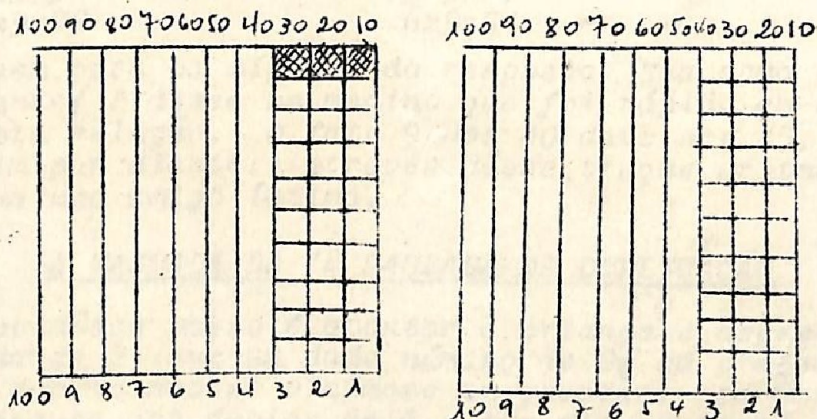


A TABUADA DE 9 NO TABOLEIRO DUPLO

A tabuada seguinte com a qual experimentamos, é, usualmente, a tabuada de 9. Esta é um desafio à mente e é uma satisfação para o professor, tanto como para o aluno ver quão rapidamente é dominada. A mente capaz de um padrão elevado de raciocínio revela sua perspicácia numa compreensão quase instantânea do princípio estrutural que relaciona a tabuada de 9 aos fatos do 10.

O "Dual Board" é usado no experimento seguinte, junto com 10 blocos de 9, 10 cubos simples e as 10 dezenas. O professor põe 3 dezenas no Taboleiro Duplo. A criança reconhece 30. As dezenas são retiradas e substituídas por 3 blocos de 9.



Queremos saber quanto é 3 vezes 9. Nós sabemos quanto é 3 vezes 10, assim, simplesmente, pedimos emprestados alguns cubos e completamos os 9s até fazer dezenas. A criança dirá novamente "30". O professor remove os cubos emprestados: obviamente temos 30 menos 3, que sabemos ser 27. "Isto é claro", foi o comentário satisfeito de um menino. Ele rapidamente inseriu 5 blocos de 9 e começou a raciocinar: "5 dezenas são 50. 5 noves são 50 - 5; deve ser 45". Continua o experimento e a criança acha fato após fato da tabuada de 9, sem ninguém lhe dizer as respostas ou auxiliar na continuação. Uma criança põe cuidadosamente os cubos, um de cada vez e representa cinco noves tirando agora, 5 cubos dos 50 emprestados pelas fileiras cheias de 10. Outra simplesmente insere os 5 noves, olha para a lacuna e exclama "50 - menos 5, 45".

$$\begin{aligned} 3 \times 9 &= 30 - 3 = 27 \\ 5 \times 9 &= 50 - 5 = 45 \\ 7 \times 9 &= 70 - 7 = 63 \\ 4 \times 9 &= 40 - 4 = 36 \\ 6 \times 9 &= 60 - 6 = 54 \\ 8 \times 9 &= 80 - 8 = 72 \\ 9 \times 9 &= 90 - 9 = 81 \\ 1 \times 9 &= 9 \\ 2 \times 9 &= 18 \\ 10 \times 9 &= 90 \end{aligned}$$

Para o professor que duvida que este procedimento levará a uma resposta imediata, contaremos como a linguagem da criança muda gradualmente. A princípio, as crianças dizem, "3 dezenas são 30, 3 noves devem ser 30 menos 3, ou 27. Em breve, elas dizem, "3 dezenas 30, 3 noves 27." "Mais tarde 27 é escrito instantaneamente, de modo que se a criança faz algum raciocínio, ela deve fazê-lo num relâmpago. Quando interrogadas como conseguiram a resposta, nossas crianças simplesmente afirmam: "Nós o sabemos agora".

Naturalmente, tal figuração só é possível se os fatos da subtração tiverem sido dominados. Por isso, a introdução da tabuada de 9 é um teste sobre se o professor faz um bom trabalho ao ensinar a computação dos números de dois algarismos e se o funcionamento mental da criança está próprio para o nível.

Há um outro experimento com os 9s no Tabuleiro Duplo que foi planejado para mostrar ~~se~~ um caminho mais rápido, ^{longo} como o total de unidades representadas por diversos nozes pode ser convertido em dezenas e unidades. A criança insere qualquer ^{de} 9s no compartimento das dezenas no Tabuleiro Duplo - digamos 4. Então o último bloco 9 deve ser trocado por 9 cubos simples. Para completar os 3 nozes para dezenas, a criança deve usar 3 dos cubos da última fileira de 9. O resto vai para o compartimento das unidades. Assim a criança descobre que 4 nozes formam 3 dezenas e um resto de 6 unidades, ou $4 \times 9 = 36$. O experimento pode ser continuado enquanto ele interessa à criança e ela obtém fatos como os seguintes:

$$\begin{array}{ll} 4 \times 9 = 36 & 3 \times 9 = 27 \\ 8 \times 9 = 72 & 6 \times 9 = 54 \end{array}$$

Agora olhem para os dígitos da resposta. Sua soma é sempre 9! "Que interessante!" disse um menino que foi rápido em compreender a vantagem desta relação. O fato 9 nos 40 deve ser 45, nos 70 devem ser 72 e assim por diante. Através desse truque aritmético a tabuada de 9 se torna uma amiga íntima.

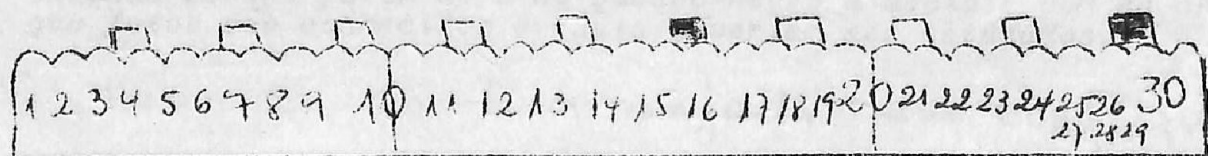
A TABUADA DE "2" BASEADA NA DUPLICAÇÃO

O objetivo desse passo é apontar à criança o aspecto característico da tabuada de 2: que um dado número de 2s dá o mesmo resultado que é obtido duplicando-se o número em questão. De uma vez que a criança está segura dos duplos de 1 a 10, ela dominará a tabuada de dois sem dificuldade alguma.

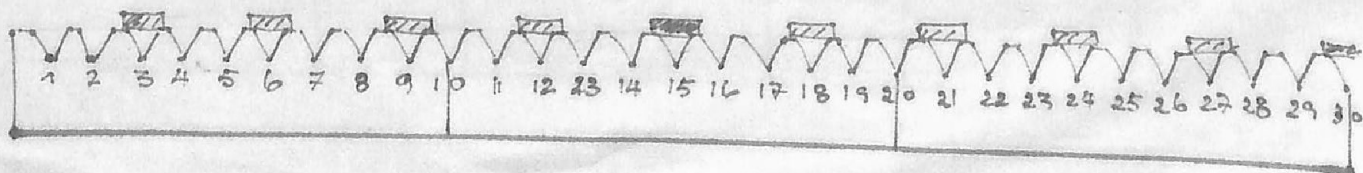
Nos experimentos seguintes, os blocos unidos e o conjunto de multiplicação dos blocos 2 são usados. Qualquer número de 2s é colocado lado a lado. Suponhamos que há 6 fileiras de blocos 2; o professor então coloca 2 dos blocos 6 em cima dos 2s. Assim a criança verifica a relação entre os dois conjuntos de blocos, e desde que ela sabe que dois 6s igualam 12, ela escreve $6 \times 2 = 12$. A criança pode então, trabalhar sozinha, descobrindo que 8 dos blocos dois igualam dois blocos oito, 4 dos de dois igualam 2 4s e assim por diante. As crianças que sabem como duplicar os números de 1 a 10, geralmente precisam somente uma demonstração para dominar a tabuada de 2.

A TABUADA DE 3 NO CAMINHÃO DOS NÚMEROS

O objetivo deste passo é levar à criança a dominar a tabuada de 3, mostrando-lhe ao mesmo tempo um aspecto novo da multiplicação. As primeiras 3 seções do Caminhão dos Números (1 a 30) são usados nestes experimentos, com os blocos 3, 8 cubos de qualquer cor, e 2 cubos vermelhos. O professor pede à criança para achar a escala 3. A criança insere um bloco 3 que alcança o marco 3 do caminhão. O professor diz-lhe para colocar um cubo no 3 como "um marco".



Um segundo 3 é inserido e alcança o seis. Enquanto isso, a criança pode registrar os passos à medida que vai prosseguindo: $1 \times 3 = 3$, $2 \times 3 = 6$ e assim por diante. O experimento continua até que os 10 marcos estão colocados e a escala está claramente visível. O professor pede à criança para apontar o último marco. É 30 e a criança sabe que ela necessita todos os 10 3s para chegar lá. O professor pode a seguir perguntar pelo quinto marco na escala. Ela o encontra no meio da escala, como 15; 5 dos 3s são necessários para chegar a ele.



Agora o segundo ato do jogo começa. Os marcos são removidos e o professor pede à criança que os ponha de volta, de acordo com suas ordens. Ele põe um cubo vermelho no fim da escala do 3, como o décimo marco. Isto é, naturalmente, 30, e ele escreve $10 \times 3 = 30$. Agora o outro cubo vermelho é posto como quinto marco-15; ele escreve $5 \times 3 = 15$. O marco seguinte subindo a escala é o sexto-18 que ele regista. A medida que isto continua para cada pico da escala de 3, a criança se torna cada vez melhor orientada, especialmente com respeito aos picos salientes 5 e 10.

A fim de imprimir⁽¹⁾ esta escala mais claramente em suas mentes, diversas crianças podem competir num jogo sempre excitante com o caminhão dos números, no qual cada criança usa cubos de cores diferentes.

Cada uma se revêsa com uma "spinner" que mostra os números de 1 a 10. Se o Spinner aponta 9, a criança coloca o marco no espaço próprio (27), em cima de qualquer outro que já esteja lá. A cor do cubo mais de cima no fim do jogo decide a que este pico pertence.

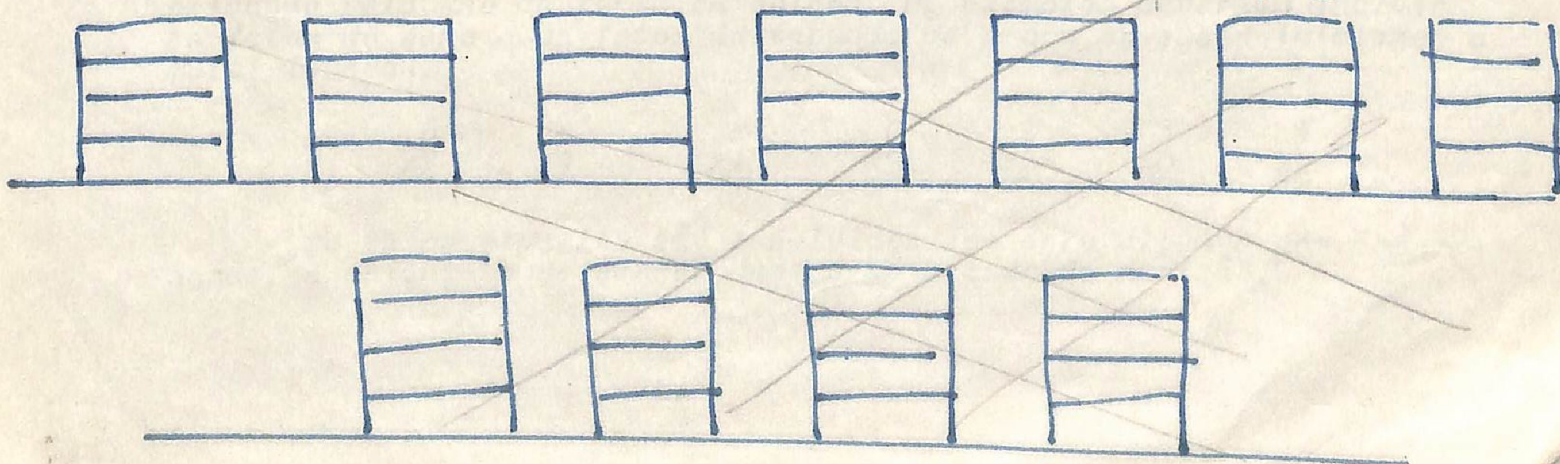
Alguns de nossos visitantes sorriem compreensivamente quando se lhes diz que o entusiasmo das do 3º ano é devido a um jogo de competição. Mas quando eles ouvem o que as crianças dizem quando colocam seus cubos, eles quase não podem acreditar em seus ouvidos. "Hi, recebi um 3 e 8×3 é 24, assim estou no cume agora! " 3×3 é 9, e aqui vai o meu cubo! " 7×3 é 21, estou certo que o "Branco" ganhará! "Tôda a escala é apontada, enquanto a figura da escala de 3 se torna inesquecível. Depois de pouco tempo, as crianças estão prontas para outra escala de número para o qual o mesmo jogo é adotado.

A TABUADA DE 6 NO CAMINHÃO DOS NÚMEROS:

O passo seguinte é mostrar como a tabuada de 6 pode ser acrescentada a estas que a criança já domina. O jogo do marco descrito previamente pode, naturalmente, ser usado para o estudo da tabuada de 6. Mas para variar, o professor pode propor um jogo de dados de "Vai e para" com o Caminhão dos Números, de 1 a 100 e os 10 blocos de 6. Quando o dado marca: "Vai" o jogador põe um bloco 6 diretamente no Caminhão dos Números até o marco 6. Com o seguinte "Vai" ele põe outro bloco até o 12. Assim, ele encontra uma baliza após outra: 18, 24, 30 e assim por diante, até 60. Ele pode se revezar com um parceiro que segura 10 cubos simples para serem colocados ao lado do Caminhão dos Números, também, como picos do 6. O jogador que primeiro alcançar 60, ganha. Ambas crianças olham para as balizas que encontraram e marcaram durante o jogo e escrevem os fatos do 6. (Este é outro jogo que pode também ser igualmente jogado por times).

Antes dos blocos serem removidos, o professor pode traçar uma tabuada desses fatos do 6 no quadro-negro e decidir com as crianças que fatos são conhecidos e quais deveriam ser estudados.

A tabuada do 4 arranjada em configurações



FATOS CONHECIDOS	PROCESSO DE PENSAMENTO ATRAVÉS DE PROCESSO	FATOS DERIVADOS
$1 \times 6 = 6$ $2 \times 6 = 12$ $3 \times 6 = 18$ $4 \times 6 = 24$ $5 \times 6 = 30$		
$6 \times 6 =$	$5 \times 6 = 30$ $6 \times 6 = 30 + 6$	$6 \times 6 = 36$
$7 \times 6 =$	$7 \times 3 = 21$ $7 \times 6 = 42$	$7 \times 6 = 42$
$8 \times 6 =$	$4 \times 6 = 24$ $8 \times 6 = 48$	$8 \times 6 = 48$
$9 \times 6 = 54$ $10 \times 6 = 60$		

O professor descobrirá, geralmente, que, conforme se vê no quadro acima, há somente, 3 fatos novos de multiplicação para serem estudados cuidadosamente: 6×6 , 7×6 e 8×6 . Descobre que o método acima de raciocínio apela para a maioria das crianças e se encarrega dos fatos a serem aprendidos.

A MÁQUINA DE MULTIPLICAÇÃO

A máquina de multiplicação é um meio para testar a multiplicação e a divisão. Tem a forma de um retângulo que tem a largura de 11 blocos unidos e a altura de 10 blocos unidos. Na extremidade, (geralmente escondida por faixas que formam uma segunda camada) há uma folha de papel na qual é impressa a Tábua de Pitágoras. Se a criança deseja verificar seu conhecimento da tabuada de 5, por exemplo, um guia vertical é colocado na quinta coluna. À esquerda da coluna há lugar para 1 a 10 blocos de 5, um abaixo do outro. Quando a faixa cobrindo esta quinta coluna é movida para baixo de lugar a lugar, ela descobre os múltiplos de 5. Se um bloco de 5 é inserido e a faixa que cobre é abaixada uma unidade, o 5 aparecerá; se dois blocos são inseridos (formando o retângulo 2×5) o 10 aparece e assim por diante, até 50. Antes de movimentar a faixa para baixo para deixar a descoberta a criança deveria experimentar seu conhecimento, usando a máquina somente para verificar suas respostas.

Ao testar a criança com exemplos de todas as tabuadas, o professor poderia abandonar a forma de equação e preparar para a multiplicação pelo uso da forma em coluna. Os exemplos deveriam incluir os fatos do zero e os fatos da tabuada de 1 com os quais iniciamos a multiplicação.

$$\begin{array}{r}
 6 \\
 \underline{\times 7}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 \underline{\times 8}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8 \\
 \underline{\times 1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0 \\
 \underline{\times 9}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 \underline{\times 6}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 \underline{\times 0}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \underline{\times 9}
 \end{array}$$

Se esses exemplos são resolvidos sem erro algum e com compreensão, a criança pode ser conduzida ao estudo da divisão.

Realizações (ACHIEVEMENTS)

Num simples diagrama podemos resumir as realizações da criança nesta etapa:

Tabuada	Técnica Estrutural
10	Estudada no Tabuleiro Duplo. O sinal e termos da multiplicação são introduzidos.
5	Estudada no Tabuleiro Duplo em relação às dezenas: dois 5s = 1 dezena, três 5s = 1 dezena + 5.
9	Estudada no Tabuleiro Duplo em relação aos 10s: $3 \times 9 = (30 \times 10) - 3 = 27$
2	Resultados encontrados por duplicação: $4 \times 2 = 2 \times 4$, $6 \times 2 = 2 \times 6$.
3	Estudo da escala 3 no Caminhão dos Números
4	Encontrada por raciocínio aritmético, baseado na estrutura de figuras de números.
6	3 fatos novos - 6×6 , 7×6 , 8×6 derivados de suas relações com os fatos conhecidos.
7	2 fatos novos - 7×7 , 8×7 - derivados de fatos conhecidos.
8	1 fato novo - 8×8 - derivado de fatos conhecidos.

Não é nenhuma motivação especial ou o interesse pelo jogo que são responsáveis pelo domínio dessa tabuada pelas nossas crianças. Quanto a isso, os jogos só tornam a aprendizagem mais divertida. Contudo, o domínio é obtido porque o aspecto característico de cada jogo mostra à criança a estrutura da tabuada que ela está estudando. Ela pode esquecer fatos isolados, mas pode reconstruí-los em sua mente, porque leva consigo a figura mental da escala como um todo e pode assim representar-se os picos especiais.

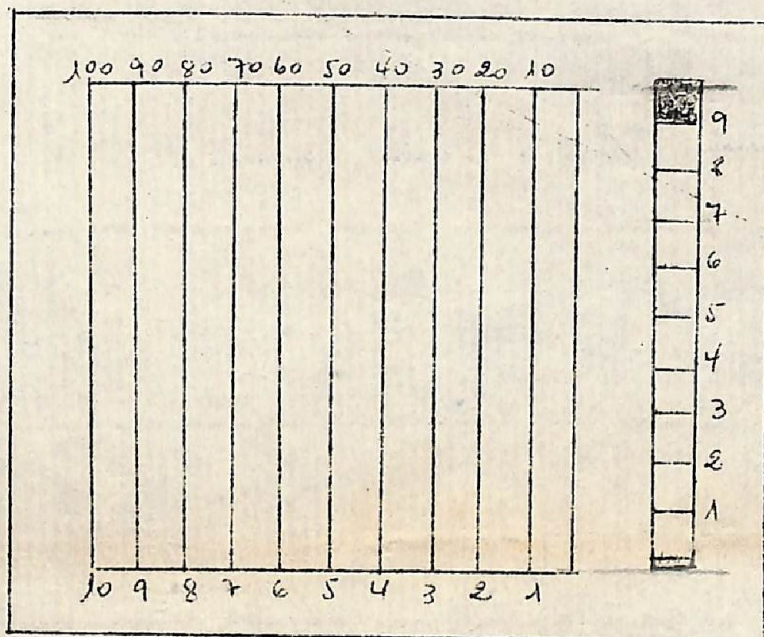
É importante acentuar que ensinamos multiplicação só depois de ter sido edificado um conhecimento fundamental de adição e subtração. Nossas crianças trabalharam com os duplos, e para elas a duplicação de 12 ou 24 é um prazer. Quando uma criança vem para auxílio terapêutico em multiplicação nós geralmente temos de conduzi-la de volta um a um, estudo completo dos fundamentos em adição e subtração.

As crianças usarão suas habilidades recentemente adquiridas em multiplicação no estudo da divisão. Nenhuma criança que tenha jogado o jogo do marco no Caminhão dos Números se sentirá perplexa quando confrontada com qualquer dos picos nas várias escalas e solicitada a encontrar quantos 3s, 7s ou 8s, (ou qualquer outro) estão contidos nele.

A criança aprende tôdas as tabuadas de modo a ter uma resposta rápida a questões tais como 3×4 . Mas o que é que representa uma resposta pronta? Representa transformar instantaneamente, os três 4s em 12 - em nossa denominação de dezenas e unidades. Se um homem nos contar que em seu passeio ele viu 3 vezes 4 pássaros voando sobre os campos, ele realmente, não nos contou quantos pássaros ele viu. Os pássaros precisam ser medidos em dezenas, nossa medida (standardt) padrão. O homem faria melhor contando que viu 12 pássaros.

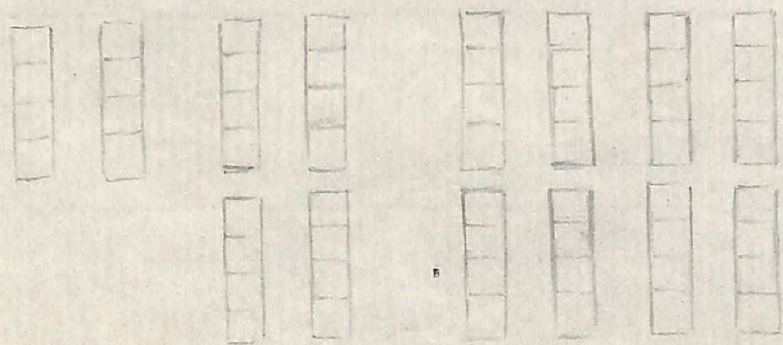
Nossas crianças viram no Tabuleiro Duplo como qualquer quantidade pode assim ser agrupada em dezenas e unidades. Esta compreensão

prepara o caminho para o estudo posterior de números denominados (computação com pesos e medidas).



"Dust Board"

"Taboleiro Dusto"



A taboada de 4 é um tab. sucedida e abastada com o sucesso processado
 tab. de 3. Assim, no entanto convenientemente varia para que se forma abastada
 de outro processo sem representação mais nitida na mente da criança
 Encaminhado a taboada de 4 não usamos os dez blocos 4 agrupados
 de 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10. O prof. pode colocar os 2 blocos 4, 2 e 2
 e assim na divisão a seguir