

SITUAÇÕES DE VIDA DÃO SIGNIFICAÇÃO AO ZERO.

Daisie Ella Forrest.
Chicago, Illinois.

Metodologia da Matemática.
Material fornecido pela Prof. Odila
Barros Xavier.
Trad. por M.L.B.S.C. e L.C.G.

Em aritmética primária uma das tendências encorajadoras é o tratamento de zero como um número significativo representando a quantidade ausente. Há exercícios que ajudam a criança a desenvolver imagens de situações de vida, em que a ausência de quantidade é destacada em contraste com ^{coletivos} exemplos concretos. Quadros engenhosos ilustram o zero como ausência de quantidade e exemplos apresentam o zero como parcela de ^{adidas} em situações concretas.

Zero O pássaro + 2 pássaros + 5 pássaros = ? pássaros

Zero aparece no seu lugar, no início das séries de todos os números inteiros positivos :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, etc.

Outra tendência encorajadora é o esforço para guiar a criança na elaboração de suas expressões de pensamento. Uma série de livros textos e manuais, frequentemente, chama a atenção de professores e alunos para a maneira correta de pensamento. Mas, é curioso como o zero tem sido inarticulado. Como pode a criança aprender a significação do zero, quando não teve imagens para pensar nêle e nem palavras para expressá-lo ?

O nome zero é removido para longe das situações da vida diária, de modo que forma um bloco de obstrução às expressões infantis. Ele tem sido um enigma frio e tedioso para as crianças. Todavia, o adjetivo " zero " é um agradável estimulante para o pensamento desejoso de participar do mundo da criança como qualquer outro adjetivo numeral. A seguinte definição de zero, colhida através de fragmentos da conversação infantil, demonstra como a criança reconhece e pensa nas situações de vida que envolvem o zero como um adjetivo numeral negativo:

- For favor! Eu tenho zero (nenhum) biscoito no meu prato.
- Bill perdeu nosso lanche. Assim tivemos zero (nenhum) alimento todo o dia.
- Quantos doces tem você ? Zero (nenhum)
- Eu poderei comprar doce no bar, mas tenho zero (nenhum) cent.

A criança num curso 4º grau de 40 ^{ou} 45 alunos pode interpretar as gravuras do livro de leitura. Ela, do mesmo modo que seus colegas, suplementa seu caderno de texto com guias de trabalho, que lhe dizem como utilizar e como ordenar materiais concretos, gravuras ou diagramas, em ^{agrupamento} grupos organizados que ajudam a entender os fatos numéricos, valor do lugar, ~~minimo~~, ~~reserva~~, etc.

A concentração e independência da classe neste trabalho ^{retorno, transporte, etc} suplementar, dão ao professor tempo para trabalhar em pequenos grupos. Nêstes grupos a criança conversa com seu professor e colegas sobre os arranjos que ele organizou, discute as significações dêsses arranjos e pratica o vocabulário correto para expressar-se sobre êles. Ela vê as expressões de pensamento como símbolos de linguagem, tão exatas e tão importantes como símbolos aritméticos. Vagarosamente, muito vagarosamente, ela chega afinal à alguma compreensão dêsses princípios os quais reforçam a longa série de suas combinações organizadas.

Este artigo apresenta alguns exercícios que ajudam as crianças a compreenderem o zero nos fatos numéricos. O exemplo não pode demonstrar de modo tão vivo como o ~~grupo~~^{caso} zero opõe-se, em forte contraste, como ausência de quantidade, às quantidades agrupadas. O exemplo não pode demonstrar, de modo nenhum, todos os meios interessantes de apresentar os fatos numéricos que envolvem o zero. Todavia, eles limitam o zero como ausência de quantidade, porém, zero nem sempre significa ausência de quantidade.

Fatos de ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE PARTES. Jogo de tirar.

Este jogo, adaptado a um 4º grau, composto de um cento de fatos de subtração, é excelente como fundamentação aos 4, 5, 6 ou 7 anos de idade. Os pais, o professor ou um aluno mais velho, sentado à frente da carteira do aluno, segura 9 cents e faz-lhe perguntas. O auxiliar assiste a criança em suas expressões de pensamento, dispõe os cents, indica à criança o próximo lance, quando ela vacila e ri com ela sobre seus sucessos. O aluno tira, alternadamente, com a mão esquerda e com a mão direita. Ele finge tirar zero com a mão esquerda e com a mão direita tira cents, de acordo com uma combinação prévia. Há 9 jogos de partes cada um para números maiores do que zero e um jogo de uma parte para o zero.

Expressões de pensamento.

Jogo I o o o
 9 0 0
 0 0 0

- 1 - Você tem 9 cents. Eu tiro zero cent (finge tirar com a mão esquerda) Você continua tendo 9 cents.
- 2 - Você tem 9 cents. Eu tiro 9 cents (~~faz que~~ tira) com a mão direita) Você tem zero cent.

Jogo II o o o
 0 0 0
 0 0

- 1 - Você tem 8 cents. Eu tiro zero cent (faz que tira com a mão esquerda) Você continua tendo 8 cents.
- 2 - Você tem 8 cents. Eu tiro 8 cents (tira) com a mão direita) Você tem zero cent.

(Continua-se assim até o IX jogo)

Jogo IX o

- 1 - Você tem um cent. Eu tiro zero cent (faz que tira com a mão esquerda) Você continua com um cent.
- 2 - Você tem um cent. Eu tiro um cent (tira) com a mão direita) Você tem zero cent.

Jogo X.

- 1 - Você tem zero cent. Eu tiro zero cent (finge ^{trair} com a esquerda) Você continua com zero cent.

Ao final de cada jogo o professor diz: "Você ganhou este jogo de mim? Então, você pode guardar um cent. Você sabe quantos cents tem de devolver?"

O jogo leva a praticar contagem em ordem decrescente, em reconhecer números e usar expressões de pensamento para os 19 fatos de subtração que envolvem o zero. As repetições fáceis e variadas, o pequeno ganho do jogo, digo de um cent ao fim de cada jogo e o climax do jogo, quando a criança tem todos os nove cents o tornam muito apreciados.

JOGO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.

Dramatizações tais como as descritas a seguir, dão significação ao zero em adição e subtração. A professora conta uma história e, ao mesmo tempo, as crianças a dramatizam. Elas, senão, aprendem a dizer e dramatizar 2 histórias para o zero e 4 histórias para cada um dos outros números. *Repetindo* as mesmas

4 histórias, 9 vezes, a criança concentra-se na significação e organização dos 38 fatos. O último jogo para $(0 + 9, 9 + 0, 9 - 0$ e $9 - 9)$ é o clímax do pensamento bem sucedido e concentrado. Pequenos objetos podem representar cents.

As repetições simples dão prazer à criança e ajudam-na a organizar as expressões de pensamento. Contudo, as repetições tornam-se monótonas para o professor. Isto não acontecerá se cada *colecão* grupo tiver diferentes séries de história. Sugestões:

- a) Zero pessoa num quarto. Ninguém entrou $0 - 0 = 0$
- c) Ninguém saiu $0 - 0 = 0$
- a) Nós entramos $0 + n = n$
- b) Nenhum outro veio $n + 0 = n$
- c) Nós resolvemos sair, mas não fomos ~~$n - n$~~ $n - 0 = n$
- d) Saímos $n - n = 0$
- a) Zero taça na mesa. Eu não trouxe taças $0 + 0 = 0$
- c) Eu não levei a taça $0 - 0 = 0$
- a) Eu trouxe n taças para o jantar $0 + n = n$
- b) Isto foi suficiente. Eu não trouxe mais taças $n + 0 = n$
- c) Depois do jantar eu brinquei e esqueci de levá-las $n - 0 = n$
- d) Finalmente mamãe levou-as $n - n = 0$
- a) Uma situação zero. Nenhuma coisa sonada $0 + 0 = 0$
- c) Nenhuma coisa tirada $0 - 0 = 0$
- a) Zero mais n $0 + n = n$
- b) n mais nenhuma coisa $n + 0 = n$
- c) n tira nenhuma coisa $n - 0 = n$
- d) n está aqui, mas leve-o para fora $n - n = 0$.

Gradativamente, a criança aprende a dizer os 38 fatos, em ordem, linha por linha. Ela gosta disto como um exercício de leitura-corral (leitura oral por um grupo em que efeitos corais são produzidos por entonação, gesto e expressão facial apropriada) em *que* recordam os movimentos que realizaram, o que ouviram e o que viram no desenvolvimento de suas situações reais nas dramatizações. Eles estão agora começando a abstrair êsses seguintes princípios:

- a) Zero mais algum número igual ao número.
- b) Algum número mais zero igual ao número.
- c) Algum número menos zero é o número.
- d) Algum número menos ele mesmo ou um número igual é zero.

Matemáticos apresentam b) antes de a). A troca nesta ordem não é uma ação de desrespeito. Não poderá ser que uma criança necessite uma ordem diferente para que alcance um naturo e brilhante entendimento? Si o professor examina as histórias, ele verá que a criança começa com zero em a) e soma um número. Assim em b) ele decide não ~~se~~ *adicionar* mais nada. Esta ordem é particularmente praticada quando a ~~se~~ criança manipula jogos. Essa situação é um fundamento para compreender a posição do zero no começo da série numérica dos números inteiros positivos, ou como ponto de partida e assim por diante.

DIVISÃO E MULTIPLICAÇÃO.

Os dez verdadeiros fatos de divisão envolvem zero e seus correspondentes fatos de multiplicação.

Buswell descreve 6 maus hábitos com zero em multiplicação e 5 em divisão. Quando tirados para fora de suas tabelas e analisados seus dados para estes 11 hábitos, apresentam uma deficiência no uso do zero. O 6º grau fez maior número de erros por aluno que o 4º grau. Teria a criança do 6º grau, aprendido no 4º, que há muitas situações em sua vida diária que ilustram o uso do zero na divisão, nas frações e na multiplicação de fatos? Teria aprendido a reconhecer estas situações para falar e pensar corretamente sobre elas?

Um 12 grau tem fundamentado não lhe permitiria o desperdício de dois anos, praticando incorretamente hábitos mecânicos com zero.

Pode você comprar um objeto de valor, quando você tem zero dinheiro? Pode você fazer, organizar ou realizar alguma coisa sem materiais necessários? - A criança aprende a construir muitos problemas agradáveis em que o zero é dividido por outro número, nas suas experiências ensinam-lhe que, na vida real, cada problema pode estar longe de ser agradável. Buswell apresenta o pensamento divisão e o pensamento multiplicação para tais problemas. Ele concorda com Morton, considerando consigo mesmo, denotado inaturo dizer: "dividido por".

O pensamento divisão medido é grosseiro e requer três sentenças separadas. Considerando o problema:

\$ 15 dólares foram dispendidos para chapéus a \$3 cada.

Em \$15 quantos 3 dólares há? 5... logo, 5 chapéus.

Exemplos de histórias e expressões de pensamento para medir problemas de divisão que envolvem zero.

Histórias

Expressões de tratamento e símbolos aritméticos.

1-Nós não compramos um automóvel 1-PD: Em zero motor quantos motores há? Zero. Então zero automóvel.

Em zero motor: 1 motor? 0. Então 0 automóvel.

PM: Zero automóvel tem zero vezes 1 motor & 0 motor.

0 x 1 motor = 0 motor

2-Tenho tudo que necessito para fazer um ~~trike~~, excepto as rodas.

2-PD: Em zero roda quantas duas rodas há?

Zero. Então zero ~~trike~~ *patinete*

0 roda + 2 rodas = 0 Então 0 *patinete*

PM: Zero ~~trike~~ *patinete* tem zero vezes duas rodas igual a zero roda.

0 x 2 rodas = 0 roda.

3- Todas as três rodas estão quebradas. O triciclo está estragado.

3-PD: 0 roda + 3 rodas? 0. Então 0 triciclo.

PM: 0x3 rodas = 0 roda.

4-Eu comprei 6 galão de leite. O leiteiro não tinha ainda 1/4.

4-PD: 0 quarto: 4 quartos? 0. Então zero galão

PM: 0x4 quartos = 0 quartos.

5- Eu quero 1 moeda de doce mas tenho zero cent.

5-PD: 0¢ + 5¢? 0. Então zero doce.

PM: 0¢ x 5¢ = 0 ¢

6- O vendeiro tem zero ovos. Então eu compro zero 1/2 dúzia para você.

6-PD: 0 ovos: 6 ovos? 0. Então 0 meia dúzia.

PM: 0x6 ovos = 0 ovos.

7-Tenho zero dolar e o casaco custa 7 dólares.

7-PD: 0 + \$7? 0. Então 0 casaco.

PM: 0x\$7 = \$0

8-O vendeiro tem 0 pint de cidra. Então zero galão de cidra para nosso pic-nic.

8-PD: 0 pint: 8 pints? 0. Então 0 galão.

PM: 0x8 pints = 0 pint.

9-Todos os rapazes desejavam nadar. Então não organizamos um time de base-ball.

9-PD: 0 rapaz: 9 rapazes? 0. Então 0 time.

PM: 0 x 9 rapazes = 0 rapaz.

10-Uma moça pobre tinha 0 cent. Como poderia pagar 10cents?

10-PD: 0¢ + 10¢ = 0. Então zero 10 cents.

PM: 0x10¢ = 0¢.

O que sucede se uma pessoa tem apenas parte do dinheiro ou parte do material necessário?

A criança aprende que, quando divide um número menor por um número maior, o quociente é zero, que número menor é resto. Assim,

As crianças aprendem que, quando o número inteiro de maçãs é zero a parte fracionária é zero. Entre muitos risos, cada criança faz que tira sua parte fracionária de zero fruta.

Lições semelhantes a estas tornam cada criança segura de que sabe empregar as expressões de pensamento para algum número de objetos de zero até dez.

Apresentando aos pais o que eles aprenderam.

Uma classe apresentou com muito sucesso numa reunião de pais e professor, o programa sobre o trabalho realizado na sala de aula, referente à frações de coisas. Aqui estão algumas de suas sentenças:

- Minha esquivaninha é uma esquivaninha inteira (1/1). Ela é um todo dela mesma.
- O número inteiro de meus olhos é dois olhos. Cada olho é uma metade de meus dois olhos.
- O número inteiro de pernas desta mesa é 4 pernas. Cada perna é um quarto das 4 pernas. (É assim para os 5 dedos da mão, 6 listras brancas da bandeira, sete listras vermelhas da bandeira, etc. e finalmente:
- O número inteiro de pessoas nesta sala é 15 pessoas. Cada pessoa é 1/15 avos das 15 pessoas.

A esta altura uma menina adiantou-se e disse: "Sobre esta bandeija eu tenho zero sorvete. Eu poderia servir cada um de vocês com um quinze avos de zero sorvete." Os pais riram das palavras da menina. Neste momento uma comissão entrou, trazendo 15 sorvetes reais.

.....

EXEMPLOS DE HISTÓRIAS E EXPRESSÕES DE PENSAMENTO PARA PROBLEMAS QUE ENVOLVEM ZERO EM ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.

Dois histórias para 0 cent.

Expressões de pensamento e símbolos aritméticos.

a) Eu tenho zero cent. Cada pessoa dá-me zero cent.

a) Zero cent mais zero cent é zero cent.

$$0¢ + 0¢ = 0¢$$

c) Eu tenho zero cent. Dei meu zero cent para você, pobre criança.

c) Zero cent mais zero cent é zero cent.

$$0¢ - 0¢ = 0¢$$

Quatro histórias para um cent.

a) Por favor! Pai, eu tenho zero cent. Oh, obrigado por este níquel.

a) Zero cent mais um cent é um cent.

$$0¢ + 1¢ = 1¢$$

b) Mãe, eu necessito mais do que um cent. Por favor dê-me um cent. Não, sinto muito.

b) Um cent mais zero cent é um cent.

$$1¢ + 0¢ = 1¢$$

c) Eu tenho um cent. Gastei zero cent.

c) Um cent menos zero cent é um cent.

$$1¢ - 0¢ = 1¢, \text{ dige } 1¢$$

d) Oh! eu perdi meu cent dentro deste poço. Eu tenho zero cent.

d) Um cent menos um cent é zero cent.

$$1¢ - 1¢ = 0¢$$

Instituto de Educação Gen. Flores da Cunha
Laboratório de Matemática

Situações de vida dando significação ao zero

Daisy Ella Forrest
Chicago, Illinois

The Elementary School Journal
1950 - December
Number 4 - pg. 201
Tradução de M. L. B. S. C. e L. C. G.

Material fornecido pela professora
Odila Barros Xavier

Em aritmética primária, uma das tendências encorajadoras é o tratamento do zero como um número significativo, representando a quantidade ausente. Há exercícios que ajudam a criança a desenvolver imagens de situações de vida, em que a ausência de quantidade é destacada em contraste com coleções concretas. Quadros engenhosos ilustram o zero como ausência de quantidade e exemplos apresentam o zero como parcela da adição em situações concretas.

0 pássaro + 2 pássaros + 5 pássaros = ? pássaros.
Zero aparece no seu lugar, no início das séries de todos os números inteiros positivos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, etc.

Outra tendência encorajadora é o esforço para guiar a criança na elaboração de suas expressões de pensamento. Uma série de livros tex-

tos e manuais, freqüentemente, chama a atenção de professores e alunos para a maneira correta de pensamento. Mas, é curioso como o zero tem sido inarticulado. Como pode a criança aprender a significação do zero, quando não teve imagens para pensar nele e nem palavras para expressá-lo?

O nome "zero" é removido para longe das situações da vida diária, de modo que forma um bloco de obstrução às expressões infantis. Ele tem sido um enigma fútil e tedioso para as crianças. Todavia, o adjetivo "zero" é um agradável estimulante para o pensamento depois de participar do mundo da criança como qualquer outro adjetivo numeral. A seguinte definição de zero, colhida através de fragmentos da conversação infantil, demonstra como a criança reconhece e pensa nas situações de vida que envolvem o zero como um adjetivo numeral negativo:

- Por favor! Eu tenho zero (nenhum) biscoito no meu prato.

- Bill perdeu nosso lanche. Assim, tivemos zero (nenhum) alimento todo o dia.

- Quantos doces tem você? Zero (nenhum).

- Eu poderei comprar doce no bar, mas tenho zero (nenhum) cent.

A criança num comum 4º grau de 40 a 45 anos pode interpretar as gravuras do livro de leitura. Ela, do mesmo modo que seus colegas, suplementa seu caderno de texto com guias de trabalho, que lhe dizem como utilizar e como ordenar materiais concretos, gravuras ou diagramas, em agrupamentos organizados que ^aajudá-la ~~ão~~ a entender os fatos numéricos, valor do lugar, retôrno e transporte, etc. A concentração e independência da classe, neste

trabalho suplementar, dão ao professor tempo para trabalhar em pequenos grupos. Nestes grupos, a criança conversa com seu professor e colegas sobre os arranjos que ela organizou, discute as significações desses arranjos e pratica o vocabulário correto para expressar-se sobre eles. Ela vê as expressões de pensamento como símbolos de linguagem, tão exatas e tão importantes como símbolos aritméticos. Vagarosamente, muito vagarosamente, ela chega afinal a alguma compreensão desses princípios os quais reforçam a larga série de suas combinações organizadas.

Este artigo apresenta alguns exercícios que ajudam as crianças a compreenderem o zero nos fatos numéricos. O exemplo não pode demonstrar, de modo tão vivo, como a coleção zero opõe-se, em forte contraste, como ausência de quantidade, às quantidades agrupadas. O exemplo não pode demonstrar, de modo algum, todos os meros interessantes de apresentar os fatos numéricos que envolvem o zero. Todavia, eles limitam o zero como ausência de quantidade, porém, zero nem sempre significa ausência de quantidade.

Adição e Subtração de Fatos

Jogo de tirar

Este jogo, adaptado a um 4º grau, composto de um cento de fatos de subtração é excelente como fundamentação aos 4, 5, 6 ou 7 anos de idade. Os pais, o professor ou um aluno mais velho, sentado à frente da carteira do aluno, segura 9 cents e faz-lhe perguntas. O auxiliar assiste a criança em suas expressões de pensamento, dispõe os cents, indica à criança o próximo lance, quando ela vacila e ri com ela sobre seus

sucessos. O aluno tira, alternadamente, com a mão esquerda e com a mão direita. Ele finge tirar zero com a mão esquerda e, com a mão direita, tira cents, de acordo com uma combinação prévia. Há 9 jogos de 2 partes cada um para números maiores do que zero e um jogo de uma parte para o zero.

Expressões de Pensamento

Jogo I

0 0 0
0 0 0
0 0 0

1 - Você tem 9 cents. Eu tiro zero cent (finge tirar com a mão esquerda). Você continua tendo 9 cents

0 0 0
0 0 0
0 0 0

2 - Você tem 9 cents. Eu tiro 9 cents (tira com a mão direita). Você tem zero cent.

Jogo II

0 0 0
0 0 0
0 0

1 - Você tem 8 cents. Eu tiro zero cent (faça que tira com a mão esquerda). Você continua tendo 8 cents.

0 0 0
0 0 0
0 0

2 - Você tem 8 cents. Eu tiro 8 cents (tira com a mão direita). Você tem zero cent.

(Continua assim até o Ix jogo)

Jogo I

1 - Você tem um cent. Eu tiro zero cent (gar que tira com a mão esquerda). Você continua com um cent.

2 - Você tem um cent. Eu tiro um cent (tira com a mão direita). Você tem zero cent.

Jogo II

1 - Você tem zero cent. Eu tiro zero cent (finge tirar com a mão esquerda) Você continua com zero cent.

As final de cada jogo o professor diz:

- Você ganhou este jogo de mim? Então, você pode guardar um cent. Você sabe quantos cents têm de devolver?

O jogo leva a praticar contagem em ordem crescente, em reconhecer números e usar expressões de pensamento para os 19 fatos de subtração que envolvem o zero. As repetições fáceis e variadas, o prazer no ganho do jogo, digo de um cent ao fim de cada jogo e o clímax do jogo, quando a criança tem todos os nove cents, o tornam muito apreciados.

Jogo da adição e subtração

Dramatizações como as descritas a seguir, dão significado ao zero em adição e subtração. A professora conta uma história e, ao mesmo tempo, as crianças a dramatizam. Elas, sem demora, aprendem a dizer

e dramatizar 2 histórias para o zero e 4 histórias para cada um dos outros números. Repetindo as mesmas 4 histórias, 9 vezes, a criança concentra-se na significação e organização dos 38 fatos. O último jogo para 9 (0+9, 9+0, 9-0 e 9-9) é o clímax do pensamento bem sucedido e concentrado. Pequenos objetos podem representar cents.

As repetições simples dão prazer à criança e ajudam-na a organizar as expressões de pensamentos. Contudo, as repetições tornam-se monótonas para o professor. Isto não acontecerá se cada coleção tiver diferentes séries de história.

Sugestões:

a) Zero pessoa num quarto. Ninguém entrou. $0+0=0$

c) Ninguém saiu $0-0=0$

a) Nós entramos $0+n=n$

b) Nenhum outro veio $n+0=n$

c) Nós resolvemos sair, mas não fomos $n+0=n$

d) Saímos $n-n=0$

a) Zero taça na mesa. Eu não trouxe taças $0+0=0$

c) Eu não levei a taça $0-0=0$

a) Eu trouxe n taças para jantar $0+n=n$

b) Isto foi suficiente. Eu não trouxe mais taças $n+0=n$

c) Depois do jantar eu brinquei e esqueci de levá-las $n-0=n$

d) Finalmente, mamãe levou-as $n-n=0$

a) Uma situação zero. Nenhuma coisa tomada $0+0=0$

c) Nenhuma coisa tirada $0-0=0$

a) Zero mais n . $0+n=n$

b) n mais nenhuma coisa $n+0=n$

c) n tira nenhuma coisa $n-0=n$

d) n está aqui, mas levou para fora $n-n=0$

7

Gradativamente, a criança aprende a dizer os 38 fatos, em ordem, linha por linha. Elas gostam disto como um exercício leitura-corol (leitura oral por um grupo em que efeitos corais são produzidos por entonação, gesto e expressão facial apropriada) em que recordam os movimentos que realizaram, o que ouviram e o que viram no desenvolvimento de suas situações reais nas dramatizações. Eles estão agora começando a abstrair estes seguintes princípios:

- a) Zero mais algum número igual ao número.
- b) Algum número ^{mais} zero igual ao número.
- c) Algum número menos zero é o número
- d) Algum número menos ele mesmo ou um número igual é zero.

Matemáticos apresentam b) antes de a). A troca nesta ordem não é uma ação de desrespeito. Não poderá ser que uma criancinha necessite uma ordem diferente para que alcance um maturo e brilhante atendimento? Se o professor examina as histórias, ele verá que a criança começa com zero em a) e adiciona um número. Assim em b) ele decide não adicionar mais nada. Esta ordem é particularmente praticada quando a criança manipula jogos. Essa situação é um fundamento para compreender a posição do zero no começo da série numérica dos números inteiros positivos, ou como ponto de partida e assim por diante.

Divisão e Subtração

Os dez verdadeiros fatos de divisão envolvem zero e seus correspondentes fatos de multiplicações.

Buswell descreve 6 maus hábitos com zero em multiplicação e 5 em divisão. Quando tirados para

fora de suas tabelas e analisados seus dados para estes 11 hábitos, apresentam uma deficiência no uso do zero.

O 5º grau fez maior número de erros por aluno do que o 4º grau. Teria a criança do 6º grau aprendido no 4º que há muitas situações em sua vida diária que ilustram o uso do zero na divisão, nas frações e na multiplicações de fatos? Teria aprendido a reconhecer estas situações para falar e pensar corretamente sobre elas?

Um 4º grau bem fundamentado não lhe permitiria o desperdício de dois anos, praticando incorretamente hábitos mecânicos com zero.

Podê você comprar um objeto de valor, quando você tem zero dinheiro? Podê você fazer, organizar ou realizar alguma coisa sem materiais necessários? A criança aprende a constituir muitos problemas agradáveis em que o zero é dividido por outro número, mas suas experiências ensinam-lhe que, na vida real, cada problema pode estar longe de ser agradável. Buswell apresenta o pensamento divisões (PD) e o pensamento multiplicativo (PM) para tais problemas. Ele concordando com Morton, considerando consigo mesmo desnecessário inaturo dizer: "dividido por".

O pensamento "divisões-medido" é grosseiro e requer três sentenças. Considerando o problema:

\$15 dólares foram dispendidos para chapéus a \$3 cada.

Com \$15 quantos \$3 dólares há? 5, logo 5 chapéus.

Exemplos de histórias e expressões de pensamento para medir problemas de divisões que envolvem zero.

Histórias

1- Nós não compramos um auto.

Expressões de tratamento e símbolos aritméticos

1-PD: Com zero motor quantos

móvel porque os fabricantes não motores há? Zero. Então zero tinham feito motores.

automóvel

Em zero motor: 1 motor? 0

Então 0 automóvel.

PM: Zero automóvel tem zero vezes 1 motor ou 0 motor.

$0 \times 1 \text{ motor} = 0 \text{ motor}$

2 - Tenho tudo que necessito para fazer 1 patinete exceto as rodas.

2 - PD: Em zero roda, quantas rodas há?

Zero. Então, zero patinete.

0 roda: 2 rodas? 0. Então 0 patinete.

PM: Zero patinete tem zero vezes duas rodas, igual a zero roda.

$0 \times 2 \text{ rodas} = 0 \text{ roda}$

3 - Todas as três rodas estão quebradas. O triciclo está estragado.

3 - PD: 0 roda: 3 rodas? 0. Então, 0 triciclo.

PM: $0 \times 3 \text{ rodas} = 0 \text{ roda}$

4 - Eu comprei 0 galão de leite. O leiteiro não tinha mais da $\frac{1}{4}$.

4 - PD: 0 quarto: 4 quartos = 0. Então, zero galão.

PM: $0 \times 4 \text{ quartos} = 0 \text{ quartos}$

5 - Eu quero 1 moeda de doce, mas tenho zero cent.

5 - PD: $0 \text{¢} \div 5 \text{¢} = 0$. Então, zero doce.

PM: $0 \text{¢} \times 5 \text{¢} = 0 \text{¢}$

6 - O vendedor tem zero ovos. Então eu compro zero $\frac{1}{2}$ dúzia para você.

6 - PD: 0 ovos \div 6 ovos? 0. Então, 0 meia dúzia.

PM: $0 \times 6 \text{ ovos} = 0 \text{ ovos}$

7 - Tenho zero dólar e o casaco custa 7 dólares.

7 - PD: $0 \div 7 = 0$. Então, 0 casaco.

PM: $0 \div 7 = 0$

8 - O vendedor tem 0 pint de cidra. Então, zero galão de cidra para nosso pic-nic.

8 - PD: 0 pint \div 8 pints? 0. Então, 0 galão.

PM: $0 \times 8 \text{ pints} = 0 \text{ pint}$

9. Todos os rapazes desajavam na dar. Então, não organizamos um time de "base-ball"

10. Uma moça pobre tinha 0 cent. Como poderia pagar 10 cents?

9. P.D: 0 rapazes ÷ 9 rapazes = 0
Então, 0 time

P.M - $0 \times 9 \text{ rapazes} = 0 \text{ rapazes}$

10. P.D - $0 \text{¢} \div 10 \text{¢} = ? 0$. Então, zero 10 cents.

P.M - $0 \times 10 \text{¢} = 0 \text{¢}$

O que sucede se uma pessoa tem apenas parte do dinheiro ou parte do material necessário

A criança aprende que, quando divide um número menor por um n.º maior, o quociente é zero, que o número menor é resto. Assim, na história do "base-ball" se há somente 4 rapazes para o time, a criança diz: Em 4 rapazes, quanto 9 rapazes há? Zero. Então, 0 time. Mas os 4 rapazes permanecem aqui.

A multiplicação usa estas palavras: zero vezes 9 rapazes é zero rapazes para um time. Mas, aqui estão os 4 rapazes.

Há 36 destas situações - 45 se o 10 é incluído. (Nota: O 10 não é usualmente incluído entre os fatos numéricos. Entretanto, sua grande importância no valor da posição, frações decimais, dinheiro, porcentagem, etc., torna-o oportuno para levar a criança a exercício cuidadoso no emprego do zero nos múltiplos, potências e múltiplos de potência de 10. Muitos destes exercícios podem ser dados, muito bem, junto com os fatos numéricos)

Assim a criança estuda essas 36 situações e adquire um fundamento para compreender o tratamento dos restos com grandes números. Ela está menos apta para esquecer de pôr zero no quociente, esquecer de indicar o resto final ou esquecer de adicionar o resto na prova de sua divisão. A criança que compreende estas situações que envolvem zero, desenvolverá rapidamente a habilidade para aplicar os seguintes princípios em situações abstratas, assim:

Quando o zero é um fator o produto é zero.

Zero dividido por um número é zero.

Zero vezes um número é zero.

Um número vezes zero é zero.

Os dez divisões partitivas ou fatos de frações (unit-fraction), envolvendo zero e seus correspondentes fatos de multiplicação

(Nota: O multiplicador e o denominador de uma unidade-fração são só os números que não são zero)

Aprendendo os fatos numéricos, a criança compra e vende figuras de objetos, porque tais cartões estão isentos de preços comerciais e pode comprar e vender a preços dentro dos fatos numéricos. Os gravuras valem zero cent ou zero dólar cada uma. A criança apresenta o pensamento em uma unidade-fração (unit-fraction think) e o pensamento em multiplicação para cada venda.

Exemplos de histórias e expressões de pensamento para unidade-fração problemas que envolvem zero

História

Expressões de pensamento e símbolos aritméticos.

1 - Papai deu-me este jogo. Ele custou para mim zero dólar.

1 - P¹U¹F - O jogo custou-me um todo ($\frac{1}{1}$) de zero dólar = zero dólar.

2 - Eu dei a José estes dois bini. Cada bini custou para José uma metade ($\frac{1}{2}$) de zero cent.

Um todo ($\frac{1}{1}$) de $\$0 = \0
 P²U¹F - Cada bini custou a José uma metade ($\frac{1}{2}$) de zero cent.

$\frac{1}{2}$ de $0¢ = 0¢$
 P²M - Dois brinquedos custaram a José duas vezes $0¢ =$ zero cent

É assim, sucessivamente, para $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, ... e $\frac{1}{10}$ de zero cent ou de zero dólar. Também 3, 4, 5, 6, ... e 10 vezes zero cent ou zero dólar.

Tirando uma parte fracionária de zero alimento - A criança brinca de dar e tirar uma parte fracionária de zero alimento. Mas, ela pode primeiro aprender a dividir o alimento real. As crianças podem utilizar suas frutas e doces para as lições diárias de frações.

"O número inteiro de maçãs é 6 maçãs. Eu tiro um sexto de maçãs = a uma maçã.

Ela segura sua maçã, mas, cordialmente, deixa o número inteiro intacto até que cada uma das outras 5 crianças tenham repetido a mesma sentença.

As crianças aprendem que, quando o número inteiro de maçãs é zero, a parte fracionária é zero. Entre muitos risos, cada criança faz que tira sua parte fracionária de zero frutas.

Lições semelhantes a estas tornam cada criança segura de que sabe empregar as expressões de pensamento para algum número de objetos de zero até dez.

Apresentando aos pais o que eles aprenderam.

Uma classe apresentou com muito sucesso, numa reunião de pais e professor, o programa sobre o trabalho realizado na sala de aula, referente a frações de coisas. Aqui estão algumas de suas sentenças:

- Minha escrivaminha é uma escrivaminha inteira ($\frac{1}{1}$). Ela é um todo dela mesma.

- O número inteiro de meus olhos é dois olhos. Cada olho é uma metade de meus dois olhos.

— O número inteiro de pernas desta mesa é 4 pernas.
 Cada perna é um quarto das 4 pernas. (E assim, para os 5 dedos da mão, 6 listras brancas da bandeira, 7 listras vermelhas da bandeira, etc. e finalmente):

— O número inteiro de pessoas nesta sala é 15 pessoas.
 Cada pessoa $\frac{1}{15}$ das 15 pessoas.

A esta altura, uma menina adiantou-se e disse: "Sobre esta bandeira eu tenho zero sorvete. Eu poderia servir cada um de vocês com um quinqüeto de zero sorvete." Os pais riram das palavras da menina. Neste momento, uma comissão entrou, trazendo 15 sorvetes reais.

Exemplos de histórias e expressões de pensamento para problemas que envolvem zero em Adição e Subtração

Dois histórias para 0 cent

Expressões de pensamentos e símbolos aritméticos

- | | |
|--|---|
| a) Eu tenho zero cent. Cada pessoa dá-me zero cent. | a) Zero cent mais zero cent é zero cent $0¢ + 0¢ = 0¢$ |
| c) Eu tenho zero cent. Dei meu zero cent para você, pobre criança. | c) Zero cent menos zero cent é zero cent. $0¢ - 0¢ = 0¢$ |

Quatro histórias para um cent

- | | |
|---|---|
| a) Por favor! Pai, eu tenho zero cent. Oh, obrigado, por este níquel. | a) Zero cent mais um cent é um cent $0¢ + 1¢ = 1¢$ |
| b) Mãe, eu necessito mais do que um cent. Por favor, dê-me um cent. Não, sim, muito | b) Um cent mais zero cent é um cent $1¢ + 0¢ = 1¢$ |
| c) Eu tenho um cent. Gastei zero cent. | c) Um cent menos zero cent é um cent |

d) Oh! Eu perdi meu cent d' dentro deste poço. Eu tenho zero cent.

$$1\phi - 0\phi = 1\phi$$

Um cent menos um cent e zero cent.

$$1\phi - 1\phi = 0\phi$$