Elaborado pela prof
Zely Nunes

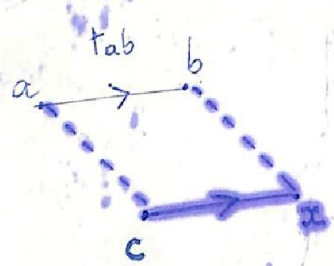
TRANSLAÇÃO

Chamamos translação ab de Π, toda transformação de Π, que associa um ponto x a um ponto y de Π, tal que (x,y) e (a,b) são pares equipolentes.

$$\boxed{t_{ab}: \Pi \longrightarrow \Pi,\ x \longrightarrow y \mid (x,y) \uparrow (a,b)}$$

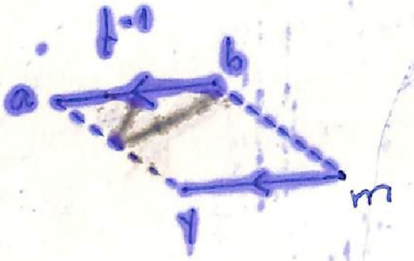
Toda translação é uma permutação de Π

1. Dado um ponto c de Π êle é origem de um e só um par da translação t_{ab}



Logo, t_{ab} é uma transformação (função) de Π.

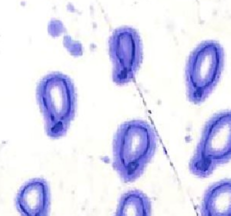
2. A recíproca de t_{ab} é t_{ba} e é também uma transformação (função) de Π, pois dado um ponto $m \in \Pi$, êle é origem de um e só um par de t_{ba}



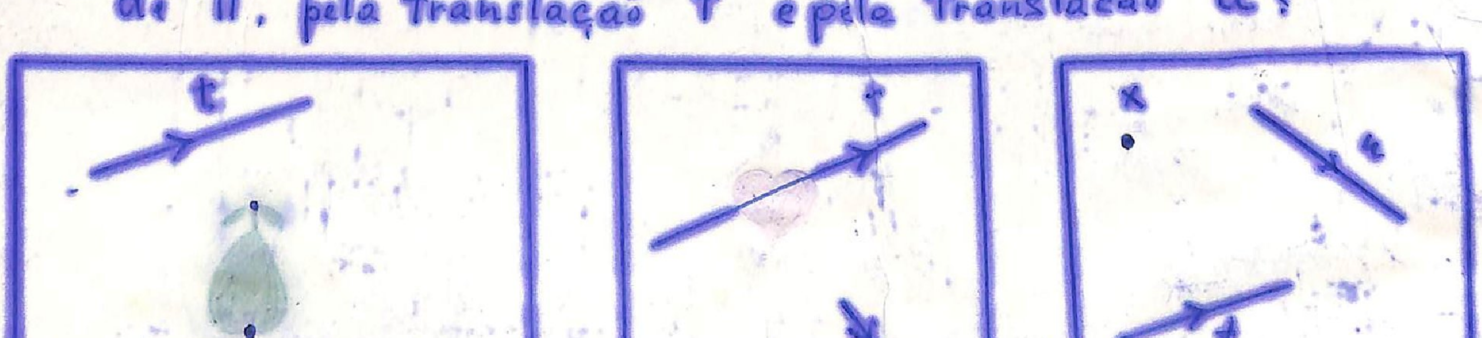
3. Uma transformação cuja inversa é uma transformação é uma permutação de Π.

Translação idêntica

A translação t_{aa}, definida pelo vetor idêntico $\vec{aa}$ é o conjunto dos pares (x,x) tal que $(x,x) \uparrow (a,a)$. A direita, algumas flechas da translação idêntica

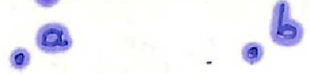


Exercício: Qual a imagem de cada subconjunto P de Π, pela translação t e pela translação u?



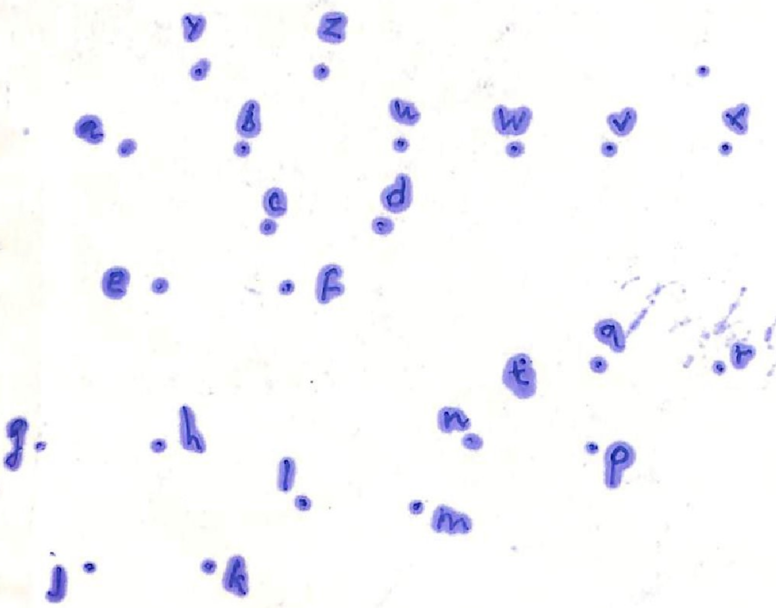
A Geometria pelas transformações
Estudo da Equipolência

- Dados dois pontos $a, b \in \pi$, vamos construir um paralelogramo $abcd$ tendo $[ab]$ como lado.



O par (c,d) deve ser construído a partir do par (a,b).
Construído o paralelogramo, dizemos que os pares (a,b) e (c,d) são <u>ligados</u> por um paralelogramo.

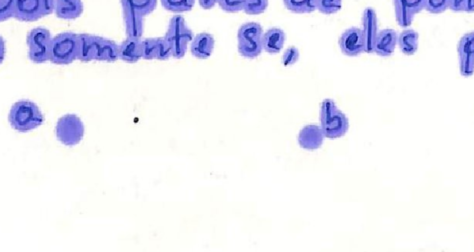
- Vamos repetir o procedimento acima, ligando por um paralelogramo os pares:



(y,z) e (a,b); (a,b) e (c,d); (c,d) e (e,f); (e,f) e (g,h); (g,h) e (j,k); (j,k) e (l,m); (l,m) e (n,p); (n,p) e (q,r); (c,d) e (s,t); (s,t) e (u,w); (s,t) e (v,x).

Os pares assim construídos são chamados <u>equipolentes</u> o que se nota:
$(a,b) \uparrow (c,d) \uparrow (e,f)$, etc...

- Dois pares de pontos não alinhados são equipolentes, se, e somente se, eles podem ser ligados por um paralelogramo



$(a,b) \uparrow (c,d) \Longleftrightarrow (ac \parallel bd \text{ e } ab \parallel cd)$

- Dois pares, não idênticos de pontos alinhados, são equipolentes, se, e somente se, eles podem ser ligados por 2 paralelogramos.

- Admite-se que todos os pares idênticos são equipolentes:
$(a,a) \uparrow (b,b) \uparrow (c,c)$.....

As simetrias centrais são permutações do plano.

Considerando uma simetria de centro c

a) $\forall x \in \Pi$, $\exists_1 x' \mid (x,c) \uparrow (c,x')$ ou: "todo ponto do plano tem uma e só uma imagem pela simetria de centro c.

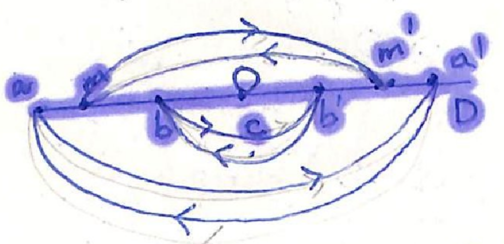
b) Dado um ponto $x' \in \Pi$, êle é imagem de um e só um ponto $x \in \Pi$, por S.

Logo, a simetria de centro c é uma função bijetora e, portanto, uma permutação de Π.

Imagem de uma reta por uma simetria central

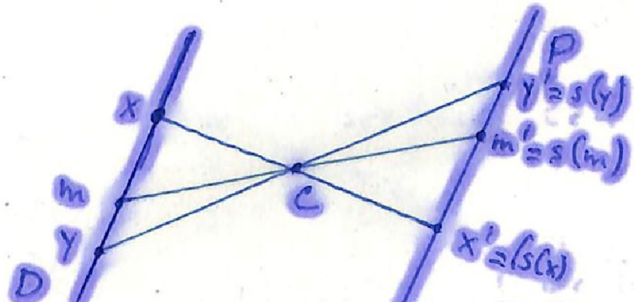
Dada uma reta D, o centro c pode pertencer ou não a D.

1) $c \in D$



evidentemente, $s(D) = D$ e como toda reta é paralela a si mesma, temos que $S(D) \parallel D$

2) $c \notin D$



Tomamos um ponto $x \in D$ e construimos sua imagem por S. Traçemos por s(x) uma paralela P a D. Destaquemos outros pontos de D e vamos construir suas imagens por S. Vemos que a imagem de todos os pontos de D pertencem a P e todo ponto de P é imagem de 1 ponto de D.

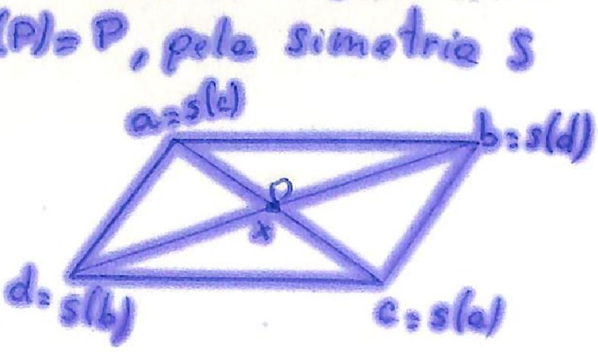
Logo: $S(D) = P$

A imagem de uma reta por uma simetria central é uma reta paralela.

Centro de simetria de um subconjunto P de Π

Sendo $P \subset \Pi$, o ponto c é um centro de simetria de P, se, e somente se, $s(P) = P$, pela simetria S de centro c.

Ex.: O ponto x, de intersecção das diagonais de um paralelogramo é o centro do paralelogramo.



- Pesquisa:
  1) Um triângulo equilátero tem centro de simetria?
  2) Quais os polígonos regulares que admitem um centro de simetria?

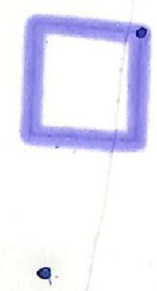
Noções conservadas pela simetria central

a) o alinhamento dos pontos
b) a direção das retas
c) o paralelismo das retas
d) a equipolência dos pares
e) os vetores
f) as semi-retas e os segmentos.

Exercícios

1 Desenho em verde a imagem do A vermelho pela simetria de centro c

2. Desenho em verde a imagem do quadrado roxo (ai desenhado), pela simetria de centro verde. Faze o mesmo para o ponto vermelho. Onde colocarias o ponto roxo?



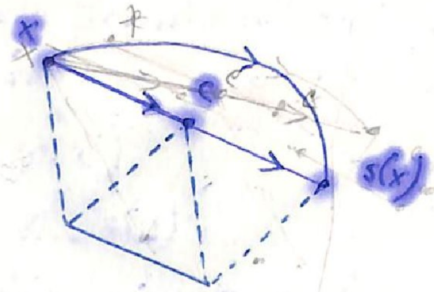
3. Qual a imagem de E pela simetria de centro o?

4. Se a b c são 3 pontos não alinhados, procura a imagem a' e b' dos pontos pela simetria de centro c?

Simetria Central

Elaborado pela prof. Zely Nunes

Dado um ponto $c \in \Pi$, vamos considerar um ponto x de Π e determinar uma transformação s do plano, tal que a imagem de x por s, ou $s(x)$ seja definido pela seguinte relação,



$\boxed{(x,c) \uparrow (c, s(x))}$ Desta forma, c é o centro de $(x, s(x))$.

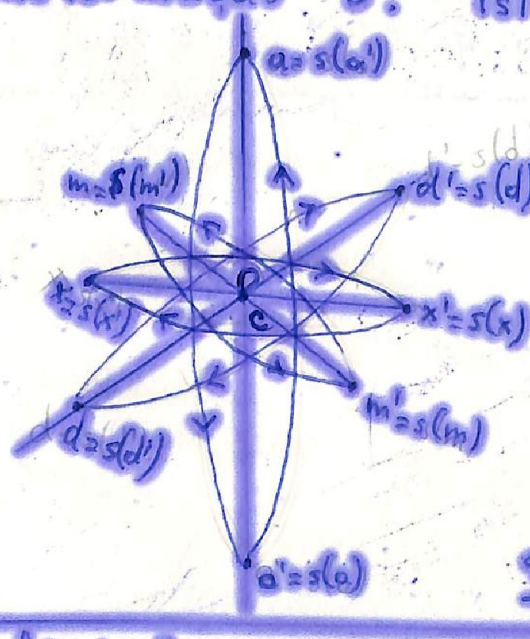
Admitimos anteriormente que todos os pares idênticos são equipolentes: $(c,c) \uparrow (c,c)$

Logo, a imagem de c pela transformação s é c, ou: $s(c) = c$. O ponto c é, pois, um ponto fixo.

Prosseguindo, podemos afirmar que, pela transformação s um ponto x' será imagem de x, se, e somente se, (x,c) e (c,x') forem equipotentes: $x' = s(x) \Longleftrightarrow (x,c) \uparrow (c,x')$

Da mesma forma: $(x,c) \uparrow (c,x') \Longleftrightarrow x' = s(x)$

Os pares (x,x') e (x',x) pertencem à relação que é a transformação s. Isto é verdade para qualquer ponto $x \in \Pi$.



A relação s é simétrica, pois $(a,a') \in s \rightarrow (a',a) \in s$
$(b,b') \in s \rightarrow (b',b) \in s$, etc.

Os pontos a e a', b e b', etc, são simétricos em relação a c.

E temos que $s = s^{-1}$

A relação s tem o nome de Simetria central.

Definição: A relação s é uma simetria central de centro c se, e somente se, $\forall x \in \Pi$, c é o centro do par $(x, s(x))$

I.E. Gen. Flores da Cunha - Curso de Extensão - D.E.E.

Atividades de Geometria

- Desenha as imagens das projeções sôbre D, paralelamente a A, dos subconjuntos de π representados abaixo.