1

① Aritmética para os graus médios
50th year book of the N.S.S.E. - 1951
(pag 92-96)

① O Significado das Frações Decimais

(de ②...
C. L. Thiele)
trad. p/ Maria Nestrovsky

O problema da ligação entre uma operação e seus símbolos é a questão central no ensino significativo das frações decimais. As frações decimais não diferem quanto à significação das frações ordinárias. Determinam partes e razões e, tal como as frações ordinárias, indicam divisão. As operações com frações decimais tem o mesmo significado que as operações correspondentes com frações ordinárias. A diferença principal entre frações ordinárias e frações decimais é que o denominador de uma fração ordinária pode ser qualquer nº mas o denominador de uma fração decimal é sempre potência de 10. Mais ainda, o denominador de fração decimal é subentendido ao invés de (dado) claramente exposto. Ainda que a maior diferença entre frações decimais e ordinárias esteja na maneira que são escritas uma e outra, esta cria muitos problemas. Nesta discussão trataremos dos que se referem a significação e compreensão.

Ao principiar o ensino de frações decimais, proporciona-se usualmente oportunidades para que as crianças tenham experiências diretas com medidas unitárias decimais. Uma criança precisará de mais ou menos experiências assim, conforme sua compreensão de medições semelhantes com unidades fracionárias ordinais. O valor principal de exercícios de medição deverá ser o de dar à criança uma idéia mais clara do que sejam as unidades decimais e suas interrelações.

Seguindo-se às experiências iniciais com as unidades decimais, há dois caminhos a seguir para professôres. Em um, a notação de fração decimal terá que se relacionar com o valor ~~relativo~~ posicional pela apresentação externa. O sistema numérico será agora estendido para a direita do lugar da unidade da mesma maneira que fôra antes para a esquerda da unidade. Por outro lado, as frações decimais serão diretamente relacionadas com frações ordinárias e operações de frações ordinárias a cada passo. Nesta maneira de agir, a importância será dada a frações ordinárias com denominadores 10 e potências de 10. Só~~mente~~ incidentalmente, se ~~tal~~ suceder, ter-se-á significação de fração decimal da aplicação do princípio do valor ~~relativo~~ posicional.

Dentre os dois desenvolvimentos, o de relacionar frações decimais com frações ordinárias é encontrado quase que exclusivamente em livros didáticos e programas de estudo atuais.

Poucas crianças em escolas americanas hoje em dia aprendem que o lugar do um é central no sistema numérico. Mesmo aprendendo que 0,1, 0,01 e 0,001 significam respectivamente um décimo, um centésimo e um milésimo, êles não tomam consciência do fato básico que cada fração decimal é uma parte de 1. Consequentemente, não estão aptas a determinar o valor correto de frações decimais sem auxílio da lembrança de um quadro, um diagrama ou outro meio. Para êles, a aritmética não é um sistema de idéias relacionadas, mas, porções segmentadas de conhecimento.

Adição e Subtração com Frações Decimais.

Só recentemente surgiram livros didáticos em que se encontram explicações significativas para Frações Decimais em adição e subtração. Sem qualquer explicação, as crianças sabiam que as vírgulas decimais devem ficar em coluna reta para se somar ou subtrair frações decimais. Isto não impediu a confusão para alguns alunos quando precisavam somar ou subtrair frações decimais de diferentes denominações. Simplesmente modificando-se as frações decimais a denominadores comuns, como é feito com as frações ordinárias, uma regra dificilmente compreendida fica esclarecida. No exemplo abaixo, frações decimais são somadas sem e com a (~~modificação~~) redução a denominadores comuns.

A	B
0,24 centésimos	0,240 milésimos
0,366 milésimos	0,366 milésimos
0,2 décimos	0,200 milésimos
0,806 milésimos	0,806 milésimos

Êste exemplo ilustra novamente a interrelação em aritmética e a possibilidade de desenvolver novos conceitos de experiências com conceitos mais simples.

Multiplicação com Fração Decimal para Multiplicador. Os problemas que surgem quando os alunos encontram a necessidade de multiplicar com multiplicadores frações ordinárias, são os mesmos de quando os multiplicadores são frações decimais. Em ambos os casos os produtos são menores que os multiplicandos, isto é, se os multiplicadores forem frações próprias. Êste é um conceito importante a ser adquirido pelas crianças. Sem êle, elas falharão na habilidade de julgar quanto é razoável o produto.

As crianças são dirigidas a ver a lógica da obtenção de produtos menores que o multiplicando, por duas maneiras. Uma delas é trocar a ordem do multiplicador e multiplicando por problemas nos quais o multiplicador é um número inteiro e o multiplicando uma fração própria. Por exemplo, faz-se modificações na ordem do multiplicador e do multiplicando como no seguinte:

$8 \times 0{,}5 = 4{,}0$ mudado para $0{,}5 \times 8 = 4{,}0$

$8 \times 0{,}05 = 0{,}40$ mudado para $0{,}05 \times 8 = 0{,}40$

A outra maneira de explicar é considerar a função do multiplicador, ou seja a de indicar como deve ser tratado o multiplicando. Se nos apoiarmos nesta explicação, a multiplicação por frações próprias, tanto ordinárias como decimais, é relacionada à multiplicação por 1. Para ilustrar, o produto de 0,5×8 será a metade do produto de 1×8 porque o multiplicador 0,5 é a metade de 1. (Nota da trad.: Leia-se nas operações indicadas "0,5 vezes 8" e "1 vez 8", de modo que tenhamos o 1º têrmo na função de multiplicador.) Considera-se que no estudo de multiplicação por números inteiros as crianças já tenham chegado à conclusão que uma mudança no multiplicador trará uma mudança correspondente no produto se o multiplicando permanece constante. Afim de que êste conceito possa ser estendido a frações próprias como multiplicadores, as crianças podem trabalhar e analisar uma série de relações em multiplicação, como se segue:

A	B	C
1 × 8 = 8	3 × 80 = 240	3 × 400 = 1.200
10 × 8 = 80	2 × 80 = 160	2 × 400 = 800
100 × 8 = 800	1 × 80 = 80	1 × 400 = 400
1000 × 8 = 8000	0,1 × 80 = ?	0,01 × 400 = ?
100 × 8 = 800	0,2 × 80 = ?	0,02 × 400 = ?
10 × 8 = 80	0,3 × 80 = ?	0,03 × 400 = ?
1 × 8 = 8	0,4 × 80 = ?	0,04 × 400 = ?

D	E
1 × 10 = 10	1 × 100 = 100
0,1 × 10 = ?	0,01 × 100 = ?
0,1 × 9 = ?	0,01 × 90 = ?
0,1 × 8 = ?	0,01 × 80 = ?
0,1 × 7 = ?	0,01 × 70 = ?
0,1 × 6 = ?	0,01 × 60 = ?
0,1 × 5 = ?	0,01 × 50 = ?

O resultado final de experiências como as sugeridas acima, deverá ser a percepção dos efeitos conseguidos quando os números são multiplicados por 100, 10, 1, 0,1 ou 0,01. A percepção do efeito da multiplicação por números diretamente ligados a 1 deverá possibilitar às crianças a descoberta das regras para a colocação da vírgula decimal nos produtos e, ao mesmo tempo, levará as crianças a aprimorarem seus conceitos de valor ~~relativo~~. posicional

Dos dois métodos descritos acima, expressa-se a preferência pelo segundo, pois ao aprender a multiplicar por frações decimais pelo método de relacionar os multiplicadores fracionários a 1, a aprendizagem prévia é reorganizada de uma maneira direta, isto é, dá-se às crianças a oportunidade de chegar a novos conceitos pelos antigos. O truque de inverter o multiplicando e o multiplicador pode ser classificado como uma verificação do processo, mais do que uma explicação, ao contrário da relação entre a multiplicação por fração própria e a multiplicação por 1. O fato do produto não se alterar com a inversão de multiplicando e multiplicador não explica a função do multiplicador; dá simplesmente a prova de que a ordem pode ser alterada sem alterar os resultados. É muito importante que o efeito da multiplicação por frações próprias seja reconhecido quando as crianças multiplicam com decimais mistos. Cientes do efeito, as crianças não estão mais passíveis de achar um produto 500 para um exemplo como 2,5 x 20 porque compreenderaõ o papel do 0,5 no processo.

De passagem, seria interessante notar-se o tipo de experiência de aprendizagem através da qual pensa-se ser possível as crianças chegar à conclusões concernentes à multiplicaçaõ por uma fraçaõ própria decimal. A experiência de aprendizagem proposta refere-se unicamente à análise de gravações numéricas como 2x80 = 160, 1x80 = 80, 0,1x80 = 8; e a ausência completa de meios auxiliares, no sentido como saõ interpretados usualmente os meios auxiliares. O problema do aluno consiste na reorganizaçaõ completa de ideias no nível abstrato. No ensino da aritmética há muitas ocasiões em que os alunos devem ser capazes de desenvolver conceitos novos sem o benefício imediato de meios auxiliares.

<u>Divisaõ com Frações Decimais</u>. Se as crianças compreendem certos princípios que se relacionam com o valor ~~relativo~~ posicional, somente mais um princípio novo precisa ser entendido para dividir números fracionários decimais corretamente. O novo princípio é que as divisões seraõ facilitadas se os divisores forem préviamente transformados em números inteiros. Considere-se os exemplos seguintes que apresentam algumas das possíveis variações.

$3 \,\underline{\lfloor 0,6} = 30 \,\underline{\lfloor 6}$	$3,2 \,\underline{\lfloor 1,6} = 32 \,\underline{\lfloor 16}$
$3 \,\underline{\lfloor 0,06} = 300 \,\underline{\lfloor 6}$	$32 \,\underline{\lfloor 1,6} = 320 \,\underline{\lfloor 16}$
$0,3 \,\underline{\lfloor 0,6} = 3 \,\underline{\lfloor 6}$	$0,32 \,\underline{\lfloor 1,6} = 3,2 \,\underline{\lfloor 16}$
$0,03 \,\underline{\lfloor 0,6} = 0,3 \,\underline{\lfloor 6}$	$0,0032 \,\underline{\lfloor 1,6} = 0,032 \,\underline{\lfloor 16}$

Note que em caso após ter-se feito a transformação, só é ~~necessário~~ preciso o conhecimento do valor relativo necessário para a divisão para se solucionar o problema. Contudo, há aqui uma super-simplificação do processo pois que é preciso a operação conjunta de uma série de conceitos para possibilitar a transformação, a divisão e a interpretação dos resultados. Primeiro, o estudante precisa pensar nos divisores como denominadores e os dividendos como numeradores de frações ordinárias, isto é $30 / 0{,}6 = \frac{30}{0{,}6}$. Deve lembrar o fato que o valor de uma fração não se altera se o denominador e o numerador são multiplicados pelo mesmo número. Êle precisa saber também que multiplicando-se números fracionários decimais e números inteiros por 10 ou potências de 10 tem a ação de mover a vírgula decimal ou acrescentar zeros. Finalmente, êle precisa usar seu conhecimento do valor relativo quando divide e interpreta os resultados. O fato de à medida que as crianças progridem em aritmética precisam combinar exercícios e habilidades do modo descrito acima, torna a aritmética dos graus médios uma matéria difícil para muitas crianças.

Contudo, há um passo importante a ser dado antes da introdução da idéia de divisão de frações decimais por números inteiros. O professor deve proporcionar experiências que assegurem saber as crianças dividir um número menor por outros maiores. Geralmente em programas de estudo e livros didáticos as crianças encontram oportunidade de dividir inteiros por inteiros maiores antes de precisarem dividir por frações decimais. Tal é necessário usualmente quando transformam-se frações ordinárias em frações decimais para se fazer comparações ou para indicar com uma fração decimal que parte um nº é do outro.

Afim de dividir significativamente um número menor por outro maior, precisa-se conhecer a natureza decimal do sistema numérico. P.ex., para dividir 4 por 6, o quatro precisa ser analisado para significar 4 décimos. Da mesma maneira, quando 2 é dividido por 25, não se divide o 2 como tal, mas 200 centésimos. Sem êste conhecimento, a divisão por decimais precisa ser aprendida por repetição (~~sem significação~~) mecânica.

Se as crianças têm a prontidão para divisão por frações decimais, o que foi delineado, sòmente um passo precisa ser dado para ajudá-los a descobrir a vantagem da transformação do divisor fracionário decimal para um número inteiro antes de se dividir. Êste passo pode ser dado chamando a atenção das crianças para exemplos como $7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$, $15 \div 2\frac{1}{2}$ e $20 \div 3\frac{1}{3}$, cujas soluções serão facilitadas pelas simples transformações. P.ex., $7\frac{1}{2}\,\underline{\lfloor 1\frac{1}{2}}$ pode ser transformado para $15\,\underline{\lfloor 3}$, $15\,\underline{\lfloor 2\frac{1}{2}}$ para $30\,\underline{\lfloor 5}$ e $20\,\underline{\lfloor 3\frac{1}{3}}$ para $60\,\underline{\lfloor 10}$ multiplicando-se divisores e dividendos pelo mesmo número para tornar os divisores números inteiros. Corretamente orientadas, as crianças descobrirão que é rápida também a transformação de ~~div~~ fracionários decimais em números inteiros. Após as crianças chegarem a esta conclusão, serão reduzidas as regras convencionais para movimentação da vírgula decimal no divisor e dividendo e colocação da vírgula no quociente. Como em todo ensino com significação, deverá ser dada maior importância à compreensão do como e porquê operam-se os números do que à aprendizagem de regras e maneiras de fazer.

Uma análise das operações com frações decimais concernentes ao processo de divisão serve para indicar a complexidade do problema de ensino. Desenvolvimento no pensamento numérico baseia-se na habilidade dos alunos de fazerem novas interpretações de idéias antigas e organizarem a aprendizagem de novas maneiras. Pareceria então que deve-se dar o tempo necessário para construir significação dentro da estrutura.

M.N.