Instituto de Educação General Flores da Cunha

Laboratório de Matemática

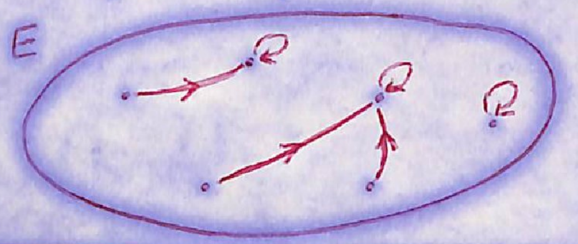
Reuniões de estudos 1979

Homotetias

1. Ponto fixo de uma transformação

Seja $t : E \to E$, $x \in E$

x é ponto fixo de $t \iff t(x) = x$



a, b e c são pontos fixos

2. Homotetia de centro C e razão r.

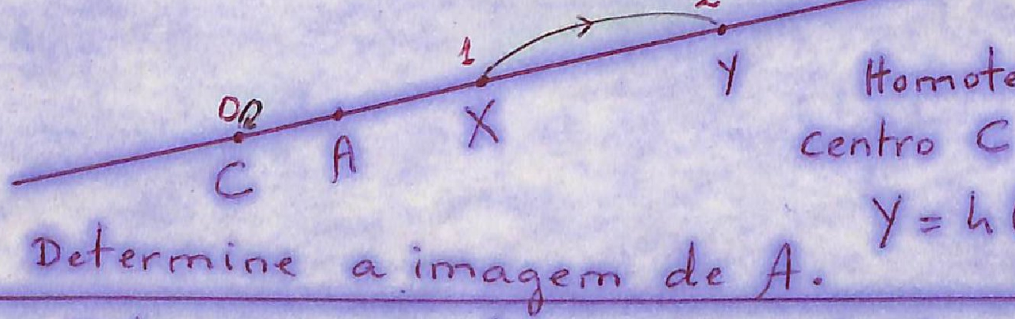
Homotetia de centro C e razão r, $r \in \mathbb{R}$, é a transformação

$h : \Pi \to \Pi$

$X \mapsto C$, $X = C$

$X \mapsto Y$, $X \neq C$, sendo Y o ponto de abscissa r, obtido graduando-se a reta CX, marcando-se 0 em C e 1 em X.

Notação: $h(C, r)$ (lê-se: homotetia h de centro C e razão r).

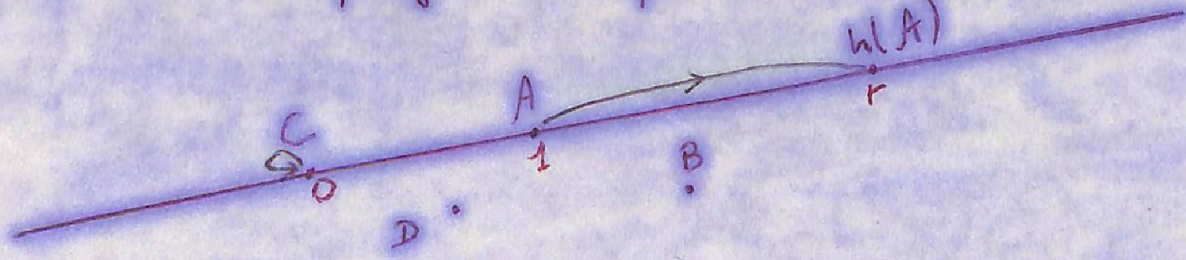


Homotetia de centro C e razão 2.

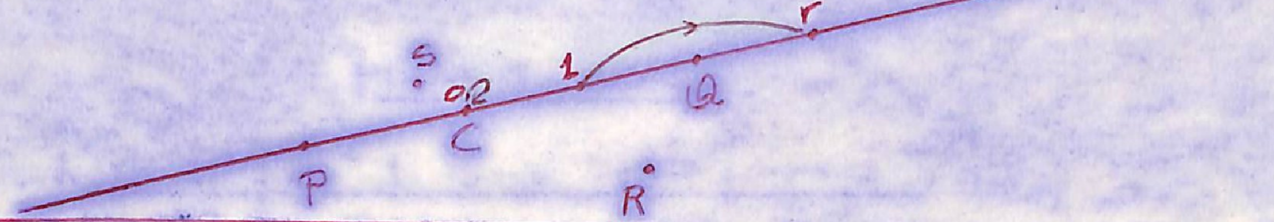
$Y = h(X)$

Determine a imagem de A.

3. Determinação de imagens (utilizando o Teorema de Tales - projeções paralelas).

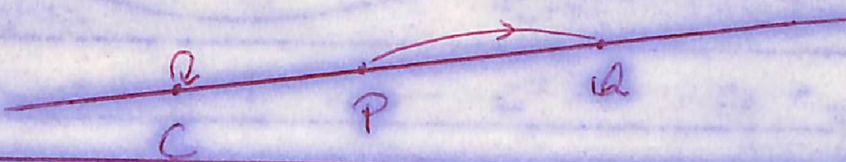


. Determine as imagens dos pontos P, Q, R e S pela homotetia $h(C,r)$ representada abaixo.

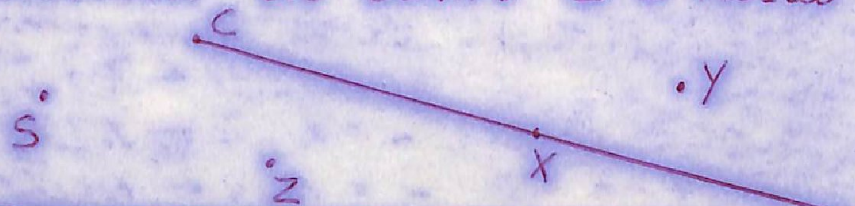


Proposição 1

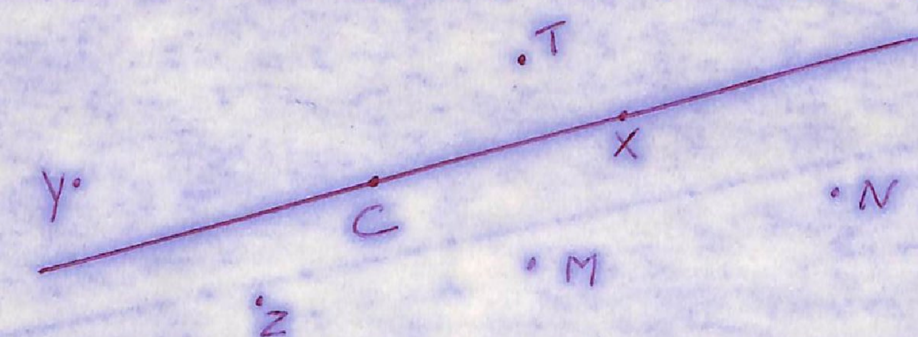
Se C, P e Q são pontos alinhados tais que $C \neq P$ então existe uma homotetia h de centro C tal que $h(P)=Q$.



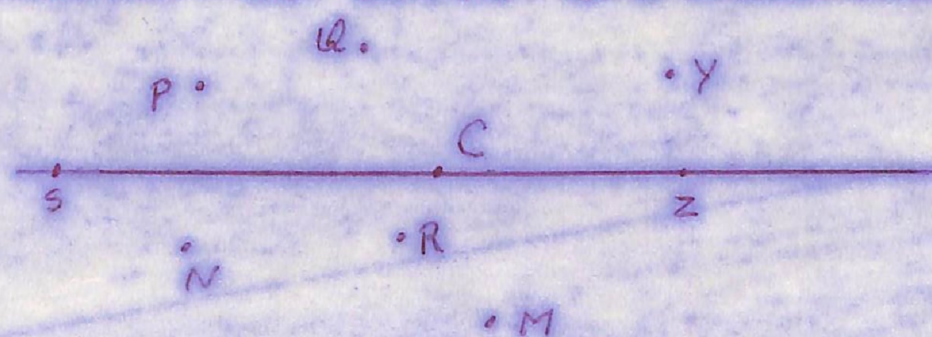
Homotetia de centro C e razão 1.



Homotetia de centro C e razão -1.



Homotetia de centro C e razão nula.



Proposição 2

a) Toda homotetia de razão 1 é igual à transformação idêntica.

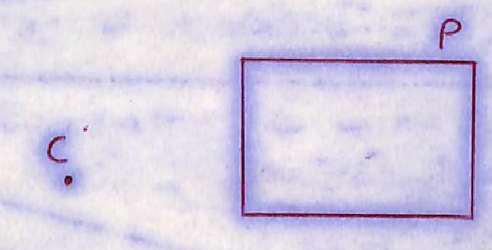
O centro de uma homotetia não idêntica é seu único ponto fixo.

b) A homotetia de centro C e razão nula é a transformação constante c.

c) A homotetia de centro C e razão −1 é a simetria central s_c.

Exercícios:

1) Seja um ponto C e a parte P do plano π.



Cons

a) Construa em verde a imagem de P pela $h(C,2)$.

b) Construa em vermelho a imagem de P pela $h(C,0{,}6)$.

c) Construa em amarelo a imagem de P pela $h(C,-2{,}3)$.

d) Construa em laranja a imagem de P pela $h(C,-0{,}7)$

e) De que cor está representada a imagem de P pela $h(C,1)$?

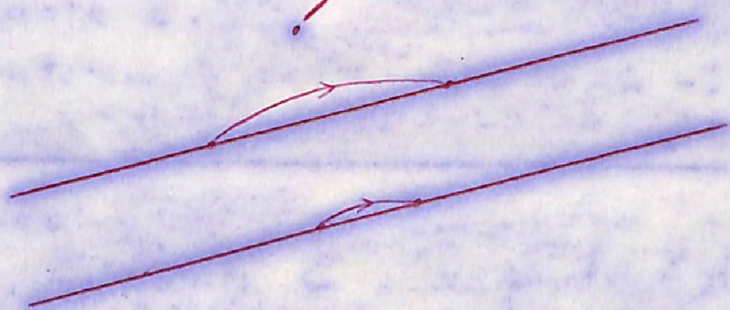
f) De que cor está representada a imagem de P pela $h(C,0)$?

g) Observe duas das imagens representadas (menos a figura inicial). Existe uma homotetia aplicando uma dessas sobre a outra?

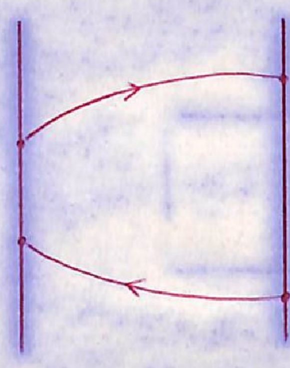
2) Sejam os pares de pontos representados abaixo. Existe uma homotetia compreendendo estes dois pares?

a)

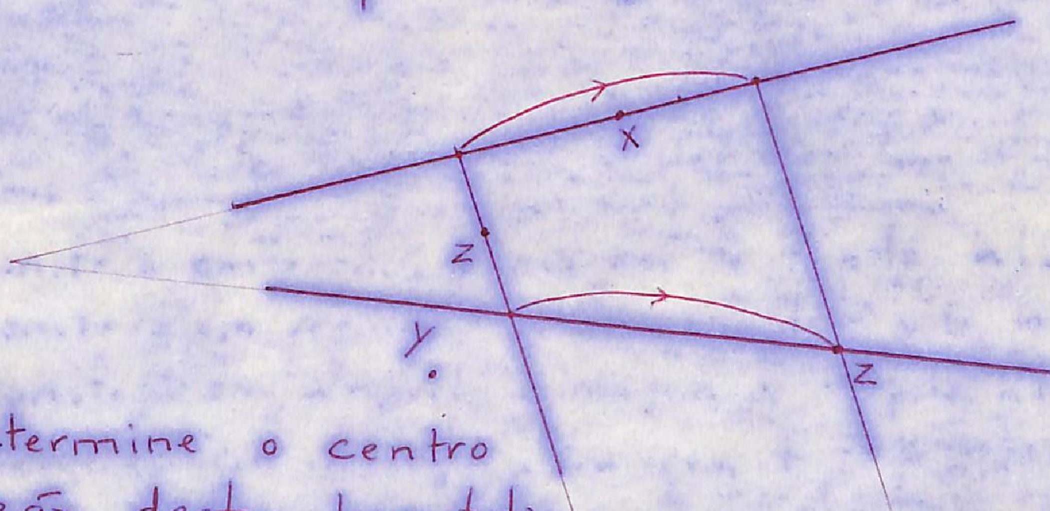
b)



c)



d)



Determine o centro e a razão desta homotetia e construa as imagens dos pontos X, Y e Z.

Quais os pontos cujas imagens são X, Y e Z?

3) Afirma-se que os pares distintos (A, B) e (C, D) pertencem a homotetia h.

a) Porque se pode concluir que $A \neq C$?

b) Existe outra homotetia que compreende os pa-

(A,B) e (C,D)?

c) Se B = D, qual é a homotetia h?

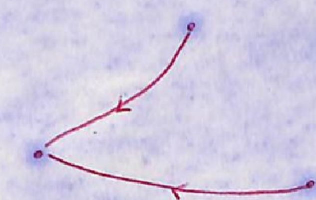
d) Se A = B e C = D, qual é a homotetia h?

e) Se A = B e C ≠ D, o que conclue com relação a A, B, C e D?

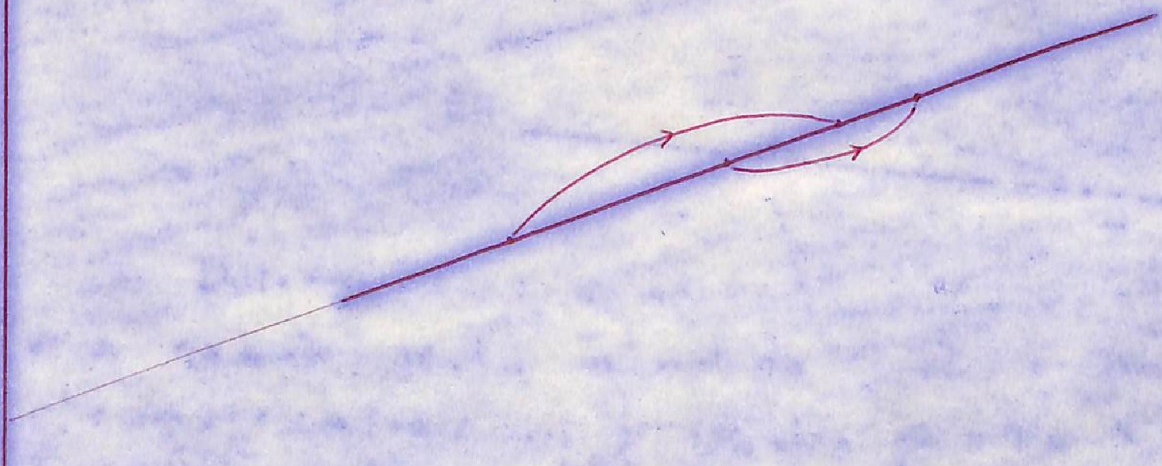
f) Se C = D e A ≠ B então ---

4) O que podes afirmar sobre as homotetias representadas abaixo?

a) 

b) 

5) Determine o centro e a razão da homotetia que compreende os pares representados abaixo.



Instituto de Educação General Flores da Cunha

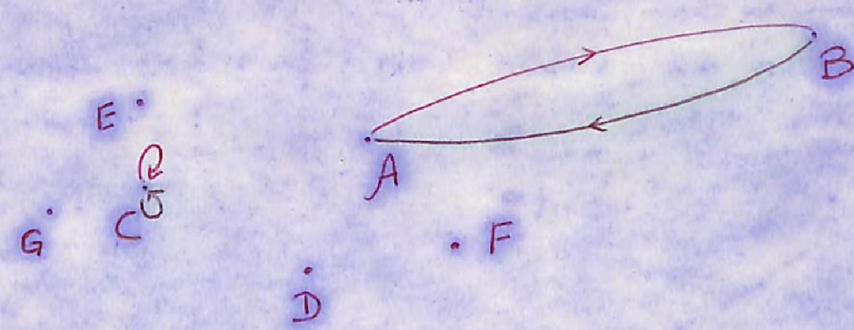
Laboratório de Matemática

Reuniões de estudos

Homotetias não constantes

Sejam $h(C, r)$ e $A \neq C$, sendo $h(A) = B$ e
$k(C, r^{-1})$, com $h(B) = A$.

Encontre as imagens de D, E, F e G pelas homotetias h e k.



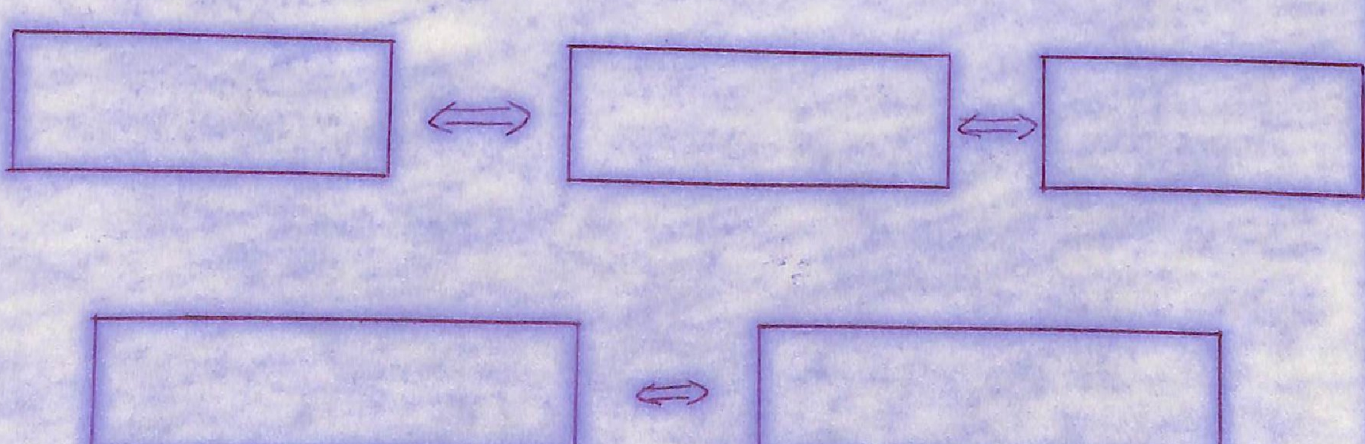
A homotetia k é a simétrica (recíproca) de h,

$$k = h^{-1}$$

h e h^{-1} são transformações do plano.

As homotetias h e h^{-1} são homotetias não constantes de centro C.

Proposição 3



Composição de homotetias de mesmo centro.

Sejam $h_1(C, r_1)$ e $h_2(C, r_2)$

a) h_1 é constante

$(h_1, h_2, h_2 \circ h_1)$

$h_2 \circ h_1 =$

b) h_2 é constante

$(h_1, h_2, h_2 \circ h_1)$

$h_2 \circ h_1 =$

c) h_1 e h_2 não constantes

Proposição 4

Se h_1 e h_2 são homotetias de centro C então $h_2 \circ h_1$ é uma homotetia de centro C.

$\boxed{h_2 \circ h_1 \text{ é constante}} \Longleftrightarrow \boxed{h_2 \text{ ou } h_1 \text{ é constante}}$

Grupo Comutativo das homotetias não constantes de centro C ($\mathcal{H}_C$).

1)

2)

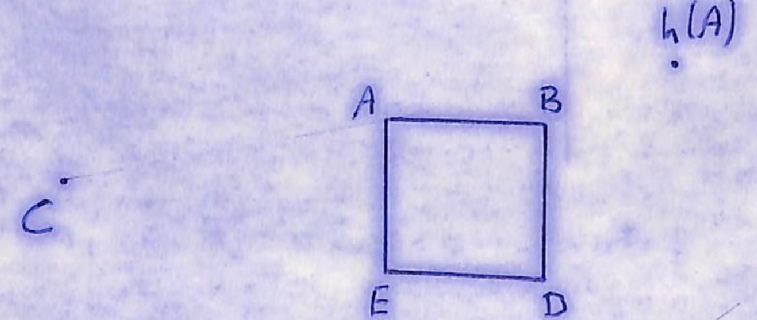
3)

4)

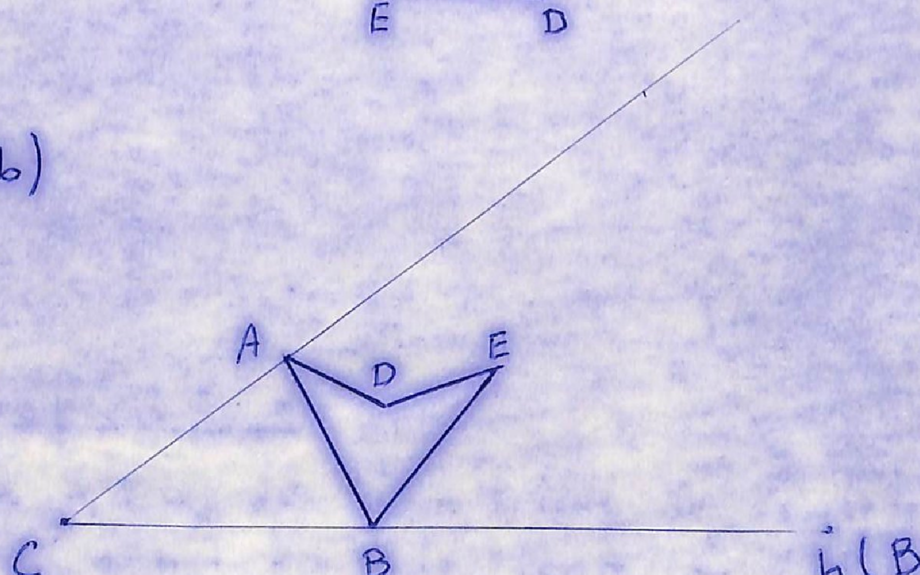
5)

Determine as imagens das seguintes figuras pelas homotetias indicadas.

a)



b)



c)