

Mathématique

RÉSEAUX

80 feuillets

OCDL 65, rue Claude-Bernard, Paris 5^e

por William A. Brownell

*The Elementary School Journal - 1947*Definindo Significação

Nos últimos 20 anos, tem aumentado, na literatura sobre o ensino da aritmética, o uso das palavras significação (meaning), significativo (meaningful) e significativamente (meaningfully).

Para algumas pessoas, esses termos parecem ser nada mais do que - palavras - meros itens no vocabulário da educação elementar moderna - adotadas porque na ocasião estão na moda.

Para outras, estas palavras servem como símbolo de um vago protesto contra o que chamam de aritmética tradicional, apesar deles pouco terem a oferecer em substituição senão levadas intenções. Para outros, - ainda, os termos são próprios para usar em relação com as experiências de aritmética que surgem das necessidades sentidas pelas crianças. Essa terceira modalidade diferente das duas primeiras é mais decisiva. - Implica certas condições de aprendizagem e motivação. As crianças vêm a oportunidade de usar as suas idéias e habilidades aritméticas para completar alguma coisa, e usar tais idéias e habilidades para estes - propósitos.

Devemos, porém, neste ponto, distinguir entre o que chamarei a significação de alguma coisa (meaning of) e a "significação de alguma coisa para alguma coisa" (meaning of a thing for something else); abreviando, entre "significação de " e "significação para". Eu conheço - pouca coisa sobre a significação da bomba atômica, porque não tenho os conhecimentos necessários para a compreensão exata, mas penso que sei bastante sobre o significado da bomba atômica para outras coisas - para a paz ou para a destruição da nossa cultura, por exemplo.

A distinção que estou sugerindo, não é nenhuma sutileza verbal e nem tão pouco um problema teórico. O não reconhecimento da diferença - entre a "significação de " e a "significação para" torna difícil para aqueles que estão interessados no melhoramento do ensino da matemática, concordar sobre os processos. Usamos as mesmas palavras porém - em sentido diferente. A terceira modalidade, isto é, que as crianças dão significação (meaningful) às experiências aritméticas quando elas usam aritmética em relação às necessidades da vida real - isto se relaciona com a "compreensão para". Por este motivo, alguns preferem chamar às experiências aritméticas significativas de preferência compreensivas.

Por outro lado, assim como o valor da bomba atômica é encontrado - num conjunto de ciências físicas assim as significações aritméticas - são encontradas na matemática. Elas não as encontram na vida diária, ou de elas (as significações) são normalmente estabelecidas, são por - aqueles que, normalmente, os possuem. Elas (as significações) devem ser - procuradas nas relações matemáticas do sujeito, dos seus conceitos, generalizações e princípios.

Deste modo, a criança tem uma experiência de aritmética significativa, quando se encontra numa situação que faz sentido matemático. Ela se comporta - se com compreensão a respeito de uma situação quantitativa - quando sabe o que fazer aritmeticamente e quando sabe como fazê-lo; e possui as compreensões matemáticas quando entende aritmética como matemática. Em aritmética, então, significação de pode ser definida como compreensões matemáticas e é nesse sentido que a palavra vai ser usada nesse artigo.

Eu falei de significações como se fossem absolutas - como se alguém tenha compreensão completa ou nenhuma. Em termos de aprendizagem, porém, as compreensões são relativas, não absolutas. Há graus de

compreensão, grãos que podem ser chamados extensão, exatidão, profundidade, complexidade; e o desenvolvimento em compreensão tem lugar em qualquer destas dimensões. Para bem poucos aspectos da vida ou do currículo (incluindo matemática) procuramos levar a compreensão a seu máximo desenvolvimento. Ainda mais, qualquer que seja o grau de compreensão que desejamos que as crianças tenham não podemos proporcioná-la toda de uma vez. Pelo contrário, paramos em diversos estágios com diferentes conceitos; fazemos deste estágio de compressão um alvo, mais tarde almejamos mais alto e assim por diante.

*levar a adqui-
rir*

Aritmética Significativa:

Aritmética Significativa (meaningful) em contraste com aritmética sem significação (meaningless) refere-se à instrução deliberadamente planejada para ensinar significações (meaning) aritméticas e para tornar a aritmética compreensiva para as crianças através de suas experiências matemáticas. Nem todas as significações possíveis são ensinadas e nem todas são ensinadas em toda a sua extensão. Aritmética significativa (meaningful), portanto, pode ser considerada como ocupando um lugar bem à direita numa escala de significação (meaningfulness). Por outro lado, aritmética sem significação (meaningless) ocupa um lugar bem à esquerda da escala mas não no ponto zero, pois não é possível haver uma aritmética completamente sem significação. Seu conteúdo é ensinado sem intenção especificada para desenvolver significações e as significações que são apreendidas, são adquiridas acidentalmente e em grande parte devido ao esforço do próprio aluno.

*levar a dar **

As significações aritméticas podem ser agrupadas sob diversas categorias.

Eu sugiro quatro:

a) Um grupo consiste numa grande lista de conceitos básicos. Aqui, por exemplo, estão os significados de números inteiros, de frações ordinárias, de frações decimais, de porcentagens, e, como muitos diriam, de razões e proporções. Aqui pertencem também, os números denominadores (denominate numbers), nos quais existem somente pequenas divergências a respeito das unidades que devem ser ensinadas. Aqui também estão os termos técnicos em aritmética - reserva (addend), divisor, denominador comum e assim por diante e, ainda, temos diversas opiniões sobre quais os termos que são essenciais e quais os que não o são.

*com didas de
tempo e
comunidade
dos com
decompo-*

b) Um segundo grupo de significações aritmética inclui a compreensão (understanding) das operações fundamentais. As crianças devem saber quando somar, subtrair, multiplicar e quando dividir. Elas devem possuir este conhecimento e também o que acontece aos números usados quando uma determinada operação é usada.

Se os novos livros didáticos possuem provas de confiança evidentes sobre o assunto, a tendência para o ensino das funções das operações básicas estará bem estabelecido. Poucas mudanças nos mais recentes livros didáticos em comparação aos de 20 anos atrás são mais impressionáveis.

c) Um terceiro grupo de significações é composto dos mais importantes princípios, relações e generalizações da aritmética, dos quais os seguintes são típicos: "quando o zero é adicionado a um número o valor dele não se altera." "O produto de dois fatores abstratos permanece o mesmo, indiferente qual dos fatores é usado como multiplicador." "O numerador e o denominador de uma fração podem ser divididos pelo mesmo número sem mudar o valor da fração."

d) Um quarto grupo de significados relaciona-se com a compreensão do nosso sistema numeral decimal e a sua função em racionalizar nossos processos de cálculo e nossos algoritmos. Aparentemente aumenta a tendência de dedicar mais atenção para a significação dos grandes números em termos de avaliar o lugar dos seus dígitos (meanings of large numbers in terms of the place values of their digits).

Também há uma forte tendência para racionalizar as operações ^{de cálculos} computativas mais simples, tais como "carregar" em adição e "pedir empresta" na subtração, mas há dúvida quanto a estender muito longe a racionalização na multiplicação e divisão de números inteiros e frações. + trans-
portar

É um erro supor que aritmética significativa seja coisa nova, algo tirado do conjunto todo, durante estes últimos vinte ou vinte cinco anos. Três anos atrás participei de uma conferência sobre aritmética - um estado do sudoeste. Ocupei meu tempo, principalmente, em provar como a aritmética pode ser matematicamente razoável para as crianças. Ao concluir a conferência, um membro idoso, diretor de um colégio elementar, contou-me, que o supervisor do ensino trinta anos antes havia sido dispensado porque persistentemente advogava os mesmos processos que eu havia descrito.

Se há qualquer coisa de único quanto ao nosso atual interesse em aritmética significativa é porque em primeiro lugar, o interesse está mais generalizado do que antes, e, em segundo lugar, abrange não somente uma parcela, porém todo o conjunto da aritmética.

Em tempos idos, começando, com Pestalozzi, empreendimentos para tornar a aritmética significativa, limitaram-se, na grande maioria das vezes, às classes primárias. É verdade que alguns estudiosos do assunto e alguns professores de matemática de curso secundário estavam perturbados porque a aritmética dos cursos mais altos (porcentagem, por exemplo) não fazia sentido para as crianças, porém pouco fizeram a este respeito. Alguns, ainda, poucas razões encontravam para preocuparem-se sobre o sistema absurdo da aritmética ensinada nas classes mais atrasadas. Nos últimos anos, estes indivíduos enxergaram a razão e, hoje, estão ansiosos para que toda a aritmética seja ensinada significativamente (meaningfully) desde o jardim de infância até as classes de oito ou nove graus. *graus até ao nono*

INTERESSE CRESCENTE EM SIGNIFICAÇÕES ARITMÉTICAS.

A razão principal do nosso interesse vital nas significações aritméticas consiste, penso eu, no mau êxito provado dos programas relativamente sem significação (meaningless). Estes programas não produziram o gênero de competência aritmética que o ajustamento inteligente da nossa cultura requer. As provas deste mau êxito têm surgido de diversas fontes.

Os professores estão familiarizados com três espécies de evidência da fraqueza da aritmética ensinada nas escolas elementares no decorrer dos últimos trinta anos:

- a) evidência de episódios que ilustram a incompetência de adultos nas suas atividades práticas;
- b) evidência de testes e testemunho das forças armadas, os quais tiveram grande publicidade;
- c) a experiência dos professores de matemática acima do grau elementar.

Existe ainda mais um corpo de evidência de força similar - As conclusões das pesquisas.

Muito antes da 2ª guerra mundial, investigadores educacionais revelaram deficiências na instrução da aritmética. O estudo de erros, por exemplo, revelou processos faltosos, cuja única explicação só pode ser atribuída aos fatos de parte das crianças. Testes e entrevistas revelaram a mesma incerteza e confusão.

Ainda outras investigações, através um ataque frontal aos problemas de instrução, revelaram que aritmética significativa atualmente paga dividendos. Ao menos protege as crianças dos erros absurdos comumente feitos sob outros programas de instrução.

Nenhuma explicação para o interesse presente na aritmética significativa seria completa se as razões fossem procuradas tão somente no campo da aritmética.

aritmética é apenas um dos sujeitos do currículo da escola elementar.

Nos últimos vinte anos ou mais o currículo da escola elementar tem sido objeto de contínua e animada discussão. O seu conteúdo foi re-examinado a luz das finalidades da educação elementar, e os métodos de instrução empregados no ensino têm sido criticamente avaliados. Nesta fermentação geral sobre o currículo, era quasi impossível que a aritmética escapasse à atenção ou que nossa perspectiva da aritmética e da metodologia da matéria permanecesse inalterada enquanto que nos pontos de perspectiva do currículo geral da escola elementar estava passando por uma reorganização drástica. Nossa reflexão sobre o currículo inevitavelmente teve repercussão no nosso modo de pensar sobre a aritmética e a nova insistência sobre o ensino significativo de outras matérias, naturalmente, nos conduziu a necessidade de um ensino significativo da aritmética.

O corpo docente de um colégio e até, certo ponto, o público em geral estão se inteirando do erro em tratar aritmética como um instrumento (tool subject). Classificar a aritmética no instrumento, ou como uma habilidade, ou como um exercício de disciplina, é desastroso. Tais caracterizações, virtualmente, destacam habilidade mecânica e fatos isolados como principais resultados do ensino, prescrevem exercícios disciplinares como métodos de ensino, e encorajam o aluno a decorar, como se este fôra o principal ou único meio de aprender.

Em tais programas, significações aritméticas do gênero apontado acima têm pouca ou nenhuma utilidade. Sem estas significações para coordenar habilidades e ideias em um sistema inteligível e unificado, os alunos de nossas escolas por muito tempo tem "dominado" habilidades que não entendem, as quais eles somente podem usar em situações paralelas - aquelas que aprenderam, e as quais imediatamente esquecem.

OBJEÇÕES AO ENSINO DA ARITMÉTICA SIGNIFICATIVAMENTE

Não quero assegurar que uma vitória completa foi obtida para a aritmética significativa. Há ainda oposição se bem que está declinando tanto em extensão como em vigor. Poucas são as pessoas, em 1946 - 1947, que desejam falar abertamente contra a aritmética significativa. Apesar de tudo existem ainda dúvidas, que merecem ser examinadas.

Estas dúvidas, expostas interrogativamente tomam as seguintes formas

1. Serão as significações realmente necessárias para a aprendizagem da aritmética?
2. As significações que se requer, não serão elas muito difíceis para as crianças aprenderem?
3. A explicação das significações de aritmética não estará tomando tanto tempo, tempo este tão prolongado, que outros aspectos mais importantes da matéria sofrem?
4. Suponhamos que as significações são compreendidas e funcionam? Serão realmente empregadas? não estarão intervindo no raciocínio?

Começemos pela primeira pergunta "Serão as significações realmente necessárias para a aprendizagem da aritmética?" Se esta questão é interpretada como se fôsse preciso entender processos unicamente com o fim de calcular exatamente, a resposta, geralmente, usada pelas pessoas, que tem pouca fé na aritmética significativa, para tais pessoas, a finalidade da aritmética é produzir hábitos de rápido e correto cálculo. Sob seu ponto de vista, as significações nada contribuem para este fim, e podem até derrotá-lo.

A contribuição de significações é óbvia porém, si encararmos aritmética como um sistema lógico de pensar

O sistema está claramente dependente de conceitos significativos, - incipientes e expressões de afinidade, e pouco ganharíamos em trabalhar neste ponto. Mas, apesar de tudo, significações contribuem para o ensino, não importa qual a espécie de aritmética que tenhamos em mente, mesmo quando consideramos seu motivo principal o desenvolvimento da habilidade de calcular.

Para tornarem-se úteis, os hábitos de cálculo devem ser restringidos. Como já foi dito, habilidades que foram aprendidas mecanicamente, com um mínimo de significação ligeiro deterioram. Para mantê-las vivas, é necessário praticar incessantemente. Porém, as condições de vida nos proporcionam poucas ocasiões para praticar continuamente e, uma vez cessado o exercício escolar, habilidades sofrem. Para serem úteis, ainda, os hábitos de cálculo devem ser adaptáveis a uma grande variedade de circunstâncias, e habilidades mecânicas, mesmo quando aprendidas não podem enfrentar este teste. Portanto, mesmo que o critério seja retenção ou valor funcional, a aritmética sem significação é omisssa na sua única pretensão - garantir competência em calcular.

A pergunta seguinte refere-se à dificuldade dos entendimentos requeridos pela aritmética significativa. Como ilustração das dificuldades excessivas de significações, os antagonistas da aritmética significativa reduzem o assunto a um absurdo por acrescentar a pergunta, "Seriamente, então, é uma criança da 5ª classe obrigada a racionalizar a divisão de 458,605 por 79 ou multiplicação 3.709 por 368?"

A resposta a ambas as perguntas naturalmente é a mesma "Não". As racionalizações nos dois cálculos citados seriam difíceis, mas não impossíveis, para o adulto sofisticado; mas a dificuldade residiria não tanto nos princípios de matemática envolvidos, como na linguagem que seria preciso empregar - tanto o racionalizador como o ouvinte perder-se-iam nas palavras. Nenhum defensor da aritmética significativa espera que alunos do 5º ano possam racionalizar exemplos desta qualidade, porém não é impossível que os mesmos alunos possam racionalizar a divisão de 462 por 6 e a multiplicação de 8 por 49.

Se as crianças podem explicar o cálculo nestes exemplos simples, podem entender que os mesmos princípios aplicam-se aos processos mais complexos e esse conhecimento dá-lhes confiança na sua aprendizagem e respeito pelo que estão aprendendo. Estas atitudes que são grandemente presadas pelos expoentes da aritmética significativa, são aparentemente, digo, aparentemente, - de pouca consequência para os seus críticos. Os últimos, levantando a questão pretendem revelar a inutilidade do ensino de significações, atribuindo culpas da deficiência de pensar em termos absolutos. Esta deficiência apontada anteriormente neste artigo, - consiste na crença de que significações, quando ensinadas, devem ser levadas ao limite de seu desenvolvimento. Em nenhum programa de aritmética significativa que eu tenha visto, dispende-se algum esforço sério para estender a racionalização além dos processos de multiplicação e divisão.

A terceira objeção à aritmética significativa, expressa interrogativamente, é:

"O tempo necessário para explicação de significação, não torna o ensino excessivamente dispendioso? Se tomarmos tempo para este fim, não estaremos sacrificando outros aspectos do assunto?" A explicação de significações (meanings) toma tempo. Não resta a menor dúvida a este respeito, mas, quanto ao aspecto econômico, é outro assunto.

Comparativamente poucas pesquisas foram feitas, porém, a experiência é grande para poder apoiá-las, e adeptos da aritmética significativa estão convencidos de que paga a pena ensiná-la. Eles admitem que ensinar o valor da posição (place value), por exemplo, toma tempo; mas argumentam que os lucros totais por si só compensam o tempo tomado. Eles salientam que somente com um conhecimento de "place value" é possível compreender números maiores. Eles também fazem notar que, entendendo o "place value", ajuda as crianças a compreenderem muitos dos nossos processos computativos ("levar" na adição e "pedir emprestado" na subtração). Os valores das significações são cumulativos. Se uma explicação adequada de significações aparenta ser morosa no começo, mais tarde ela pode ser mais rápida, e não somente rápida, porém melhor baseada, - buscando com isso todo o conjunto. No final, tempo gasto em desenvolver significações, não é tempo perdido, porém ganho.

A última das quatro objeções para a aritmética significativa, que estou considerando, refere-se à maneira em que significações funcionam

relação ao modo de pensar em termos de quantidade. Uma vez aprendidas as significações, são elas de utilidade? É certo que elas facilitam o pensar? Não será possível que elas nos prejudiquem ao modo de pensar que precisamos usar nas situações aritméticas?

Dúvidas concernentes ao valor funcional das significações aritméticas me parecem ter origem nas noções defeituosas que se referem à natureza do pensamento inteligente. As falhas são expostas numa crítica oferecida por aqueles que veem pouco valor em significações aritméticas saber:

Ensina-se às crianças todo esse assunto de dezenas e unidades, interpretando como "leve" nas adições. Portanto, para o exemplo $47+36$, faz-se as crianças dizerem: "Sete unidades e seis unidades são treze unidades. ~~Escreve-se três para as unidades na coluna das unidades e seis unidades são treze unidades.~~ Escreve-se 3 para as unidades na coluna das unidades, e "leva-se" dez que sobram dos treze. Soma-se as dezenas um e quatro, são cinco; cinco e três são oito. Escreve-se o oito na coluna das dezenas."

Qual é o motivo de fazer as crianças repetirem tudo isso? Além disso, uma vez que elas aprendam a dizer, será que continuarão a repetir esta fórmula sempre, e assim retardando seus pensamentos sem necessidade?

Ha razão para fazer as crianças empregarem sempre a fórmula nas primeiras experiências com tais exemplos, pois, um assim fazendo, elas ganham um conhecimento (insight) da análise racional do processo. Ninguém, porém, deseja que as crianças continuem as longas explicações indefinidamente, e ha pouca probabilidade delas assim fazerem. Eliminar e atalhar são características da nossa economia de pensamento. Palavras inúteis, tendem a ser eliminadas uma vez cumprida sua finalidade.

Exponentes da aritmética significativa, como seus críticos, esperam plenamente que as crianças cheguem eventualmente a um padrão de pensamento abreviado para o exemplo citado: sete, seis, treze; escreva-se três, leva-se um. Um, cinco, oito; escreva-se oito. Mas, note-se a palavra "eventualmente". A maneira abreviada de pensar não é atingida imediatamente, mas por etapas, a começar pela primeira declaração completa, e procedendo, sem perda de entendimento, ao padrão econômico final.

Além disso, exponentes da aritmética significativa e da aritmética sem significação, possuem entendimentos relativamente plenos dos números e do processo apresentado pelo fato de $3+9=12$. Estes entendimentos não interferem com a conclusão de que 12 está correto, imediatamente após a apresentação do problema $3+9$. A resposta é instantânea. Para tais itens aritméticos, o processo de simplificar foi usado até ao limite praticável. A mais cuidadosa introspecção não consegue revelar a operação de significações, tão rápida chega a resposta.

** **

* *

*

VALORES DA ARITMÉTICA SIGNIFICATIVA

Quanto às objeções mais comuns à aritmética significativa, é sp. procurei enfrentar estas objeções, ao mesmo tempo servir-me delas para demonstrar as vantagens da aritmética significativa. Permiti-me juntar estas vantagens estabelecidas e acrescentar ligeiramente alguma coisa mais.

Do ponto de vista do professor, aritmética significativa é interessante de ensinar.

A necessidade de desenvolver entendimentos é muito mais interessante do que a tarefa de ouvir fatos memorizados e de administrar exercícios mecânicos.

Do ponto de vista do aluno, a aritmética significativa:

1. Dá-lhe garantias de retenção.
2. Equipa-o com os meios de reabilitar rapidamente práticas que estão temporariamente fracas.

3. Aumenta a probabilidade de usar as idéias e habilidades da aritmética.
4. Contribue para tornar mais facil o aprender, promovendo uma base solida e entendimentos transferiveis.
5. Reduz o volume de praticas necessarias para a completa aprendizagem.
6. Põe-no a salvo das respostas matematicamente absurdas.
7. Encoraja-o a aprender por meio da solucao de problemas ao em vez de decorar e praticar sem inteligencia.
8. Previne-o com uma versalidade de ataque que o permite substituir processos de igual efeito por outros normalmente usados, porém não ao alcance nominalmente.
9. Torna-o relativamente independente, de maneira que ele encara novas situações de quantidade com confiança.

10. Apresenta o assunto de uma maneira que o torne merecedor de respeito.

Estas pretensões são ambiciosas - ainda mais ambiciosas quando é forçoso admitir que nem todas são atingidas, mesmo nos melhores programas de aritmética. Quanta evidência teremos para suportá-las?

Eu gostaria de poder citar grande material de pesquisas competentes. Porém não posso fazê-lo. É provável que dos mil e quinhentos a dois mil relatórios de investigações menos de 5% referem-se imediata e seriamente a significações. Talvez outros 10% referem-se indiretamente ou possuem inferências claras a respeito dos valores e desenvolvimento de significações.

Eu não diminuo o valor das pesquisas que possuímos. Verdade que alguns dos mais relevantes e prometedores estudos falharam em produzir resultados inequívocos em favor da aritmética significativa, mas, mesmo estes estudos serviram a um propósito, ainda que apenas indiquem alguns dos perigos desta espécie de pesquisa. Pesquisar aritmética significativa é extremamente difícil. Rotinas e técnicas estandarizadas de controle e avaliadora precisam ser consideravelmente modificadas para o novo fim. Estamos, porém, aprendendo a planejar e com as investigações. Com efeito, diversas investigações já reportadas garantem confiança considerável em aritmética significativa.

Mesmo, sem o auxílio dos resultados das pesquisas, podemos construir um argumento bastante forte para a aritmética significativa e para as pretensões que alega possuir. Em primeiro lugar, como já disse diversas vezes, achamos através da experiência de diversos professores que aritmética significativa "produz" e que dá bons lucros.

Em segundo lugar, temos evidência negativa e dedutiva. Os programas de aritmética dos colégios de nossos dias, até recentemente, omitiram o desenvolvimento de competência aritmética.

O elemento mais proeminente e mais expressivamente ausente nesta instrução foi significações. Para melhorar a instrução, podemos escolher entre duas alternativas: I) Podemos redobrar nossos esforços com respeito a exercícios a moda antiga, ou II), podemos trocar para a aritmética significativa. A natureza dos resultados inadequados da aritmética sem significação é tal que garante maior confiança na segunda alternativa.

Em terceiro lugar, temos o ambíguo aspecto das pesquisas psicológicas sobre significações contrastando com o ensino sem significação. Sem exceção, eu acredito que os psicólogos que fizeram as experiências acharam vantagens no ensino significativo, seja sob o ponto de vista da facilidade (destreza) de aprender, da retenção e da transferibilidade.

McGeock, no seu sumário erudito dos resultados da experimentação da aprendizagem humana, diz o seguinte:

"É provável, baseando-se em dados ao nosso alcance, que exista uma correlação positiva muito elevada, e, talvez, perfeita quando outras coisas são iguais, entre significação (meaning) e maneira de aprender (rate of learning).

Quando o significado de um material não está facilmente ao alcance do aprendiz, ele poderá acelerar a sua maneira de aprender com uma série de significados, pela imposição de ritmos e padrão, por novos arranjos dos itens, por anotar relações de espaço, e por outros métodos pelos quais ele poderá tornar o material mais significativo e, assim, assimilá-lo mais prontamente no seu padrão correspondente.

A conclusão de que há uma grande correlação positiva entre material significativo e tempo de aprendizagem sustenta-se sob uma infinidade de condições".

Em quarto lugar a teoria da aritmética significativa concorda completamente com as teorias educacionais prevalecentes em geral. Ambas afirmam que as crianças, como crianças, e mais tarde como adultos, vivem mais eficientemente, mais inteligentemente, mais ricas e alegremente na sua cultura. Aquela cultura é grandemente quantitativa e continua a sê-lo constantemente.

Mais e mais vital, portanto, é a necessidade de inteligência quantitativa, eis, porque, e cada vez mais necessário que ensinemos significações aritméticas.

FIM

até aqui

Os objetivos da matemática na Escola Elementar

Algumas notas extraídas de Ben A. Sueltz, Holmes Bayton e Irene Sauble. - N.S.S.E. - 1946.
Tradução de O.B.X.

Alargamento dos objetivos a serem alcançados, na última década, o que se pode facilmente verificar pelo uso da expressão "Matemática na Escola Elementar", ao invés da até então usada - "Aritmética".

São os seguintes os objetivos estabelecidos em estudo realizado nesse campo:

- a) conceitos e vocabulários
- b) princípios e interrelações
- c) informações sociais e econômicas
- d) informações referentes a fatos e materiais
- e) processos e manipulações
- f) problemas e padrões básicos de pensamentos.
- g) reflexões e raciocínios.

Objetivos estabelecidos por Brownvoll.

1. Habilidade de cálculo.
2. Compreensões matemáticas.
3. Sensibilidade para o número em situações sociais e o hábito de usar o número efetivamente em tais situações.

Ilustração do alargamento do objetivos e suas interrelações com uma discussão da unidade de medida ou submúltiplo...

Ex.: - um quarto de litro ou litro que envolve em seu conceito: impressões de seu tamanho; de tamanho em relação com a forma, com o uso, com o peso; desenvolve em seu conceito relação de quartos (ou de litro) com outros submúltiplos ou padrões de medidas; desenvolve com seu conceito uma riqueza de informações a respeito do seu uso; estabelece relações matemáticas; forma e desenvolve atitudes e apreciações (custo ou despesa, valorização ou desvalorização); comprova, digamos, com para quartos ou litros de seços e de líquidos; apresenta em gravuras a relação com o real, etc. etc.

Nossas interrelações de elementos matemáticos é que se eleva do aritmética "instrumento - para uso" ao nível de educação e torna seu imperativo que o professor seja inteiramente um educador em sua disciplina. O professor deve conhecer tão bem os elementos matemáticos quanto os seus usos - sociais e culturais - e significações.

COMPREENSÃO NO CÁLCULO

O papel do cálculo : um meio para atingir & um fim.
 Conclusão pedagógica: o cálculo deve ser ensinado ou aprendido como partes de situações matemáticas completas em que o cálculo é chamado para participar. Obtêm-se corretos e efetivos juízos finais e respostas em situações matemáticas quando o aluno:

- a) conhece quais os processos de cálculo devem ser usados e
- b) usa êsses processo com facilidade e rapidez.

Em ambos estágios a presença dos fatores significação e compreensão levam o aluno a vencer galhardamente a máquina do cálculo.

Modos de medida e avaliação do cálculo

- a - testes escritos
- b - observação diária dos trabalhos dos alunos
- c - entrevistas com os alunos (durante ou depois do trabalho)
- d - auto-avaliação realizada pelo aluno.

Nota: A combinação dêsses diversos meios é o mais aconselhável.
 São ainda recomendáveis os seguintes modos de avaliar o trabalho do aluno :

- a - observar se êle realiza o trabalho com propósito definido
- b - levar o aluno a revelar quando e onde estão os seus erros
- c - levar o aluno a revelar se tem um plano ou uma razão determinada para reagir desta ou daquela forma.

Nota: Medidas e avaliação são realmente estágio de um processo de uma aprendizagem completa e não um fim em si mesmos.

CÁLCULOS REAIS E RAZOÁVEIS

Os alunos apanham o sentido e compreendem exercícios com números inteiros pequenos mais facilmente do que com números grandes, frações e decimais. Entretanto, se êles compreendem realmente os princípios neles envolvidos, serão capazes de estender êsses princípios tanto a situações sócio-econômicas mais complexas, como a exercícios com números peculiares.

Ambas essas extensões podem ser medidas por exercícios orais e escritos.

COMPREENSÃO NO CÁLCULO

Há várias espécies de compreensão associada com o cálculo.

1º. Uma das espécies de compreensão é o uso do processo, como p.ex.: que a adição é usada para combinar e agrupar.

2º tipo de compreensão em cálculo é baseado na relação de um processo com outro, por ex., a relação de adição com subtração ou com multiplicação.

1) $6 + 18 = 24$	$18 + ? = 24$	$24 - 6 = ?$
.....

4) Mostrar como verificar um exercício de multiplicação pela divisão.
 O 3º tipo de compreensão diz respeito á técnica matemática relacionada com um processo, como "transportar" em adição.

O 4º tipo de compreensão associada com cálculos depende de um senso matemático geral das relações dos números o qual conduz a uma apreciação de resultados razoáveis, como quando um número é multiplicado por 4 a resposta deverá ser 4 vezes maior e não o 4º ou ¼ de vezes maior.

(Nota: o exemplo acima, se maior que a unidade)
 De um modo geral, observação, discussão e entrevistas servem melhor que "papel e lápis" para avaliar a capacidade do aluno para compreender os princípios e processos usados no cálculo. "Papel e lápis" têm as suas funções específicas.

COMPREENSÕES MATEMÁTICAS

Compreensões desenvolvidas por cálculos. Exs.:

Resolver os seguintes exercícios:

a) $\begin{array}{r} 3,4 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 3,4 \\ \times 0,8 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 9,6 \\ \times 0,35 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 9,6 \\ \times 3,5 \\ \hline \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 9,6 \\ \times 3,5 \\ \hline \end{array}$?

f) $\begin{array}{r} 0,75 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ g) $\begin{array}{r} 0,75 \\ \times 0,9 \\ \hline \end{array}$ h) $\begin{array}{r} 0,75 \\ \times 0,90 \\ \hline \end{array}$?

2. Questões para discussão:
- a) Em quais desses exemplos são os multiplicadores maiores que 1 ?
 - b) São os produtos dos exs. a-d-i-h- maiores ou menores que os multiplicadores ?
 - c) Quais dos exs. têm os multiplicadores menores que 1 ?
 - d) São os produtos dos exs. b-c-e- maiores ou menores que os respectivos multiplicandos ?
 - e) Que palavras (maior ou menor) ou igual) pertence a cada espaço em branco nas frases seguintes:
- Quando o multiplicador é menor que 1, o produto é
 que o multiplicador.
 Quando o multiplicador é maior que 1, o produto é
 que o multiplicando.
 Quando o multiplicador é igual a 1, o produto éao
 multiplicando.

SIGNIFICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Exemplos tirados de um teste:

- 2. Qual dos números seguintes é menor que 800 ?
 a) 867 b) 799 c) 820 d) 900
- 5. Qual dos números seguintes é igual a 5 centenas, 4 dezenas e 6 unidades :
 a) 645 b) 455 c) 564 d) 546
- 9. Quando contamos (seguido) um a um, que número é o seguinte ao 399 ?
 a) 490 b) 409 c) 400 d) 401
- 13. Qual dos seguintes números tem um 9 em lugar dos milhares ?
 a) 6790 b) 5409 c) 9005 d) 7906
- 18. Tirando 100 de 7008, qual dos seguintes números teremos ?
 a) 6908 b) 7098 c) 7007 d) 6008

SIGNIFICAÇÃO DE PROCESSOS COM NÚMEROS INTEIROS

Os seguintes são aconselháveis para os graus IV A e V A.

- 1. Três fatos são dados no quadro à direita. Qual dos seguintes combine com os fatos do quadro ?
- a) $9 \cdot 3 = 12$
- b) $27 : 3 = 9$
- c) $27 - 3 = 24$
- d) $9 : 3 = 3$
- 10. Qual desses exs. servirá para a resposta do quadro da direita ?

$3 \times 9 = 27$
$9 \times 3 = 27$
$27 : 9 = 3$

a) $\begin{array}{r} 27 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 27 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$ c) $27/3$ d) $\begin{array}{r} 27 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$

$1/3$ de 27

GENERALIZAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

Escolha para os três primeiros exercícios, os algarismos convenientes que se encontram no quadro à direita.

- 2. O quociente de todo número dividido por si mesmo é igual a

0
1
5
9