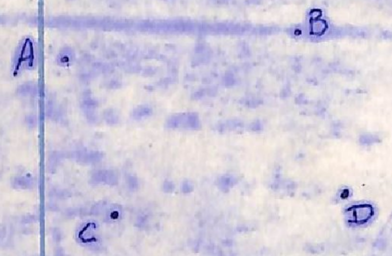
Pares equipolentes

Dois pares ordenados de pontos são equipolentes se e somente se podem ser ligados por um paralelogramo ou por dois paralelogramos.



$(A,B) \uparrow (C,D) \iff$

$\overline{AC} \parallel \overline{BD} \wedge \overline{AB} \parallel \overline{CD}$

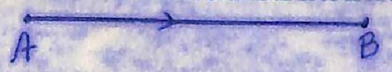
$(A,B) \uparrow (C,D) \iff$

A equipolência de pares ordenados de pontos determina uma partição em π? Por que?

Construção de pares equipolentes

Constroe um par (C,X) equipolente ao (A,B)

a) C. C.



b)

Translação

Introdução

Entre os objetos que nos são familiares, há muitos, nos quais, uma parte deslisa em uma ranhura ou trilho retilíneo. São exemplos a porta corrediça de certos armários, de certos angares, as janelas de guilhotinas, a gareta de uma cómoda, a barra de agulha de uma máquina de costura.

Vamos analisar um deslisamento desse tipo, tomando, como modelo, um esquadro que deslisa ao longo da borda inferior do quadro verde de giz.

Observemos, cuidadosamente, a posição inicial e a final de qualquer ponto do esquadro. Obtém-se, assim, uma série de pares ordenados de pontos: (A, A'), (B, B'), (C, C'), (D, D'), ...

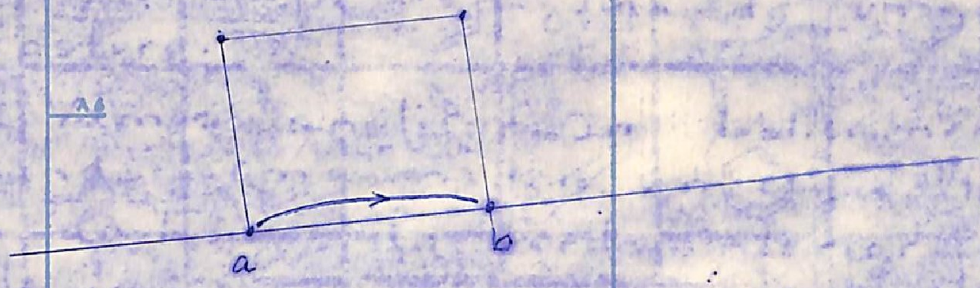
Observamos que as retas, determinadas por esses pares de pontos, são paralelas à borda inferior do quadro que serviu para o deslocamento. Todas essas retas pertencem, pois, à mesma direção.

$$AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD' \parallel \ldots$$

Ainda mais, se nós ligamos os primeiros elementos dos pares (origens) e os segundos elementos dos mesmos pares (extremidades), obtemos retas paralelas. $AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$, $CD \parallel C'D'$, $DB \parallel D'B'$, ...

Constatamos, pois, que, quaisquer que sejam os pares escolhidos, um é a imagem do outro por uma projeção paralela entre retas paralelas ou por uma sequência de projeções deste tipo.

Todos os pares de um tal deslocamento, podem, então, ser construídos por projeções paralelas entre retas paralelas (p.p.p.) a partir de um par ordenado (A, B), dado.



O conjunto de pares ordenados de pontos, obtidos dessa maneira, a partir do par (A, B), é chamado de <u>translação</u>.

<u>Definição</u>

Chamamos de translação $\vec{AB}$, o conjunto de pares ordenados de pontos de π equipolentes ao (A, B), ou seja:

$$\vec{AB} = \{(X, Y) \in \pi \times \pi \mid (X, Y) \uparrow (A, B)\}$$

Quando uma translação é definida por um par (A, B), não idêntico, o conjunto de retas suportes dos pares dessa translação é uma direção: é a direção da translação.

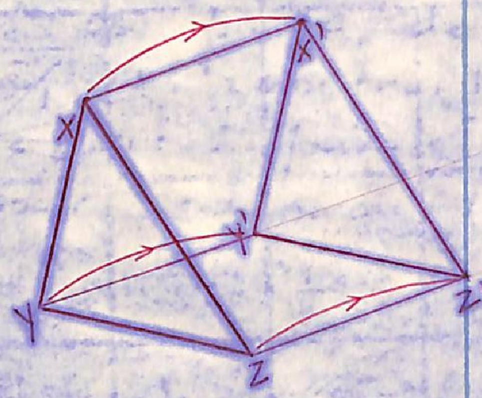
Consequências dessa definição:

a) O par (A, B) pertence à translação t_{AB}

b) A translação t_{BA} é a inversa da translação

t_{AB}.

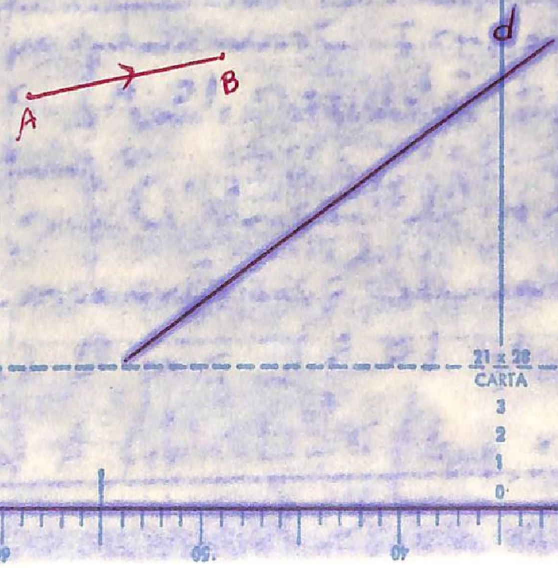
Seja t_{AB}, representada abaixo.
Represente t_{BA}



$\forall A, B \in \pi, \quad t_{AB}^{-1} = t_{BA}$

c) A translação t_{AA} é o conjunto dos pares idênticos do plano.
Represente t_{AA}

Seja a translação t_{AB}.
a) Represente a imagem d' da reta d pela t_{AB}
b) Represente a imagem de d' pela t_{AB}^{-1}.



A equipolência é, como vimos, uma relação de equivalência, portanto, determina uma partição em $\pi \times \pi$.

Portanto, toda translação é uma classe da partição de $\pi \times \pi$, fornecida por essa equivalência.

E' suficiente, pois, um único par de pontos (ordenado) para definir qualquer translação.

O conjunto das translações é, pois,

Exercícios

1) Seja a translação t, definida pelo par (A, B), com $A \neq B$.

a) Encontra uma reta d tal que $t(d) = d$.

Esta reta d, que é sua própria imagem pela translação t, é um traço da translação t.

b) Qual é o conjunto de traços da translação?

2) Sejam duas retas paralelas a e b.

Que podes afirmar sobre as imagens $t(a)$ e $t(b)$ dessas retas, pela translação t? Justifica tua resposta.

16 cópias (6)

3) Sejam duas retas secantes a e b.

Que podes afirmar sobre as imagens $t(a)$ e $t(b)$ dessas retas, pela translação t? Justifica tua resposta.

4) Sejam a e b duas retas paralelas.

a) Defina cinco translações t, u, v, w, f tais que b seja a imagem de a por cada uma dessas translações.

b) Qual é o conjunto

$$\{t \in \mathcal{T} \mid t(a) = b\}?$$

5) Construa as imagens das retas a e b pela translação t.