037 -

A R I T M É T I C A

(Tradução - Perkins - pg. 567)

Introdução - Provavelmente nenhuma matéria escolar tropeça com mais oposição por parte do aluno que a aritmética. A situação é uma das mais sérias, porque o conhecimento da Aritmética é importante desde o ponto de vista econômico. É um conhecimento necessário para o progresso de qualquer classe de previsão científica, descobrimento e invenção. As matemáticas são necessárias para guarda-livros e em muitas outras formas de trabalho, em oficinas; é preciso servir-se delas em tôda a sorte de negócios e em qualquer forma de trabalho construtivo, permanente e cuidadoso. Também em construção de pontes, carretas e fábricas e em todas as ciências descritivas e reais.

Nas ciências descritivas são necessários intrincados processos matemáticos ao por a energia baixo control ou estabelecer grandes sistemas. Usam-se em construção de aparelhos para medir os defeitos da vista e em muitas outras modalidades da Medicina, especialmente para calcular a intensidade das bactérias em vários meios e analisar a química do corpo. Em toda a parte as Matemáticas são o recurso final quando se trata de um trabalho exato. É deplorável que, como matérias escolares, sejam impopulares e se as tenham por difíceis; e o é, sobretudo; é que os sistemas escolares não exigem mais delas e não as façam interessantes para atrair ao seu estudo o aluno médio. Isto pode se fazer e o mestre capaz e competente sempre o há de fazer.

A base psicológica da Aritmética - O aprendizado da Aritmética começa pelos conceitos, indiferenciados na criança, de número, tamanho, grandeza e quantidade. Originàriamente o mundo quantitativo da criança não contém nenhuma idéia específica de tamanho o valor quantitativo. Sua primeira diferenciação é a de "mais" e "menos" como se vê, uma mera diferenciação de um campo quantitativo ou classe. A primeira idéia concreta de um número específico é a de "1"; a mais simples. Logo seu mundo quantitativa vai se desenvolvendo é numa multiplicidade de uns, em número definido. A classe além de "1" é muito, ao qual pode se aplicar igualmente palavras como "dois", "vinte" e "mil". O procedimento da aprendizagem dos números tem lugar, pois, na direção usual, a saber: o que vai do todo às partes, do indiferenciado ao diferenciado.

Como os números particulares adquirem sua primeira significação

Se o mestre supõe que a criança aprende a Aritmética por meio de um processo de treino no qual o "1" toma seu significado isolado de 1, o "2" seu significado isolado de 2, etc., nunca ensinará Aritmética. E mais: contar de 1 a 10 não é somar "uns", colocando-os cada um como continuação dos outros. Psicològicamente é a expressão verbal de uma idéia quantitativa que se vai ampliando. O 1 é uma unidade pequena; o 2 é um conjunto maior; o 3 outro ainda maior, etc. Cada um é uma tatalidade de uma grandeza dada. Por maiores que sejam exatamente as últimas grandezas e quais as diferenças relativas entre cada uma delas é algo que a criança não percebe no princípio. Compreende que "alguma cousa se está fazendo maior", que o que se chama "um", "cada vez há mais". Logo graus de grandeza 1,2,3,4, quando se comparam com 2,4,6,8 ou com 5,10,15,20, terão de se diferenciar do modelo de quantidade que caracteriza o "pensar" da criança no que o número se refere.

A igualdade dos graus e seus tamanhos relativos se descobrem sòmente quando os significados de diversos membros se diferenciam da idéia pre-existente de grandeza ou classe. Assim, quando a criança compreende realmente a diferença entre 1 e 2, comprende igualmente a diferença entre 2 e 3, entre 3 e 4. Si não puder trocar de lugar para cima e para baixo na escala quantitativa, é que não tem todavia, nenhuma idéia adequada de nenhum de seus graus.

A desgotos que as matemáticas produzem em muitos alunos é devida a uma fraca compreensão destas inter-relações dos números simples; o que não impede que se expresse nas formas características do raciocínio matemático. Recorda-se a carpa dourada. As relações são percebidas e utilizadas sem designá-las; as leis da dinâmica garantiram que assim seja e compete ao mestre procurar que as leis da dinâmica sejam seguidas adequadamente no ensino da Aritmética."

Aplicando tudo isto a situações concretas, a criança aprende a quantidade descobrindo-a. Olha um centavo e logo um grupo de centavos, descobre a diferença entre os grupos e disto se dá conta, ao princípio vagamente, como de uma diferença em pluralidade. Deve aprender a contar os grupos mediante o método de aplicação do conjunto. Pode contar, primeiro de 1 a 2; logo de 1 a 3; depois, de 1 a 4, etc. Cada processo de contar é uma unidade, uma configuração temporal que, para significar algo em absoluto nesta etapa, deve começar com "um" cada vez e chegar até ao limite do modêlo que se tenha fixado pelo seu nivel de maturidade.

<u>Relatividade do número</u> - Segundo isto, o valor de um número é tanto relativo como absoluto. Ao aprender a contar de 1 a 10, a criança descobre o valor de cada número em sua posição saliente na escola ou classe. É ajudado mediante a <u>visão</u> dos objetos contados em sua posição na escola. O quarto objeto, por exemplo, está mais longe na direção do extremo direito da fila. O primeiro está num extremo, o décimo no outro. Cada posição deriva sua qualidade de pertencer "aqui" ou "ali" de um processo de diferenciação. A "condição" de pertencer "aqui" coincide com a "desta penalidade" do número. A criança não analisa seu procedimento desta maneira, mas é assim como o leva a cabo. Eventualmente, pois, um número dado deriva sua significação de sua posição num conjunto. O 4 não sòmente é 4, mas algo maior que o 3 e muito maior que o 2 e algo menor que o 5 e muito menor que 6. Qual seja a diferença exata deve descobrir no curso da maturidade produzida pela estimulação com o uso dos primeiros.

Estas relações não são explícitas; são presentidas; tomam-se como dadas; <u>aprendidas</u>, não ditas necessàriamente.

E si não são <u>aprendidas</u> depois da maneira já descrita no caso da leitura e da escrita, não são aprendidas nunca em absoluto. Um conhecimento adequado disto significará uma nova redação dos testes de Aritmética e de Metodologia para os mestres. Na forma que temos descrito e como a pessoa que se educa a si mesma descobre o número e suas interrelações; é a maneira como o conceito de número e sua aplicação se tem desenvolvido na história do gênero humano. É a forma como as crianças o aprendem realmente.

<u>Resolução de uma simples</u> - Uma menina de segundo grau tinha uma dificuldade com a simples abstração. Um estudo de seus equívocos demonstrou que a escala de números de 1 a 9 não tinha sido diferenciada. A pequena não havia descoberto que o 2 estava ao lado de 1 na escala; que a distância entre 3 e 1 era a seguinte em grandeza e que a distância entre 9 e 1 era a maior. Assim ao princípio parecia que era exatamente o mesmo, ao restar 1 de 9, dizia 1 e 8. De idêntica maneira, a resposta de 5 era tão boa como a de 3 no problema de restar 2 de 5. Afim de fazê-lo diferenciar a escala numérica, sua professôra lhe disse um dia: "Vou dar-te vários exemplos; espera. Há um segredo que convem descobrir." Em seguida pôs estes casos: 2-1; 3-2, 4-3; 5-4; 6-5; 9-6, etc., por ordem. Pronto a criança descobriu que as respostas eram todas 1.

"Este é o segredo" exclamou. Note-se que cada um dos problemas era diferente; entretanto, estavam baseados num mesmo plano. Isto deu à criança a oportunidade de "dar-se conta" ou de "sentir" a princípio vagamente, a proximidade de cada número ao outro na escala. Logo a professôra propôs outra série com as diferenças iguais a 2; depois outra com as diferenças iguais a 3 e outra logo, com as diferenças iguais a 4. Então, descobriu o "segredo". Agora a primeira resposta à uma série de problemas era 1; a segunda era 2; a terceira 3, e assim, até que as séries esgotarem. Depois inverteu as séries. A criança se interessa interessou tanto em descobrir os segredos ocultos que trabalhou com a professôra durante duas horas sem cansar-se e ao cabo deste tempo havia já descoberto como obter as respostas por si mesma com números maiores que 9. Isto, é precisamente o que se quer significar com a expressão "fazer vital uma matéria de ensino". A vida da aprendizagem consiste no descobrimento de um plano; os princípios regem o interêsse. Neste caso o expediente de fazer que as relações surjam de modêlos se traduz em uma diferenciação mui rápida da escala dos números.

A ampliação da escala numérica - Quando a escala numérica se ampliou e a criança se enfrenta com séries de 1 a 100 o intervalo é muito longo e, si se divide em unidades do 1, demasiado detalhado e pouco adequado para compreendê-lo na escala total mediante vários saltos em diferenças particulares de 1. O homem tem reconhecido esta dificuldade em sua invensão dos sistemas de numeração falada e escrita, dividindo a escala em intervalos de igual grandeza.

Há o grupo de 10, na escala de 1 a 10; repete-se de 20 a 30; novamente de 30 a 40, etc. Há grupos de 10 e 10 grupos de 1000; 10 grupos de 10.000; 10 grupos de 100.000, e assim até chegar ao milhão e mais adiante. Quanto maior é o grupo, maiores são os sub-grupos. Tudo isto tem lugar quando os processos do pensamento humano se desenvolvem com respeito ao número, seguindo a lei da ação mínima. Toda a criança normal, em certa etapa do seu desenvolvimento mental, gosta de jogar com estas escalas e o descobrir o seu caráter sistemático é um prazer.

O sistema de grupos - O método de grupos para ensinar os números facilita a evolução das relações no pensamento da criança. Por exemplo: - Um grupo de 10 pode se dividir em 10 sub-grupos, cada um dêles igual a 1; em 2 grupos de 5, ou em 5 grupos de 2. Se a criança não se entretem com processos desta natureza durante o tempo suficiente para compreender o significado da formação de grupos, nunca estará preparado para a passagem seguinte no processo de ampliação da aprendizagem. E, naturalmente a professora não poderá apresentar de maneira adequada a matéria si ela mesma não compreende a lógica do número. Deve propôr à seus alunos os problemas mais simples, naqueles que podem procurar as primeiras formas de resposta representativa os estímulos numéricos. De novo deve se insistir que a maior parte da dificuldade que sentem as crianças ao aprender não é devida a dificuldade instrínseca da matéria ou a torpeza pela parte, senão à psicologia da associação e aos conceitos "mecanizados" que determinam a idéia do professor sôbre o que é a Aritmética e sôbre seus métodos de ensiná-la.

A aritmética pela medida - O principiante é eficazmente iniciado em Aritmética graças a simples processos de medição. Mede-se um objeto e se descobre que tem tantas polegadas de largura. Quando se considera a longitude total, a unidade particular, a polegada, fica em estado de subordinação. Então, a criança adquire as idéias de totalidade e de soma. Quando se medem vários objetos e suas grandezas totais, relacionam-se com os números que as representam; as idéias de grandezas se diferenciam muito rapidamente. É bom, também, formar objetos maiores pondo junto outros menores do mesmo tamanho e forma, como na construção do cubo e na manipulação do dominó.

Somar e subtrair - A soma e a subtração com o uso dos sinais mais (+) e menos (-), não se deve tentar antes que hajam compreendido os princípios em que se fundamentam estas operações e se haja aprendido a executá-los mediante lições objetivas. O exemplo dos sinais pressupõem a compreensão das relações entre os números com grande detalhe e si se intentar seu uso antes de que as ditas relações entre diferentes de quantidades tenham sido compreendidas, os sinais carecem de significação.

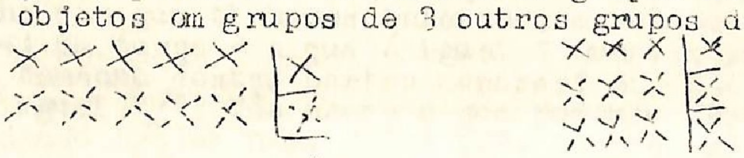
Transcrição das lições objetivas ao trabalho escrito - O simples processo de escrever no papel o exemplo de

$$2 + 2 = 4 \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +2 \\ \hline 4 \end{array}$$

supõe um nível mais alto de maturidade que aquele que se crê que é necessário ordinàriamente. Os símbolos se põem em lugar de seus significados abstratos, e quando o mecanismo de seu uso se reduz a seus termos mais sensillos os processos do pensamento que se requerem são muito abstratos. Comumente a tentativa de contar e das lições objetivas ao trabalho escrito são feitas com demasiada brusquidão. O processo de maturidade do aluno não é seguido adequadamente em sua marcha ordenada. Esta dificuldade se apresenta em todas as etapas do processo docente, especialmente nos problemas de obter, das frações, da divisão longa, dos decimais e da regra de inteiros. O método de agrupar objetos deveria empregar-se ao fazer outras trocas e mantê-lo até que a significação dos símbolos escritos dos grupos apareça suficientemente clara.

O princípio de transposição deveria ser empregado mais eficazmente. Assim, ao aprender o que significa na soma o exemplo da agrupação de símbolos, podem ser agrupados objetos contados e logo comprovar o resultado escrito com a realidade. Si as crianças compreenderam no princípio, por métodos esta lição que os números representam grupos de objetos ou grupos convenientemente escolhidos de unidades de medidas, cada degrau no processo de maturidade será mais fácil.

Multiplicação e divisão; frações - O método de agrupar iniciaria a criança nos processos de multiplicar e de dividir, ao princípio com quantidades muito pequenas. Assim 2 objetos podem ser ordenados em grupos de 1; 4 objetos em grupos de 2; 6 objetos em grupos de 3 outros grupos de dosi.



(Esquema que mostra o método de agrupação do ensino de frações com denominador distinto).

A criança aprende que dois grupos de 2 fazem 4 ou que 4 pode ser dividido em dois grupos de 2. A relação da divisão com a adição ou da divisão com a multiplicação deveria ser descoberta sôbre a função.

Uma vez mais, o método do desenho é um bem auxiliar para aclarar que a multiplicação uma marcha e outra distinta a divisão, e que a multiplicação é uma maneira abreviada de somar e a divisão uma maneira abreviada de subtrair. O método de agrupar e de manipular objetos é também útil para iniciar nas frações e em cada passagem complicada do uso das mesmas. Por exemplo, tomemos o problema de somas 1/6 e 1/4, frações que devem ser reduzidas a um denominador comum. O diagrama junto mostra como o denominador comum é 12 e como 1/6 se converte em 2/12 e 1/4 em 3/12, fazendo um total de 5/12. Êste método proporciona ao aluno o conjunto matemático de que 4 e 6 são partes.

Fontes de dificuldade - A transposição e a lei de separação (segregaciou) mostram como cada número deriva na significação do feito de ser percebido em uma grande variedade de relações. Uma das maiores faltas no ensino da Aritmética é a escolha imprópria das lições objetivas que não servem de exemplo e não relacionam dentre elas suficientemente os distintos tipos. A criança que não pode manejar um número em um exemplo dado, é aquela que não viu êste número numa variedade suficientemente grande de exemplos ao mesmo nível da dificuldade. Os princípios se compreendem ùnicamente ao vê-los aplicados numa grande variedade de situações, não o mais semelhante, sinão o mais diferente que seja possível, a menos que o princípio seja obscurecido (caso especial do trabalho máximo). O aluno segundo isto, fracasse, porque não pode fazer a transposição, e a isto se deve que êle não saiba como manejar um número que vê em um novo texto. Não se acha suficientemente familiarizado com a categoria de conjuntos matemáticos que dá ao número sua propriedade ou função no exemplo proposto. As condições da lei de segregação não foram satisfeitas.

Exemplos de marcha gradual e de transposição. O que segue é uma explicação da marcha gradual e da transposição no ensino de iniciação nas frações. Primeiro; mostram pelo método gráfico, as frações 1/2, 1/3, 2/3, etc. - Dê-se logo a questão de como se somam as frações;

Primeiro passo - Pensaste alguma vez por que podes somas 2 e 1 e obter 3? É porque 2 é igual a dois "uns" e 1 igual a um; diz-se que 2 é igual a duas partes e 1 igual a uma parte e todas as partes são do mesmo tamanho. Podes somar 3 e 4 e obter 7 porque 3 uns e 4 uns são 7 uns; há 7 cousas, 7 partes do mesmo tamanho. Si não forem do mesmo tamanho não poderias somá-los. Tomemos agora 1/2 (com ajuda de um desenho, ou de um objeto, um croqui, por exemplo) e outro 1/2. Que são 1/2 e 1/2? É fácil de ver que são 1. Da mesma maneira se pode somar 1/3 com 1/3 ou com 2/3. Faz-se a mesma operação com quartos, quintos e sextos.

Mas suponhamos agora que temos de somar 1/3 e 1/2. 1/2 é maior que um 1/3. Estas partes não são de igual tamanho? Quanto serão 1/2 e 1/3? Não, não podem somar-se tal como estão. Mas si duas partes do mesmo tamanho podem ser somadas, que faremos com 1/2 e 1/3 para podê-las somas? Fazer de modo que se transformem em partes do mesmo tamanho.

Segundo passo - Vejamos como se faz isto (desenhe-se um círculo dividido em terços; e outro círculo dividido em meios). Pode alguem pensar a maneira de dividir êstes dois círculos em partes, de tal modo que tenhamos um 1/2 e um 1/3 dêles e ao mesmo tempo as partes sejam de igual tamanho? Que acontecerá si dividirmos um destes terços em duas partes? E logo o outro? Pode alguem dizer-me, quando tiver de dividir todos os terços, quantas partes teremos? Vejamos agora o trabalho com que tinhamos iniciado, marcando com linhas mais grossas e dize-me; um terço - a que é igual ? Quantas partes tem cada terço? Qual é o tamanho destas partes menores? Si, são sextos - A quantos sextos é igual 1/3? Vês agora o que podemos fazer? Podemos somar 1/3 e 2/6 mudando 1/3 em 2/6, 2/6 e 2/6. Quantos são? Exatamente tanto como se somarmos 1/3 e 1/3, unicamente que as partes são menores e temos mais delas.

Cortemos agora a outra figura. Que devemos fazer com esta para ver si nos é possivel somar 1/2 e 1/3? Suponde que dividimos cada metade em duas partes. Quantas partes teremos ao todo? Quatro. Não podemos somá-las com os terços porque as quartas e as terças não são do mesmo tamanho. Pode alguém indicar-me algum meio ?

E que sucederá se dividirmos cada metade em três partes? Podemos fazê-lo? Quantas partes teriamos ao todo? Teremos metade num caso e terços em outro? Agora os temos. Temos partes do mesmo tamanho. 1/3 é igual a 2/6, e agora temos falado que 1/2 é igual a 3/6. Podemos somá-los? 3/6 e 2/6, quantos sextos são? Agora vejamos a prova. Supondo que temos 2/2 e 2/2. Qual será a resposta? Dois. Por que não 4/4? Porque 3/6 e 2/6 não são 5/12? (Passa-se a outras frações um pouco maiores e aumentando-as pouco a pouco).

A divisão longa nos oferece outro exemplo de como a marcha gradual e a transposição são necessárias se o material tem de ser compreendido pelo aluno. Comecemos com um exemplo simples, tal como 8 dividido por 4, escrito do mesmo modo como si se tratasse de fazer uma operação longa; logo 88 dividido por 4; logo 888 dividido por 4, explicando o valor de pôr debaixo o primeiro 8, subtrair e baixar o 8 seguinte. Logo um exemplo com 52 dividido por 4. Aqui o aluno pode descobrir por si mesmo a razão de baixar o 2 para pô-lo junto ao resto 1, formando deste modo 12, que contem três vezes 4. Passa-se depois a números maiores. Pondo os exemplos de dividir 16 por 8; 168 por 8; 1616 por 8; 176 por 8; 279 por 8, etc.

A maior dificuldade de divisão longa está no cálculo de memória do número do quociente. É assim porque a escala numérica não acha suficientemente diferenciada no momento em que se começa a divisão longa. Afim de facilitar a solução deste problema, faz-se numerosas transposições com passos muito breves até dar a conhecer à criança as relações menos familiares na escala numérica. Assim; divide-se 3276 por 16, O quociente de 32 por 16 é fácil de advinhar, Agora faz-se o mesmo com 3742 dividido por 16 e 5480 por 16, aproximando-se gradualmente 6432 dividido por 16. Repete-se com outras divisões pequenas, passando gradualmente à segunda dezena, à quinta, à sétima, com dividendos parciais fáceis de resolver no princípio. Propondo logo exemplos mais difíceis. Quando o aluno tropeça com alguma dificuldade, detenhamos imediatamente e faz-se a transposição para outros problemas que levem a mesma dificuldade, primeiro em suas formas mais simples e logo nas formas mais difíceis. A dificuldade na aula de Aritmética consiste em fazer os passos demasiados bruscos.

<u>Normas para o ensino da Aritmética.</u> As sugestões seguintes foram observadas pelo professor de Aritmética:

1) Deveriam usar-se problemas com significação que se adaptem aos interêsses da criança. Os cursos preparados deveriam modificar-se para ajustá-los à situações particulares.
2) O mestre sempre deverá explicar totalmente os novos problemas, Estas explicações devem apresentar-se numa linguagem que a criança possa compreender; mas seguindo o plano sistemático sensivel sôbre o qual tenha de basear-se as relações numéricas em cada nivel particular.
3) Cada novo problema e operação deveria proceder lògicamente daqueles que a criança já tenha descoberto, afim de que o aluno esteja em condições de ver as relações sôbre a marcha. O desenvolvimento do discernimento da criança deve seguir uma marcha gradual.
4) Os problemas devem ser definidos e legíveis para a criança, e sempre deveriam estar cuidadosamente ilustrados. Existe a intenção de não oferecer suficiente ilustração ou de não proporcionar bastante <u>variedade</u> de exemplos para um nível determinado, afim de permitir a facilidade dos processos de transposição, de que depende o progresso.
5) A criança não deveria memorizar as operações; deveria aprendê-las mediante a compreensão dos números em relações novas. Cada passo é uma descoberta de uma relação.
6) O mestre deveria fazer perguntas sôbre os problemas para certificar-se de que a criança compreende o que está fazendo.
7) Preparar um relatório ou conto sôbre o problema da tarefa com mais significação que garanta um interêsse maior por parte da criança. A legenda e a cultura podem ser postas à contribuição em cada etapa do progresso da criança.

Traduzido por L. Godira Cronetti.

083x.

UM CASO EM ARITMÉTICA

Paulo era um menino de 11 anos de idade, pertencente ao 6º grau de sua escola. Seu pai e sua mãe eram ambos graduados de uma escola preparatória. Lia muito bem, agradava-lhe muito as biografias e se regosijava com as narrações de inventos e descobrimentos.

A mãe de Paulo dizia; "Êle não tem o mínimo sentido de aritmética. A nota 20 obtida por Paulo no test de Woody-Mc Call, Forma 2, estava um pouco abaixo da média normal para êste grau. Tudo indicava que a coisa não ia mal de todo em relação com seu rendimento em aritmética. Uma nota destas, em geral, indica um conhecimento do que é fundamental. Enganou-se nos problemas 3,5.14 e 18. A resposta de Paulo foi:

Prob.n. 3	Prob. n.5	Prob.n.14	Prob.n.18 Multiplicar
$9\overline{)27}$ → 4; 27	4x8 = 24	8)5856 → 757 1/4; 54; 45; 40; 56; 54; 2	8754 x 8 = 69,824

Sua dificuldade na resposta ao problema <u>14</u> de 7x8=54. Cometeu êste êrro duas vêzes no problema. No nº 18 cometeu dois êrros: 8x4=<u>24</u> e 7x8= <u>54</u>.

Se lhe proôs o Test de inventário de Wisconsin, nº 3 (multiplicação). Este test compreende 100 combinações simples. Paulo cometeu os seguintes êrros:

Em tôda combinação de zero
6x4 = 25
4x6 = 25
7x8 = 54
8x7 = 54
9x9 = 72

Depois se lhe propôs o test 1 (adição) e o test 2 (subtração) dos testes de inventário de Winconsin. Paulo cometeu dois equívocos no primeiro e nenhum no segundo. Se lhe propôs o test nº 3 (multiplicação de números inteiros), Forma A, do test de diagnóstico em aritmética, de Compass. Na primeira parte dos fatos fundamentais da multiplicação, se equivocou nas seguintes combinações:

Em tôdas as combinações de zero
6x4 = 25
4x6 = 25
8x7 = 54
4x9 = 27
1x2 = 3

Paulo cometeu outro êrro na terceira parte: 24 e 2 igual a 22.

O resumo de todos os seus êrros ajudará o leitor a compreender as causas do desânimo de Paulo em aritmética.

Equívocos cometidos por Paulo
nos três "Tests"

Combinações	nº de equívocos	Percentagem dos equívocos
Em zero	30	48%
7x8 ou 8x7	11	17%
6x4 ou 4x6	7	10%
4x8 ou 8x4	7	10%
4x9 ou 9x4	4	7%
Outros êrros	4	7%
Total de êrros	63	99%

As dificuldades acima mencionadas foram exclusivas de Paulo nas combinações fundamentais dos números inteiros. Eram o mais persistentes que podiam ser. Sempre que se encontrava com a multiplicação por zero e também 7x8 ou 6x4 dava a mesma resposta.

O autor esteve interessado em descobrir porque Paulo dava a resposta de 25 ao produto de 6x4.

Disse o menino que o havia tirado de sua cabeça."Naturalmente, agora o sei e não tenho que tirá-lo da cabeça. Porém nem sempre o soube. Sabia que 5x4 são 20. Então acrescentava 20 e 5 junto e obtinha 25." Paulo acreditava que 6x4 eram 25. Se lhe pediu que contasse 4 grupos de 6 linhas cada um. Quando chegou à penúltima linha e encontrou o resultado 23, se deteve e exclamou: "Algo está errado. Há só 24". Contou as linhas por segunda vez, assegurando-se antes de que havia 4 linhas em cada grupo.

Paulo explicou como obteve a resposta de 54 produto de 7x8.

Seu modo de raciocinar era semelhante ao exposto antes: "sabia que 6x7 eram 42 e que 2x6 eram 12. Então somava 42 e 12 o que me dava 54." Não soube dizer porque tirava 8 do produto 0x8, porem acreditava que 8 era a verdadeira resposta.

Aqui temos o quadro de um menino de 6º grau, com inteligência média, tudo embrulhado e desanimado em aritmética por causa de umas poucas respostas equivocadas que haviam chegado a ser habituais nele. Verifiquei que simplesmente havia fracassado em aritmética. Seus pais e mestres estavam crentes de que não tinha a capacidade natural necessária para sobressair na dita matéria.

A peor parte do caso é que os mestres que haviam trabalho com êle durante vários anos não tinham descoberto porque o menino fracassava em aritmética. Foi uma lástima que os mestres não tiveram conhecimento das capacidades, conhecimentos, atitudes e técnicas que lhes haveriam revelado as dificuldades no momento mesmo em que houvessem aparecido, desde o primeiro instante.

Em uma hora, um observador entendido descobriu quais eram as dificuldades específicas do menino e em que combinações fundamentais se davam.

Estas dificuldades foram escritas com tinta roxa em um caderno de notas, ao qual se pôs este título: - Meu livro de dificuldades.-

Eis aqui

Dificuldades nas combinações simples:

1. Nenhuma dificuldade na soma.
2. Nenhum dificuldade na subtração.
3. As seguintes dificuldades na multiplicação:
   a. Tôdas as combinação de zero.
   b. 7 x 8 = 56
      8 x 7 = 56
   c. 6 x 4 = 24
      4 x 6 = 24
   d. 8 x 4 = 32
      4 x 8 = 32
   e. 9 x 4 = 36
      4 x 9 = 36

Quando se disse a Paulo que estas eram suas principais dificuldades e que poderia vencê-las em muito pouco tempo, se sentiu feliz. Levou seu Livro de dificuldades a sua mãe. Na manhã seguinte voltou a escola gritando cheio de satisfação: "Já o achei".

O que haveria tido importância para Paulo era que seu mestre houvesse descoberto seus equívocos a tempo e os houvesse corrigido imediatamente. Na escola nos encontramos com milheres de casos de meninos e de meninas em situação que, se fôsse conhecida, seria muito semelhante a de Paulo.
