendo permanece constante e o divisor decresce, o quociente será cada vez maior;
- quando o dividendo decresce e o divisor permanece constante, o quociente será cada vez maior.
- Para encontrar o quociente da divisão de um inteiro por uma fração podemos transformar o inteiro em fração, depois reduzir as frações ao mesmo denominador e por fim dividir os numeradores e denominadores entre si.
- também podemos achar o quociente da divisão de um inteiro por uma fração multiplicando-se o inteiro pelo denominador e dividindo-se o produto pelo numerador da fração.

2º C A S O :

Divisão de uma fração por um número inteiro.

Ex.: a) $\frac{1}{2} : 2$ $\quad \frac{1}{3} : 3$ $\quad \frac{1}{2} : 4$

b) $\frac{4}{5} : 2$ $\quad \frac{2}{3} : 2$ $\quad \frac{6}{7} : 3$ $\quad \frac{8}{9} : 4$

c) $\frac{2}{3} : 5$ $\quad \frac{3}{4} : 2$ $\quad \frac{3}{4} : 5$

Nesta caso exploramos a idéia partitiva da divisão.

Temos parte de um inteiro e queremos dividi-lo em outro número de partes.

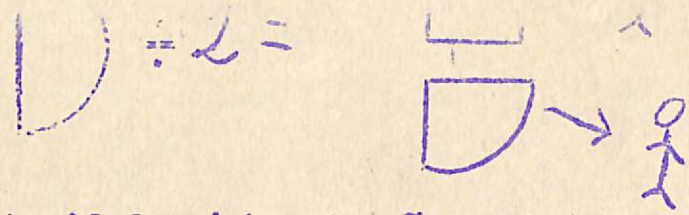
a) problema: Maria tem 1/2 bolo e quer dividir entre seus dois irmãozinhos. Que parte ganhará cada um?

A professôra convida os alunos a dramatizarem o problema:

- uma criança toma a metade de um circulo e divide entre dois colegas.

Pela vivência que tem com as partes fracionárias, as crianças concluirão, que a parte encontrada corresponde a 1/4 do inteiro.

Poderá ser feito ainda um diagrama.



$\boxed{\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}}$

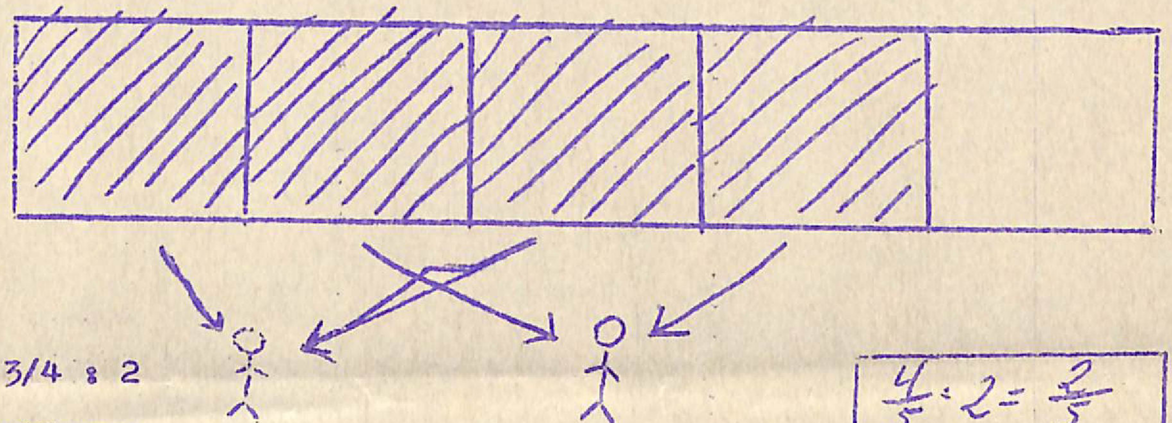
Nesta oportunidade várias frações unitárias serão apresentadas para serem divididas por 2, 3, 4, 5, etc...

b) 4/5 : 2= 6/7 : 3 = 2/3 : 2 =

Usando o diagrama a criança é encaminhada a descobrir que o número de partes iguais que está sendo considerado é divisivel pelo número' que se tem no divisor, logo, é fácil para ela encontrar o quociente.

Problema:

Tenho 4/5 de uma barra de chocolate e quero dividi-los entre dois amigos. Que parte tocará a cada um?



$\boxed{\frac{4}{5} \div 2 = \frac{2}{5}}$

c) 3/4 : 2

Problema:

Paulinho quer dividir 3/4 de uma barra de chocolate entre dois amiguinhos. Quanto receberá cada um ?

- Vamos deixar que as crianças dividam como acharem melhor.

Cada um ficou com 3 pedacinhos. Em relação ao inteiro como se chama cada pedacinho ?

1/8 Então, cada um ficou com 3/8

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8}$$

Cada um dêsses exemplos podem ser resolvidos só através da forma simbólica.

a) - nos primeiros exemplos podemos transformar o número inteiro numa fração com denominador(comum) 1, depois reduzir as duas frações ao mesmo denominador e por fim dividir os numeradores e denominadores entre si.

b) - nos exemplos em que o numerador da fração dividendo é divisível pe- inteiro, basta dividir o numerador pelo inteiro e dar a fração quociente' o denominador da fração dividendo.

c) - nos exemplos em que o numerador da fração dividendo não é divisivel pelo inteiro, procura-se uma fração equivalente que tenha o numerador divisivel pelo inteiro, depois procede-se como no caso anterior.

ORGANIZAÇÃO DE ATIVIDADES

Então logo a professôra descobre que a criança caminhou bem nos primeiros passos da compreensão, insiste nas atividades sistematizadas para consolidar e conservar a aquisição feita.

Com essas atividades o aluno adquirirá elementos para atingir as

Algumas sugestões:

1 - Vamos pedir a classe que divida 1/2 por todos os números inteiros até 10.

1/2 : 2 =

1/2 : 3 =

1/2 : 4 =

1/2 : 5 =

Em seguida, peçamos que comprove a resposta por meio de desenhos.

2 - Vamos apresentar à criança várias divisões indicadas:

2/5 : 4 = 3/4 : 5 = 2/8 : 3 =

Face a estas divisões dirá, apenas o denominador da fração quociente, explicando "porque" será êste o denominador.

3 - Apresentemos uma série como esta e trabalhemos com a criança para que explique porque a resposta foi decrescendo progressivamente:

1/2 : 2 = 1/4

1/3 : 2 = 1/6

1/4 : 2 = 1/8

1/5 : 2 = 1/10

4 - Deixemos que a criança complete a divisão, quando há têrmo faltoso:

1/5 : ......= 10

1/5 : ......= 15

1/5 : ......= 20

GENERALIZAÇÕES

Depois que as crianças resolvem, sob a direção da professôra uma série rica de exemplos de divisão dêste tipo, procurarão formular a sua regra:

Atingindo esta generalização, está a criança enfrentando, mais uma vez, a relação entre divisão e multiplicação de frações.

Familiariza-se com o fato matemático de que a divisão é resolvida pelo processo de multiplicação.

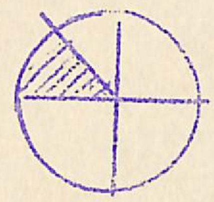
Quando a professôra apresentar à classe séries como:

1/2 : 2 = 1/4	1/2 : 3 = 1/6
1/3 : 2 = 1/6	1/3 : 3 = 1/9
1/4 : 2 = 1/8	1/4 : 3 = 1/12
1/5 : 2 = 1/10	1/5 : 3 = 1/15

poderá levá-la a examinar a operação efetuada, a espécie de resposta encontrada, auxiliada pelo uso de material, para atingir conclusões como:

- 1/2 : 2 é o mesmo que a metade da metade; assim 1/2 : 2 é equivalente a 1/2 x 1/2.

- 1/4 : 2 é o mesmo que a metade de um quarto; assim 1/4 : 2 é equivalente a 1/4 : 1/2.



- 1/2 : 3 é o mesmo que um têrço de um meio; assim 1/2 : 3 é equivalente a 1/2 x 1/3