Instituto de Educação
Laboratório de Matemática

Como achar o lugar da vírgula decimal no quociente

Foster E. Grossnickle

(do "The Elementary School Journal" April 1952 pags. 452-457)

Trad. p/ Maria Nestrovsky

Há 3 métodos para se achar o lugar da vírgula decimal no quociente muito em uso: ① pondo a marquinha de interpolação (^ caret)
② tornando o divisor um número inteiro, ao multiplicar-se dividendo e divisor por uma potência de 10;
③ subtraindo-se o número de casas decimais no divisor do nº. de casas decimais no dividendo.

Há ainda outras maneiras de achar o lugar da vírgula decimal no quociente, contudo estas três são as mais encontradas na literatura própria do assunto. Frequentemente, o primeiro e o segundo ~~método~~ processo são considerados o mesmo.

Brown(1), Crofts(2), Morton (3) e Potter(4) apoiam o método da subtração do nº das casas decimais no divisor do no. de casas decimais no dividendo para achar o no. de casas decimais no quociente. Êste método é conhecido como o princípio subtrativo e é o inverso do processo aditivo para se achar o no. de casas decimais no produto. Johnson (5), Van Engen (6), e Wheat (7) são a favor do uso da marquinha de interpolação para achar-se o lugar da vírgula decimal no quociente.

Os defensores do princípio subtrativo erroneamente estabelecem êste como o único princípio significativo, considerando uma operação mecânica e sem significação o uso da marquinha. Tanto Johnson como Van Engen salientaram que qualquer um pode ser mecânico ou ensinada significativamente. Se se ensina uma criança a passar a vírgula decimal tantas casas para a direita no dividendo quantas são as casas decimais no divisor, e a marcar o novo lugar da vírgula com um sinal de interpolação, o processo será mecânico e sem significação. Entretanto, se a operação é baseada no princípio que ao se multiplicar ambos os termos de uma fração pelo mesmo número (exceção de zero) a fração não altera seu valor, *o processo deverá ter significação matemática pois que cada exemplo de divisão pode ser expressa como fração.* ~~(grifo de D. Odila B. Xavier)~~. Conseguintemente, um aluno poderá encontrar a posição da vírgula decimal, dando ou não significação, por êstes dois métodos tão conhecidos.

Antes de podermos avaliar um método de encontrar a ~~(lugar)~~ posição da vírgula decimal no quociente, é necessário considerarmos como pode o aluno aprender um novo processo. Brownell (8) mostra que o uso de recursos auxiliares é

eficiente para a aprendizagem de subtração com empréstimo, como neste exemplo
$$\begin{array}{r} {}^{6}\!\cancel{7}{}^{1}2 \\ -38 \\ \hline \end{array}$$
Quando a criança usa êstes recursos auxiliares, está agindo ainda num nível imaturo. Se não usa um recurso auxiliar ou qualquer outra ajuda visual, seu desempenho ~~tem~~ mais maturidade, está num nível adulto. Neste nível adulto do domínio, o aluno é capaz de achar a resposta a um exemplo, seguro de sua correção. Portanto, se um aluno compreende a seqüência de passos num processo, êle reorganiza sua experiência à medida que aprende a efetuar certa operação. Seu começo é num nível de imaturidade, e êle não tem o domínio dêsse processo até que possa fazê-lo sem auxílios suplementares e mesmo assim, seguro dos resultados.

Qualquer um dos métodos de procura da posição da vírgula no quociente significativamente (usando a marquinha ou pelo princípio subtrativo) representa o objetivo para utilização adulta. Nenhum dos métodos pode ser visualizado (tornado visual) de tal maneira que possibilite ao aluno a descoberta do processo através da representação gráfica. Cada um dêstes métodos é baseado num princípio matemático que poderá ser difícil ~~para~~ de entender no princípio da aprendizagem de divisão de decimais. Nesta fase, o aluno deverá poder visualizar a operação e trabalh[ar] num nível mais imaturo para que possa compreen[der] os passos necessários. Portanto, o método que se deve adotar para o ensino da colocação da vírgula no quociente, é o que melhor possa ser visualizado e apresentado significativamente

VISUALIZAÇÃO OU ILUSTRAÇÃO.

Há diferença entre visualização e ilustração. A visualização mostra de forma pictórea como desenvolve-se um processo. Uma ilustração mostra de forma pictórea que a resposta está correta. A maioria das representações pictóreas dos livros didáticos de aritmética são ilustrações e não visualizações. A questão de um problema pode ser achar o comprimento de cada uma das três partes iguais de um segmento de 1,5 m. de comprimento.

X

Esta representação gráfica mostra que cada parte tem 0,5 m de comprimento

Isto é uma ilustração. Mostra a solução correta, mas a representação não ajuda a criança a achá-la. Usualmente, faz-se a criança dividir 1,5 por 3. Já que êle sabe ~~que~~ ser a resposta 0,5, ~~êle coloca a vírgula do quociente abaixo da vírgula do divisor)~~ ela fará apenas $1{,}5\ \begin{array}{|l} 3 \\ \hline 0{,}5 \end{array}$ Não há significação matemática "tirada" da ilustração, depreendida dela.

Visualizemos o processo usando cartões ou
qualquer outro tipo de marcadores no
quadro de pregas

(*)

Cada cartão tem um valor numérico relativo
de acôrdo com o lugar na prega. Êsses cartões
que vemos no quadro de pregas representam
1,5. Aparentemente, uma unidade não poderá
ser dividida em 3 partes iguais sem perder
sua característica unitária. Contudo, esta
uma unidade é reagrupada como 10 décimos,
perfazendo um total de 15 décimos.
sível a divisão de 15 décimos. Agora é pos-
com 5 décimos em cada grupo, em 3 grupos iguais,
representação pictórea, ou seja 0,5. Esta
pois representa é uma visualização
ao dividir o procedimento matemático usado
uma fração decimal por um número inteiro.

Nem todos exemplos podem ser
visualizados. Não é possível visualizar $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$,
mas é possível visualizar um exemplo do
tipo $3 \div \frac{1}{4}$. Também não é possível visualizar um
exemplo do tipo $0{,}75 \,\underline{|1{,}5}$ ou $6 \,\underline{|0{,}3}$, mas é
possível visualizar os do tipo $3 \,\underline{|4}$ ou $0{,}6 \,\underline{|2}$

O critério a ser usado para a

6/

de

escolha do método para achar a posição da vírgula decimal no quociente deverá ser para a escolha do método que melhor possibilitar a descoberta da significação de uma operação ou da visualização, dos passos da operação. Este critério foi demasiadamente ignorado no passado.

4 TIPOS DE EXEMPLOS NA DIVISÃO DE DECIMAIS

Há 4 tipos de exemplos na divisão de decimais. São êles:

a) Um nº decimal dividido por um nº inteiro, como 1,4 ⌊2

b) Um nº inteiro dividido por um nº inteiro, cujo quociente pode ser expresso como decimal, como 1 ⌊2

c) Um nº inteiro dividido por um nº decimal, como 3 ⌊0,5

d) Um nº decimal dividido por um nº decimal, como 0,48 ⌊1,2

É possível visualizar os dois primeiros, mas não é possível visualizar os outros dois. A visualização de 1,5 ⌊3 dada acima é representativa do tipo a. O 2º tipo, que surge nas situações de transformação de uma fração ordinária em fração decimal, é imediatamente visualizada. Para mostrar a transformação da fração $\frac{1}{2}$ numa decimal, represente o 1, no quadro de pregas como uma unidade. Já que esta unidade não pode ser dividida em 2 partes iguais sem perder sua característica de unidade, transforme o 1 em 10 décimos, que é expresso 1,0 em símbolos. Assim reagrupado êste nº toma a forma dada no 1º tipo, ou seja de um decimal dividido por um nº inteiro.

Quando ambos o dividendo e o divisor de uma divisão são multiplicados por uma potência de 10 para tornar o divisor um nº inteiro, o exemplo resultante será representativo ou do tipo a ou tipo b acima. Qualquer um dêstes 2 tipos podem ser visualizados, mas não os dois últimos. Aqui o argumento para a escolha do método para a colocação da vírgula decimal no quociente ~~será~~ a inclusão da técnica que (reduz ~~transforma~~) todos tipos de exemplos à forma que possa ser visualizada. Quando o divisor torna-se um nº inteiro pela multiplicação por potência de 10, êste fim é alcançado.

Em outra obra(a) dêste autor já se relatou os tipos de êrros resultantes da colocação da vírgula decimal no quociente. Ainda que os mais variados êrros tivessem sido cometidos pelos sujeitos usados para a experiência citada, todos êrros foram êrros casuais, com exceção dos que resultaram da mudança da vírgula como em 9 |0,3. Êrros dêsse tipo foram frequentes e não casuais.

Os resultados alertaram o autor a recomendar que um divisor que seja um nº decimal deverá sempre ser tranformado em nº inteiro. O número de êrros em divisões por um número (inteiro ~~[illegible]~~), foi em geral pequeno. Como os êrros foram infreqüentes e casuais quando o divisor êra um nº inteiro e como exemplos dêste tipo podem ser visualizados;

seria interessante adotar-se êsse método,
o ensino inicial de divisão de decimais.

Se aprendizagem significativa é baseada em reorganização da experiência, o método usado para o ensino inicial de um processo não deve seguir o nível adulto de domínio da técnica. O autor descobriu que uma maneira eficaz de tornar o divisor um nº inteiro, como no exemplo $5 \underline{|0,2}$, é expressar o exemplo como se fôsse uma fração e então multiplicar ambos os têrmos por 10, como se mostra abaixo

$$\frac{5}{0,2} = \frac{10 \times 5}{10 \times 0,2} = \frac{50}{2} = 50 \underline{|2}$$

Assim que o aluno entende o processo, êle pode ver que pode transformar o exemplo movendo a vírgula e usando marquinhas, como a ilustração mostra:

$$5 \underline{|0,2} = 50_{\wedge} \underline{|2_{\wedge}}$$

Nêste caso o trabalho é significativo. O aluno descobre a abreviação que é baseada no princípio matemático que ambos os têrmos de uma fração podem ser multiplicados pelo mesmo nº sem alterar o valor da fração.

No nível adulto de domínio técnico, o aluno deve poder estimar a resposta sem mudar a vírgula em divisor e dividendo. Assim, no exemplo $3,618 \underline{|0,54}$ $\quad 67$, a pessoa que desenvolveu a compreensão numérica não se preocupa em passar a vírgula duas casas à direita no divisor e no dividendo. Êle aproxima o divisor como sendo 0,5 e o dividendo 3, assim o quociente deve ser 6 aproximadamente. Então conclue que 6,7 deve o valor correto do quociente. Êste atitude madura de aproximação do resultado surge mais tarde tratando-se da divisão de decimais. O indivíduo que usa esta técnica pode ter começado num nível imaturo de operação, na qual êle modificou o divisor multiplicando ambos divisor e dividendo por uma potência de 10.

King (10) recomenda que a posição da vírgula deve ser determinada pelo valor ~~relativo~~ posicional do 1º numeral no quociente. Seu esquema depende de um domínio completo de valor ~~relativo~~ posicional, que se pode querer nas classes mais adiantadas, no ginásio, ou na Universidade. Êste plano pode ser ilustrado pelos princípios seguintes que o estudante deve saber:

a) Décimos divididos por unidades dão décimos, como 0,6 |2
0,3

b) Unidades divididas por décimos dão dezenas, como 4 |0,2
20

c) Décimos divididos por décimos dão unidades, como 0,6 |0,2
3

Êste método apresenta a forma mais alta de significação matemática tratando-se de divisão de decimais. É óbvio que isto não será possível no ensino inicial de divisão de decimais. O autor apoia êste método para o aluno excepcional como incentivo ao trabalhar com o número.

O estudante que conseguiu o domínio

do processo tem diversas vias de informação que pode usar para verificar a correção de uma resposta. O estudante que adquiriu o domínio do processo de divisão de decimais pode verificar o quociente do exemplo 0,75 ⌊1,5 pelo princípio subtrativo, por aproximação ou pelo princípio que centésimos divididos por ~~dé~~ décimos são décimos. O número de diferentes meios que o estudante pode usar depende do nível operacional em que êle possa trabalhar. O nível mais baixo que pode ser ~~feito~~, tornar significativo pelo uso de materiais visuais e objetivos consiste na transformação do divisor num nº inteiro. Desta fase, o progresso do aluno deverá levá-lo ao nível no qual êle pode mudar a vírgula sem escrever novamente o exemplo, ao nível exemplificado pelo princípio subtrativo, ao nível onde a posição da vírgula é encontrada por aproximação, e finalmente ao nível mais alto que é baseado num domínio do valor ~~relativo~~ posicional. Se o trabalho fôr significativo, no nível mais baixo da procura do lugar da vírgula decimal no quociente, então o melhor método para êste nível é o que pode ser visualizado e objetivado de maneira a habilitar o aluno a descobrir os passos do processo. Êste método consiste em tornar o divisor um número inteiro, multiplicando ambos divisor e dividendo por uma potência de 10.

Ayt.

Referências bibliográficas:

1) Claude H. Brown - "Some Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients" (Mathematics Teacher, Feb. 1945, 78-80)

2) Mary E. Crofts - "Division of Decimal Fractions" (Mathematics Teacher, April 1946, 178-179.)

3) Robert L. Morton - "Arithmetic in Various Types of Curriculums" (Arithmetic 1949, 1-20. Supplementary Educational Monographs nº 70. Chicago: Univ. of Chicago Press, 1950.)

4) Mary A. Potter - "Corralling the Wandering Decimal Point" (Mathematics Teacher, February 1947, 51-57)

5) J. T. Johnson - "Some More Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients" (Mathematics Teacher, ~~October~~ May 1945, 229-230)

6) H. Van Engen - "Some More Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients" (Mathematics Teacher, October 1945, 243-245)

7) Harry G. Wheat - "How to Teach Arithmetic," 255-256 (Evanston, Illinois: Row, Peterson & Co. 1951)

8) William A. Brownell - "Borrowing in Subtraction" (Journal of Educational Research, Feb. 1940, 415-424)

William A. Brownell, K. G. Kuehner, W. C. Rein - "Learning as Reorganization: An Experimental Study in Third Grade Arithmetic." Durham, N. Carolina Duke University Press, 1939

9) Foster E. Grossnickle - "Types of Errors in Division of Decimals" (Elementary School Journal, Nov. 1941, 184-194.)

Foster E. Grossnickle - "Kinds of Errors in Division of Decimals and their ~~frequency~~ Constancy" (Journal of Educational Research Oct. 1943, 110-117).

10) W. E. King - "More Thoughts on Placing the Decimal Point" (Mathematics Teacher, April 1947, 172-175)