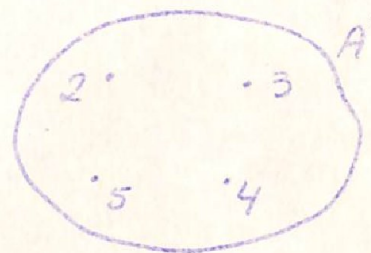


## Propriedades das Relações

### I) Reflexiva

1) a) No diagrama do conjunto  $A \subset \mathbb{N}$ ,  
trace as flechas que indicam  
a relação  $P$  de  $A$  em  $A$ , definida  
por

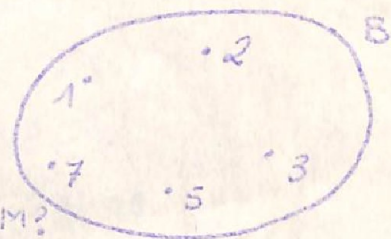


b) Complete:

c) Quais os elementos de  $A$  que são imagens de  
si próprios, pela relação  $P$ ?

d) Quais os que não o são?

2) a) No diagrama do conjunto  $B \subset \mathbb{N}$ ,  
trace as flechas que indicam a relação  $M$  de  
 $B$  em  $B$ , sendo



b) Quais os elementos de  $B$  que  
são imagens de si mesmos pela relação  $M$ ?

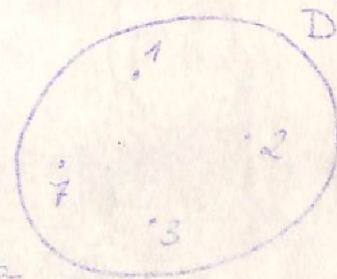
c) Quais os que não o são?

3) a) No diagrama do conjunto  $D \subset \mathbb{N}$ ,  
trace as flechas que indicam a relação  $N$ ,  
de  $D$  em  $D$ , definida por

b) Complete:

c) Quais os elementos de  $D$   
que são imagens de si mesmos pela  
relação  $N$ ?

d) Quais os que não o são?



Sejam  $A$  e  $B$  conjuntos

$f$  relação de  $A$  em  $B$  (função de correspondência)

$f$  relação de  $B$  em  $A$  (função de correspondência)

$f$  relação de  $A$  em  $A$  (função de correspondência)

### Definições

Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  é reflexiva se e somente se  $\forall x \in A, (x, x) \in R$

é simétrica

$\Leftrightarrow$  para todo  $(x, y) \in R$

### a) Simétrica e Anti-simétrica

Seja  $A = \{ \text{Rayana, Sandra, Hugo, Mariana, Lucas, Ana, Luciana} \}$

Sabemos que Rayana e Sandra são irmãs,  
Hugo, Sandra e Mariana são irmãos,  
Ana e Luciana são irmãs.

a) do diagrama de  $A$ , temos a seguinte representação a relação

$R$  de  $A$  em  $A$  por onde

b) Completa

$R = \{$

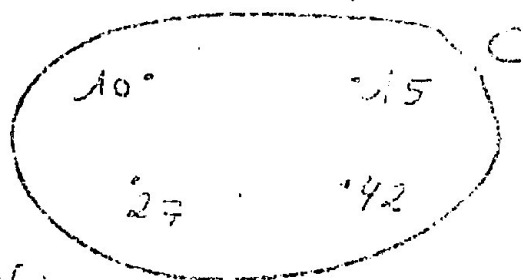


2) Seja  $C = \{10, 15, 27, 42\} \subset \mathbb{N}$

a) No diagrama de  $C$ , trace as flechas que indicam a relação  $L$ , de  $C$  em  $C$ , definida por

b) Complete:

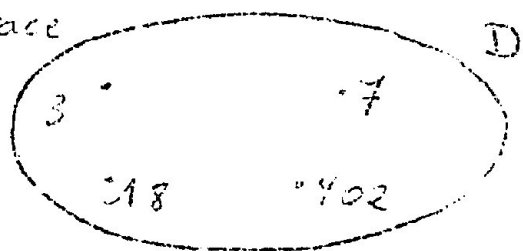
$L = \{$



3) Seja  $D = \{3, 7, 18, 402\} \subset \mathbb{N}$

e a relação  $T$ , de  $D$  em  $D$ ,  $T = \{(3, 7), (7, 3), (3, 3), (18, 3), (3, 402)\}$

a) No diagrama de  $D$ , trace as flechas que representam  $T$ .



Observe que:

No gráfico da relação  $R$ , para cada flecha que parte de um ponto para outro, há outra que parte do segundo para o primeiro ponto considerado. O que não ocorre nos gráficos de  $L$  e de  $T$ .

No gráfico da relação  $L$ , para cada flecha que parte de um ponto para outro, distinto do primeiro, não há flecha que parte do segundo para o primeiro.

No gráfico da relação  $T$ , o que se observa?

Dizemos que:

A relação  $R$  é simétrica.

As relações  $L$  e  $T$  não são simétricas.

A relação  $L$  é anti-simétrica.

As relações  $R$  e  $T$  não são anti-simétricas.

## Definições

a) Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  é simétrica se e somente se

No gráfico

$x$   $y$

b) Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  é anti-simétrica se e somente se

No gráfico

$x$   $y$  (para  $x \neq y$ )

## III) Transitiva

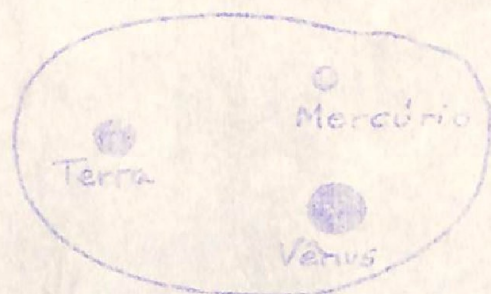
1) Considere o conjunto  $P$ , formado por alguns planetas do Sistema Solar:

$P = \{\text{Mercúrio, Vênus, Terra}\}$  e a relação  $M$ , de  $P$  em  $P$ , definida por " $x$  está mais próximo do Sol que  $y$ ".

a) No diagrama de  $P$ , trace as flechas que representam a relação  $M$ .

b) Complete:

$M = \{$



Podemos dizer que:

Se Mercúrio está mais próximo do Sol que Vênus e Vênus está mais próximo do Sol que Terra, então Mercúrio está mais próximo do Sol que Terra.

Representando Mercúrio por  $m$ , Vênus por  $v$  e Terra por  $t$ , podemos dizer que:

"Se  $(m, v) \in M$  e  $(v, t) \in M$ , então  $(m, t) \in M$ ."

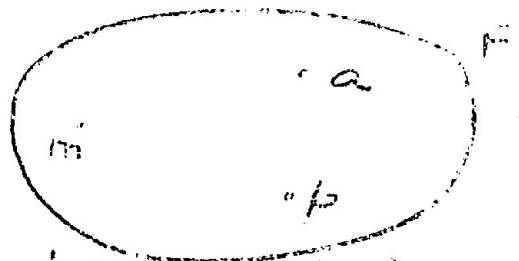
2) Considere o conjunto  $F$ , formado pelos membros de uma família. Antônio, pai de Manuel, que por sua vez é pai de Pedrinho. Represente-os respectivamente por  $a$ ,  $m$  e  $p$  e faça o que se pede.

a) No diagrama de  $F$ , trace as flechas que indicam a relação  $S$  de  $F$  em  $F$ , definida por " $x$  é pai de

$y$ .

b) Complete:

$$S = \{$$



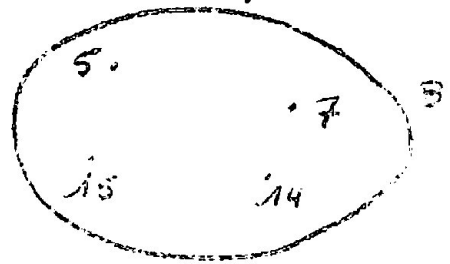
Se  $(a, m) \in S$  e  $(m, b) \in S$ , então  $(a, b) \notin S$ .

3) seja  $B = \{4, 8, 12, 16\} \subset \mathbb{N}$  e  $T$  a relação de B em B, definida por " $x > y$ ".

a) No diagrama de B, trace as flechas que representam a relação T.

b) Complete:

$$T = \{$$



Sejam três números  $x, y$  e  $z$ . Se  $x$  é maior que  $y$  e  $y$  maior que  $z$ , então podemos afirmar que  $x$ .

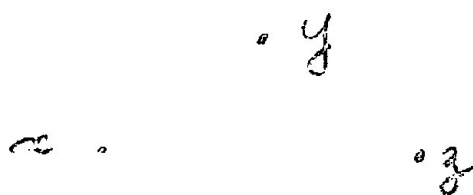
Para as relações  $M$  e  $T$  podemos afirmar que: se  $x$  está relacionado com  $y$  e  $y$  está relacionado com  $z$ , então  $x$  está relacionado com  $z$ . Porém, já não podemos fazer a mesma afirmação para a relação  $S$ .

Dizemos que as relações  $M$  e  $T$  são transitivas e que a relação  $S$  não é transitiva.

### Definição

Uma relação  $R$ , de  $A$  em  $A$ , é transitiva se e somente se

No gráfico:

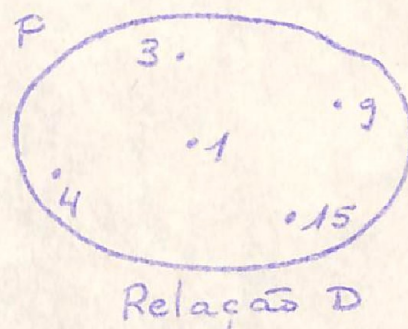
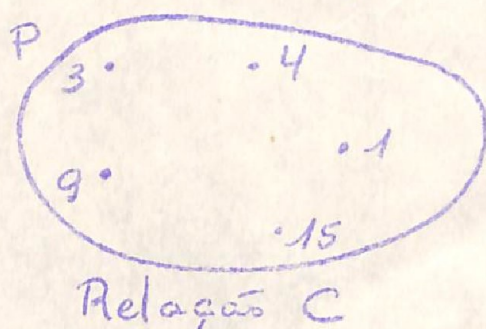
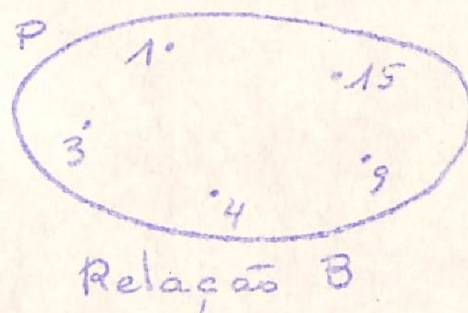
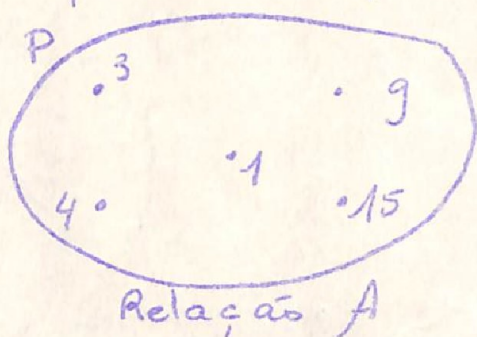


## Relações de ordem e de equivalência

Seja  $P = \{1, 3, 4, 9, 15\}$  e as relações  $A, B, C$  e  $D$ , de  $P$  em  $P$ , definidas, respectivamente por:

- " $x$  é múltiplo de  $y$ "
- " $x$  é menor que  $y$ "
- " $x$  é primo com  $y$ "
- " $x$  tem o mesmo resto que  $y$ , na divisão por 3"

Represente  $A, B, C$  e  $D$ .

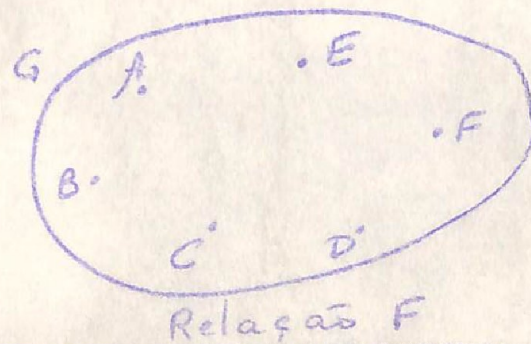
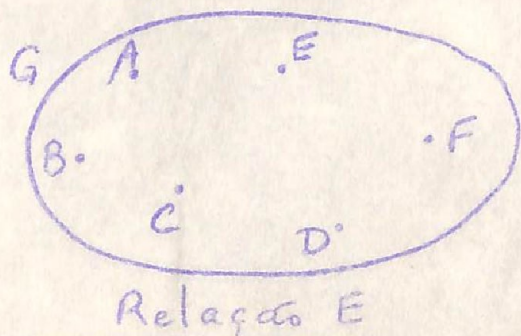


Seja  $G = \{A, B, C, D, E, F\}$  onde  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{a, b\}$ ,  $C = \{a\}$ ,  $D = \{b, c, f\}$ ,  $E = \{g, h, i\}$  e  $F = \{g, h, i, j\}$  e as relações de  $G$  em  $G$ , definidas por:

$E$ : " $X$  tem mesmo número de elementos que  $Y$ ".

$F$ : " $X$  está contido em  $Y$ ".

Represente as relações  $E$  e  $F$ .



Complete o quadro abaixo, associando com X as qualidades convenientes, para indicar as propriedades das relações A, B, C, D, E e F.

| Relação        | A | B | C | D | E | F |
|----------------|---|---|---|---|---|---|
| Reflexiva      |   |   |   |   |   |   |
| Simétrica      |   |   |   |   |   |   |
| Anti-simétrica |   |   |   |   |   |   |
| Transitiva     |   |   |   |   |   |   |

Quais as relações acima, que são, ao mesmo tempo, reflexivas, simétricas e transitivas?

Quais são, ao mesmo tempo, reflexivas, anti-simétricas e transitivas?

### Definições:

• Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  é uma relação de equivalência se e somente se  $R$  for reflexiva, simétrica e transitiva.

• Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  é uma relação de ordem se e somente se  $R$  for reflexiva, anti-simétrica e transitiva.