

I. E. Gen. Florss da Cunha, Escola Estadual de 1.º e 2.º Graus
Curso de Atualizações sobre o Ensino da Matemática

Colega, com este Trabalho, pretendemos fazer contigo uma revisão dos conteúdos de Lógica, de Teoria dos Conjuntos e de Topologia.

I - Introdução à Lógica

● Sentenças são frases que exprimem um pensamento com sentido completo.

Proposições são sentenças que não envolvem símbolos variáveis. Ex: $5+2=7$

Sentenças abertas são sentenças que envolvem variável.

Ex: $x < 8$

1.1. Assinala com P as proposições e com S as sentenças abertas

a. () Hoje é

b. () y é estudioso

c. () $3 \geq 5$

d. () $x < 2$

e. () $3+5 =$

f. () $3-2 = 6$

g. () O Brasil é a nossa Pátria

h. () $x+2 = 7$

i. () $\frac{x}{2} + 4y = 27$

Respostas do exercício 6.2

a) (F)

d) Verificar

b) Verificar

e) (F)

c) (F)

Respostas do exercício 6.1

a) \exists

d) \exists

g) \forall ou \exists

b) \exists

e) \exists

c) \exists

f) \exists

2. Toda proposição tem um e só um valor lógico:

Verdade -

Falsidade -

Exemplos: $3 < 2 = 4$

$4 < 2 = 4$

3.

a. $3 < 2 = 4$

a. $4 < 2 = 4$

a. $3 < 2$

a. $3 < 2 = 1$

a. $2 < 2 = 4$

3. Toda proposição de variáveis é verdadeira para os valores em
função da extensão da variável.

Exemplos:

$x < 2 = 4$

$x < 2 = 1$

$x < 2 = 4$

Seu nome é mais bonito que o meu (isto é verdade ou não?)

As proposições compostas são compostas e compostas.

As proposições simples são verdadeiras.

As proposições compostas são verdadeiras a partir das sim-
ples, pelo uso dos conectivos.

Determine o valor lógico das proposições simples pelas
letras minúsculas que representam.

Exemplos:
Se p é verdadeiro e q é falso, então $p \wedge q$ é falso.
Se p é verdadeiro e q é verdadeiro, então $p \vee q$ é verdadeiro.
Se p é verdadeiro e q é falso, então $p \rightarrow q$ é falso.
Se p é verdadeiro e q é verdadeiro, então $p \rightarrow q$ é verdadeiro.
Se p é falso e q é verdadeiro, então $p \rightarrow q$ é verdadeiro.
Se p é falso e q é falso, então $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Exemplos: "O lápis é preto" é uma proposição

"O lápis tem ponta" é outra proposição

Representamos por:

- O lápis é preto e tem ponta.
- O lápis é preto ou tem ponta.
- Se o lápis é preto então tem ponta.
- O lápis é preto se e somente se tem ponta.
- O lápis não é preto.

$3 > 4$

$5 > 2$

$3 < 4$

- 3.1) Sabendo que
- : Paulo dirige avião.
 - : João dirige automóvel.
 - : Paulo é primo de João.

representa com símbolos da lógica as proposições:

a. João dirige automóvel e Paulo dirige avião.

• Se Paulo dirige avião então é primo de João.

• João não dirige automóvel.

• Não é verdade que Paulo não dirige avião.

• João dirige automóvel ou Paulo é primo de João.

3.2) O valor lógico de uma proposição fica alterado quando aplicamos a esta proposição o modificador não. Ex: $3+2=5$ $8 > 9$
 $\sim(3+2=5)$ $\sim(8 > 9)$
 $3+2 \neq 5$ $8 \leq 9$

Respostas:

3.2 a) $\sim p \wedge q$

3.1) $p \wedge q \wedge r$

b) $p \rightarrow r$

$\sim p \vee \sim q \vee r$

c) $\sim q$

$\sim(p \rightarrow q)$

d) $\sim(p \vee q)$

e) $q \vee r$

5. O valor lógico de uma proposição composta depende dos valores das proposições componentes:

a) Uma proposição do tipo $p \wedge q$ é verdadeira somente quando p e q são verdadeiros.

b) Uma proposição do tipo $p \vee q$ é falsa somente quando p e q são falsas.

c) Uma proposição do tipo $p \rightarrow q$ é falsa somente quando p é verdadeira e q é falsa.

d) Uma proposição do tipo $p \leftrightarrow q$ é falsa quando p e q possuem valores lógicos diferentes e é verdadeira quando p e q possuem o mesmo valor lógico, isto é, quando ambas são verdadeiras ou ambas são falsas.

5.

a. $3+2=5 \vee 5-2=1$

d. $9 \times 5 = 145 \rightarrow 145 \div 5 = 9$

b. $6 \times 6 = 36 \rightarrow \sqrt{6} = 36$

e. $4^2 = 16 \leftrightarrow \sqrt{16} = 4$

c. $8+3=10 \wedge 10-3=8$

f. $9-10=-1 \wedge (-1)+10=9$

5.1.

João é médico. (verdadeira)

Maria sabe cozinhar. (falsa)

a) $p \wedge q$


d) $q \rightarrow p$


e) $p \leftrightarrow q$



b) $p \rightarrow q$

f) $p \vee q$

5.

c)  Se é menino então seu chapéu é preto.

a)  Ela é amarela e tem haste.

b)  Ela é vermelha se e somente se for maçã. d)  Ele é verde ou está arrebitado.

Respostas: 2.1 a) (V) d) (F)
b) (F) e) (V)
c) (V)

6. As sentenças abertas são aquelas que envolvem variável e as quais não se podem atribuir valores "falso" ou "verdadeiro"; como, por exemplo:

Ele é jogador de futebol

$$x + 4 = 5$$

x é um planeta

Conhecendo-se o conjunto dos valores possíveis da variável isto é, o Conjunto Universo no qual estamos trabalhando, pode-se substituí-la por um elemento arbitrário deste Universo, tornando a expressão falsa ou verdadeira.

Estas sentenças tornam-se proposições depois de substituída a variável por um elemento determinado que permite decidir se o resultado é "falso" ou "verdadeiro".

Exemplo: Se na expressão $x + 4 = 5$ colocamos 9 em lugar de x obtemos $9 + 4 = 5$ que é uma proposição falsa e se colocamos 1, teremos $1 + 4 = 5$ que é uma proposição verdadeira

Outra maneira de passar de sentenças abertas a proposições é pela quantificação da variável. Há dois quantificadores:

● # 1 é o que tem significado "qualquer que seja", "para todo...". Indica-se por

Ex: $x \geq 0$ é uma sentença aberta no Universo \mathbb{N} mas "qualquer que seja x , $x \geq 0$ " é uma proposição.

Simbolicamente: $x, x \geq 0 \quad (x \in \mathbb{N})$

* é o que tem significado "existe".

Indica-se por

Ex: A sentença " $x + 4 = 5$ ", sendo $x \in \mathbb{N}$, torna-se proposição ao ser quantificada com "existe x tal que $x + 4 = 5$ ".

Simbolicamente, $(\exists x)(x + 4 = 5)$

Respostas são	a) (V)	d) (S)	g) (P)
	b) (S)	e) (V)	h) (S)
	c) (V)	f) (P)	i) (S)

6.1 Usa os quantificadores \forall ou \exists de modo que as sentenças abertas se tornem proposições verdadeiras:

O conjunto Universo é o conjunto dos números naturais.

- a) $x > 0$
- b) x é par
- c) x é múltiplo de 5
- d) x é divisor de 1000
- e) x é n.º primo
- f) x é potência de 10
- g) x é divisível por 4

6.2. Sabendo que U é o conjunto de pessoas desta sala, coloca V ou F:

- a) $\forall x, x$ é casado.
- b) $\exists x$ tal que x é carioca.
- c) $\forall x, x$ está de casaca marrom
- d) $\exists x$ tal que x está de casaca marrom
- e) $\forall x, x$ está de óculos.