

Curso de pesquisas da Matemática Moderna.

Mapeamento.

Assunto :

Geometria das sombras.

Professora :

Lia Tagundes

Aluna :

Anna Maria Brito Tran.

A

Instituto de Educação

General Flores da Cunha.

1972.

Curso de Pós-graduação de Pedagogia de Matemática Moderna.

Assunto: Geometria afim e Mapeamento. Geometria projetiva → geometria das sombras.

Conceitos	Generalizações	Fatos.
a) <u>Classes de equivalências das sombras</u>	<p>A sombra do quadrado é uma figura de quatro lados, p menos que a colocemos em uma posição tal que sua sombra fique reduzida a uma linha.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - contagem dos lados de um quadrado. - projeção do quadrado na parede à luz solar. - contagem dos lados da sombra. - colocação deste quadrado em várias posições. - construção de sombras que tenham as mais variadas formas. - contagem dos lados da sombra do quadrado projetado
	<p>O tamanho de sombra de um quadrado depende da distância de que o mesmo se encontra do foco de luz.</p> <p>a) a sombra aumenta à medida que aproximamos a figura do foco.</p> <p>b) A sombra diminui à medida que distanciamos a figura a ser projetada, do foco.</p>	<p>Projeção de um quadrado à luz solar e distanciamento progressivo do mesmo em relação ao foco de luz.</p> <p>Observação do que ocorre.</p> <p>Projeção simultânea de dois quadrados em folha de cartolina. Permanência de um quadrado perto do foco e distanciamento do outro.</p> <p>Desenho da sombra do quadrado fixo e desenho da última sombra do quadrado distante.</p> <p>comparação de superposição dos reortes das mesmas.</p>

Conceitos

Generalizações

Fatos.

As sombras de dois quadradinhos do mesmo tamanho, a uma mesma distância de um foco de luz são do mesmo tamanho e na mesma posição.

- Projecção de um quadrado A na parede
- Projecção de um outro quadrado do mesmo tamanho do quadrado A ao lado da sombra deste, de modo que ambas sejam do mesmo tamanho.
- Observação e comparação dos tamanhos dos quadrados, das distâncias de que os mesmos se encontram do foco de luz e da posição dos mesmos.

~~Condição~~ Coincidência de sombras. - Inv

A sombra das sombras pode regenerar a figura inicial.

- Projecção de um quadrado p luz artificial.
- Desenho da sombra
- Recorte da sombra
- Projecção sucessivas da sombra recortada e comparação das mesmas com o quadrado inicial até encontrar uma outra sombra do tamanho do quadrado projetado inicialmente.

Conceitos

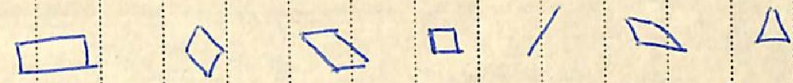
Generalizações

Fatos.

Compreensão de Sombras.

Qualquer paralelogramo produzirá uma sombra com a forma de um quadrado, de retângulo ou de losango e vice-versa.

Projeção de um quadrado fino em variadas posições até encontrar sombra tais como:



Desenho das figuras que foram projetadas.

Projeção destes desenhos a fim de encontrar o quadrado usado na projeção inicial.

Uso dos outros paralelogramos neste tipo de sequência e de fatos.

De um quadrilátero não paralelogramo não se poderá obter uma sombra com a forma de paralelogramo

Projeção de um quadrilátero não paralelogramo a fim de se conseguir formas tais como:



Observação do que ocorreu.

Conceitos

Generalizações

Fatos.

b) Coincidência de
Extensões.

Composições de
sombras

Se y é a sombra de x e z a sombra de y , podemos dizer que a sombra de x coincide com z e vice-versa.

- projeção de alguma figura x
- desenho de sua sombra
- ao desenho desta sombra procuramos
- recorte da figura y
- apresentação deste recorte a luz.
- obtenção de uma sombra de y que chamaremos z .
- deslocamento e mudanças de posição de y a fim de verificar se esta coincide com z .
- observação do que ocorre.
- comparação das sombras z com x

Conceitos

Generalizações

Fatos.

c) Perspectiva na
projecção de figuras
quaisquer com foco
artificial e natural

Os ângulos retos de uma
figura qualquer nem
sempre se mantêm
quando projetados.

a) a luz artificial pode
alterar os ângulos.

b) a luz natural não
altera os ângulos.

A medida que a figura
se distancia do foco de luz
os seus ângulos tendem
à realidade.

- Construção de uma pequena abertura de porta com fiéis de encaixe, tendo seus ângulos retos.
- projecção desta figura, construída, com foco penuriforme
- Observação do que ocorre.
- Desenho e recorte da sombra projetada.
- Superposição da sombra recortada e da própria porta construída.
- Comparação dos ângulos da porta com o da sombra.
- Verificação das semelhanças e diferenças.
- a mesma sequência ^{de fatos} com foco de luz natural.
- Realizado de mesma sequência, distanciando cada vez mais o foco de luz da figura a ser projetada continuamente.
- Recortes sucessivos das sombras.
- Observação e comparação dos diversos recortes com o original.

Conceitos

d) Projeções paralelas.

Generalizações

As paralelas não se projetam como paralelas em projeção central, mas projetam-se como paralelas em projeção afim.

- Um quadrado π luz solar apresenta seus lados opostos sempre paralelos.

Um quadrado π luz artificial nem sempre apresenta seus lados paralelos.

Fatos.

- Projeção de um quadrado π luz solar
- Observação de seus lados opostos.
- Desenho da sombra.
- Observação dos lados opostos.
- Recorte de uma faixa de cartolina do comprimento da distância entre os lados opostos.
- Deslocamento desta faixa de cartolina entre os lados opostos.
- Verificação da constância da distância entre os dois lados.
- Fazer a projeção de um mesmo quadrado com os diferentes tipos de fontes de luz: lanterna, vela, projetor.
- Seguir a mesma seqüência da situação anterior.

Conceitos

Generalizações

Fatos.

Projeções paralelas

Quando projetamos retas paralelas com foco natural elas se mantêm paralelas e com foco artificial não é conservado o paralelismo.

A proporção entre a distância de três pontos distribuídos em um segmento de reta, se mantém quando esta for projetada com foco natural.

- construção de uma escada com cinco vauzões.

- projeção desta escada com foco natural.

- observação do que ocorre.

- comparação da escada com sua sombra.

- repetição desta projeção com foco artificial.

- observação do que ocorre.

- perfuração de uma fita de catolium com 3 furos estando dispostos num mesmo alinhamento, da seguinte maneira:

- a distância do 1º para o 2º será o dobro da distância do 2º para o 3º.

- projeção da fita em variadas distâncias do foco.

- observação do que ocorre.

- medição das distâncias entre os furos na própria fita e nas várias projeções

- comparação das medidas.

Conceitos

Generalizações

Fatos

Projeções paralelas

Se tivermos 2 pontos não alinhados em seguimento de reta a sua projeção com foco natural, mantem a proporção de distância existente entre eles.

Uma figura quando projetada em foco artificial pode alterar ângulos - forma - tamanho - lados paralelos e distâncias.

- na alteração: a ordem dos pontos
- o que é curvo continua curvo
- o que é reto continua reto
- o que é interior " exterior
- o que é exterior " interior

- repetição da mesma situação anterior porém com 3 focos não alinhados em seguimento de reta.

- projeção da figura de um boneco com formas retas e curvas, em foco artificial.

- observação do que acontece.
- identificação e comparação das linhas curvas e retas do boneco e de sua projeção.
- marcação de um ponto exterior ao boneco e identificação do ponto em sua sombra.

- observação e comparação do que se altera: ângulos - paralelos - forma - tamanho - lados - distância.

Conceito

a) A relação entre distâncias entre retas paralelas, conserva-se em projeção afim.

Generalizações

Quando projetamos retas paralelas com foco natural, elas conservam as distâncias tb. em suas sombras.

Fatos.

- construção da grade de uma janela com pilos na jira.
- disposição das barras de maneira paralela.
- A distância da primeira barra para a 2ª seja o dobro do que a distância da 2ª para a 3ª.
- projeto da grade com foco de luz natural, no pátio.
- Observação do que ocorre
- Comparação da grade e sua sombra.
- Medição da distância entre as barras da grade e as da sombra.

Conceitos

g) A relação entre distâncias sobre retas quaisquer conserva-se em uma simetria.

Generalizações

A distância entre retas conserva-se quando o plano da figura for paralelo ao plano de projeção, sob um foco de luz artificial.

Fatos.

- Desenho de uma casa com duas janelas e uma porta, sendo estas aberturas recortadas.
- Projeção do desenho.
- Observação do que acontece
- Comparação da figura com sua sombra.
- Medição e comparação entre as distâncias das retas na figura e na sua sombra.
- Verificação da proximidade ou afastamento das janelas na sombra.
- Constatação da conservação das distâncias entre as linhas e os lados da casa.

Conceitos

g) Se uma projeção ortogonal se mantém

Generalizações

Quando o plano de uma figura for paralelo ao plano de projeção, sob um foco pontiforame, os ângulos não se alteram.

Fatos

- Aproximamento da projeção anterior, dando um encaminhamento para observação, comparação e descoberta da invariabilidade da abertura dos ângulos comparando a figura com sua sombra.
- Desenho e recorte de uma figura (polígono, triângulo ou quadrado) e colocação desta sobre um suporte de modo que fique paralela ao solo.
- Iluminação da figura com uma fonte pontiforame.
- Verificação do paralelismo entre a figura e o solo.
- Comparação dos ângulos da figura com os ângulos correspondentes da sombra.

Conceitos

h) Foi uma seleção
da as relações de
distâncias entre dois
pontos se mantém.

Generalizações

Quando deslocamos uma
figura diante de um foco
puntiforme paralelamente
ao plano de projeção, veri-
ficamos que a distância
entre dois pontos se mantém.

Fatos.

- Desenho de uma figura onde apareçam pontos perfurados em alinhamento, linhas curvas e retas
- projeção da figura diante de um foco puntiforme.
- colocação da figura paralela ao plano de projeção.
- Formulação de perguntas:
- Uma figura fechada continua fechada?
- O exterior continua exterior?
- O interior continua interior?
- Pontos marcados em uma linha continuam sobre esta linha.
- O número de pontos marcados sobre uma linha conserva-se o mesmo?
- Na figura transformada os pontos conservam-se na mesma ordem?
- As linhas retas continuam retas?
- As linhas curvas continuam curvas?
- Linhas paralelas continuam paralelas?
- O meio do segmento " meio de segmentos?

Os ângulos se mantêm?
As distâncias entre os pontos e
retas se mantêm?