

Propriedades das operações

a e b - operação de b sobre a
Essa operação surge r (resultado).

Quantas operações existem? Seis?
Quatro? Duas inversas (+ -) / ou
uma só? A soma. Variam as
opiniões

Valor absoluto do número e valor posicional.

6 n° tem dois valores: um - o de si mesmo - como algarismo - e outro - conforme a posição que ele ocupa.
Ex: valor absoluto e valor posicional.

6835

6000

800

30

5

Propriedades dos conjuntos

- 1) Podemos alterar a ordem dos elementos sem que o conjunto se altere.
- 2) Podemos reunir os elementos em sub-conjuntos sem que o conjunto se altere.
- 3) Podemos trocar os elementos de um conjunto que esteja em correspondência bi-unívoca sem que ele se altere.

(continua)

irracional. (bi-unívoca).

II - número irracional nas mais
elementar.

Com ele jamais encontramos uma
fração frinta ou periódica.

Campo dos números Reais - é o
conjunto de todos os campos numéricos.

Notação e Numeração.

Sistema de Numeração.

Todo sistema de numeração tem uma base.

Existem sistemas de base 2, 4, 5, 10, 12, 20, 60 etc.

Agora, quase todo o mundo civilizado adota
o sistema de base decimal.

O nosso sistema - decimal - é hindu-ará-
bico. Os primeiros (hindus) o organizaram
e os segundos o difundiram.

No sistema de numeração decimal bastam
nove algarismos significativos para for-
mar uma ordem.

20-3-56

3ª reunião

Números racionais.

A razão como uma necessidade.

A denominação de racionais relativos pelo fato de podermos ser positivos como negativos.

Cada n. racional corresponde a um ponto do conjunto linear e a um só. A recíproca nem vai é exata pois que a cada ponto do conjunto linear vai corresponderá um racional.

Transformando-se uma fração ordinária em decimal temos uma fração periódica ou uma finita. Há caso, porém, que tal não acontece. Se extraímos a raiz

(quadrada) de alguns números, p. ex.:

$\sqrt{2}$ ou $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[3]{3}$, jamais acharemos uma fração finita ou periódica mas sim um número irracional. Tais n.º

também poderão ser positivos e negativos.

Aqui, com a ampliação dos irracionais surge a possibilidade da recíproca a cada ponto do conjunto linear corresponde um

Propriedades da Multiplicação

1) Unívoca

$$a = a'$$

$$b = b' \quad a \times b \times c = a' \times b' \times c'$$

$$c = c'$$

2) Comutativa

$$4 \times 5 = 5 \times 4$$

A ordem dos fatores não altera o produto.

$$4 \times 3 = 3 \times 4$$

$$4 = 1+1+1+1$$

$$4 = 1+1+1+1$$

$$4 = 1+1+2+1$$

$$4+4+4 = (1+1+1) + (1+1+1) + (1+1+1) + (1+1+1+1)$$

$$4+4+4 = 3+3+3+3$$

$$3 \times 4 = 4 \times 3$$

3) Associativa

$$7 \times 8 \times 5 = 7 \times 40$$

4) Dissociativa

$$24 \times 8 = 2 \times 4 \times 3 \times 8$$

5) Monotônica

(cont.)

5) ... Se multiplicarmos ambos os termos de uma \neq pelo mesmo número obteremos uma \neq do mesmo sentido.

$$a < b \quad 2a < 2b$$

$$4 < 8 \quad 4 \times 3 < 8 \times 3$$

Propriedades da Divisão

1) Quociente:

$$a : b = q$$

2) Não é comutativa

3) Não é associativa

4) Não é dissociativa

5) É monotônica

6) É distributiva

$$436 : 2$$

$$400 : 2$$

$$30 : 2$$

$$6 : 2$$

É distributiva também em relação à soma e à subtração.

$$(4 + 6 + 8) : 2$$

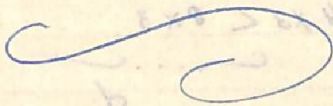
$$(8 - 2) : 2$$

(no verso)

Número decimal inteiro

11 11 fracionário

$$245,76 = 2(10)^2 + 4(10) + 5(10)^0 + 7(10)^{-1} + 6(10)^{-2}$$



- 1) Inteiros
- 2) Pos e negativos
- 3) Pos e negativos
- 4) Pos e negativos
- 5) Pos e negativos
- 6) Pos e negativos

1000
100
10
1

surge a possibilidade da recíproca a cada ponto do conjunto linear corresponde um

4ª reunião

22 - março - 1956

Propriedades das igualdades

São três:

1ª) $a = a$ - Propriedade reflexiva

2ª) $a = b$
 $b = a$ } " Simétrica

3ª) $a = b$

$b = c \therefore a = c$ " transitiva

Quais dessas propriedades são aplicáveis às de-
igualdades?

Unicamente a propriedade transitiva

Vejamos

$$a < b < c \therefore a < c$$

$$3 + 5 + 7 = 5 + 3 + 7 - \text{Operação comutativa}$$

$$3 + 5 + 7 = 3 + 12 - \text{" associativa}$$

$$12 + 3 = 5 + 7 + 3 - \text{" dissociativa}$$

A Adição é uma operação unívoca ou unifor-
me isto é, leva-nos a um único resulta-
do.

$$\text{Si: } a = a'$$

$$b = b'$$

$$a + b = a' + b'$$

É também uma operação comutativa, associativa
e dissociativa.

Prova da adição: conseguimos-la pelo processo
associativo e comutativo.

Propriedades da Subtração

Nota: A Subtração é uma operação de decomposição.

É unívoca $a - b = r$ (só há um único
número que com $+ b = a$)

É monotónica: $a < b$ - Se subtraímos a
mesma quantidade dos dois termos obtém-se a
um mesmo resultado.

$$\text{Seja: } 15 > 6$$

$$15 - 4 > 6 - 4$$

2. Combinações e fatos

'R. Lee Horton (pag. 58)

Adições e subtrações

"Se cada um dos dígitos, de 0 a 9, é combinado consigo próprio e com cada um dos outros, há, em adições, 55 combinações. Seada uma dessas combinações, com exceção das dos grupos duplos, pode ser arranjada em uma combinação de adições em dois sentidos, como $\begin{array}{r} 5 \\ + \\ 7 \end{array}$ ou como $\begin{array}{r} 7 \\ + \\ 5 \end{array}$

Há assim (com os 10 duplos) o número total de ^{100 agrupamentos} ~~adições~~ 100. Chamamos a cada um desses ^{agrupamentos} ~~adições~~ um "fato de adição".

"Do mesmo modo, há 55 combinações em subtrações e 100 fatos." Há conveniência em serem ensinados em conjunto com os da adição, como unidade de ensino, ex: $\begin{array}{r} 5 \\ - \\ 7 \end{array}$ e os fatos $\begin{array}{r} 7 \\ - \\ 5 \end{array}$

Fatos básicos e fatos com dezenas

Robert Horton - pag 62

Adições - Teste 2 Para Grãos Superiores

Colunas de Adição

<u>9</u>	<u>2</u>	<u>7</u>	<u>9</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>5</u>
<u>2</u>	<u>8</u>	<u>8</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>8</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>6</u>
<u>5</u>	<u>9</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>7</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>9</u>	<u>8</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>9</u>	<u>4</u>	<u>7</u>
<u>7</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>9</u>	<u>7</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>6</u>	<u>4</u>
<u>9</u>	<u>2</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>9</u>	<u>9</u>	<u>9</u>	<u>7</u>
<u>1</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>9</u>
<u>8</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>9</u>
<u>8</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>9</u>	<u>9</u>	<u>9</u>	<u>1</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>4</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>7</u>	<u>1</u>	<u>4</u>	<u>9</u>
<u>7</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>4</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>7</u>	<u>2</u>	<u>9</u>	<u>8</u>
<u>8</u>	<u>7</u>	<u>9</u>	<u>8</u>	<u>8</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>8</u>
<u>3</u>	<u>7</u>	<u>1</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>8</u>
<u>3</u>	<u>2</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>1</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>5</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>8</u>

Fatos Difíceis em Subtração

Subtrações - Teste 3 - pag. 71

<u>18</u>	<u>14</u>	<u>9</u>	<u>15</u>	<u>10</u>	<u>8</u>	<u>16</u>	<u>10</u>	<u>12</u>	<u>8</u>
<u>8</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>9</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>
<u>15</u>	<u>17</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>6</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>9</u>	<u>8</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>9</u>	<u>4</u>	<u>8</u>
<u>10</u>	<u>15</u>	<u>7</u>	<u>11</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>9</u>	<u>11</u>	<u>7</u>	<u>10</u>
<u>3</u>	<u>8</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>7</u>
<u>13</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>8</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>13</u>	<u>12</u>
<u>9</u>	<u>7</u>	<u>9</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>3</u>
<u>17</u>	<u>11</u>	<u>13</u>	<u>9</u>	<u>12</u>	<u>12</u>	<u>14</u>			
<u>8</u>	<u>6</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>7</u>	<u>9</u>	<u>7</u>			

Teste 4 - revisas para os 100 fatos da subtração Robert Morton - pag 72

8743 7380 2657 6000 8641 6347
 7408 6717 743 2179 8298 5068

6200 5123 6402 3008 7155 9536
 523 1064 3985 1462 3457 3975

4002 9870 8522 4752 7852 7094
 1966 5798 4039 3523 788 2397

5936 8720 7761 3581 6428 5041 8754
 5041 6892 2484 2611 1376 4052 5016

Fatos Difíceis

Multiplicação - teste 5 - pag 78

36 fatos e combinações de 1×1 a 9×9

6 9 6 4 8 3 7 9 9 7 8 4
 8 7 9 7 3 3 8 9 4 3 6 6

8 8 7 6 8 3 4 6 3 7 9 6 7
 4 4 9 4 8 8 8 7 4 7 3 3 6

8 3 3 4 4 3 9 7 6 9 4
 7 7 6 4 9 7 6 4 6 8 3

Multiplicação - pag. 80 - teste 6 - com Reservas.

963 849 389 693 687 674
 4 6 7 9 3 8

3218 5618 6317 2416 6418 2413

4216 3214 1213 4917 2719 1816

7218 2713 4217 1813 1614 3614

2113 5419 2817 3616 7219 1214

Teste 9 - divisões com transporte
(pág. 87 - Morton)

281013 308718 93315 97212

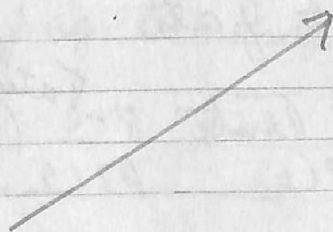
559116 107714 255019 71912 74113

139518 274016 229914 35712 198617

286215 670517 577619 59212 197415

215618

Teste 10 - divisões - zero no
quociente - (pág. 87 - Morton)



Teste 10

38

388⁽³⁾14 174113 326118 630817 333419

87618 902913 204915 276216 90115

100412 420916 112317 576019 140114

212413 644417 276319 200318 541916

Teste 11 - para Graus Superiores -
2 Algarismos no Divisor. - pag 90 -

1167148 513111 7551198 7207182

3771192 1798138 7774181 7825199 2484162

2412128 1418172 3292161 6002191 3538168

889149 3528151 1022132 1298152 992171

7306188 5386159 688118 799119 2113131

3148142 3717158 7193179 1731162 383112

2304139 1223121 1923141 728129 4995178

1623122 1337189

Teste 12 - pag. 91 - Divisor com
2 Algarismos -

2930 147 5028 163 2216 126 1664 134

8400 187 1189 115 6320 173 7111 197 3211 154

1850 123 4237 145 1494 183 981 117 2000 175

1749 156 2845 137 4666 194 2052 167 2431 135

717 113 5441 166 4095 184 1987 124 769 143

5502 195 4963 153 5284 177 1782 136 6055 186

3121 164 2580 127 2796 144 2124 174

6922 193 822 116 5518 157 987 125 6573 196

4096 155 6877 176 1892 133 3991 146 5921 185

1150 114 3766 165

Parte 13 - Divisat: Quocientes
Contendo Zeros - pag 92-

13472 133 43252 161 12922 127

5517 192 13804 148 57281 183 28914 159

20965 198 28591 176 17622 129 8838 145

9197 184 20415 134 15044 118 26561 196

42802 156 39020 171 47121 164 47386 185

6552 116 40348 167 25507 135 61563 178

85246 192 5427 121 15068 142 53024 157

37443 154 20809 141 62832 195 6127 113

31503 132 32254 179 14733 187 19483 122

25678 163

pag 94 - teste 14 - divisor com 3 Algarismos

588260 1788 20666 1226 361621 1589

97164 1347 526954 1613 69364 1874 288480 1935

129045 1151 319540 1462 532845 1146

403826 1554 172361 1882 188255 1677

~~428~~ 321691 1498 325825 1913 150753 1235

32526 1761 166061 1329 240731 1512

231472 1831 23465 1243 408670 1988

~~799~~ 406923 / 799 222831 / 123 82657 / 962

521378 / 656 306217 / 375 1649209 / 548

167262 / 214 63822 / 826 ~~662 /~~

626853 / 661 266017 / 392 446216 / 752

21584 / 433 1103938 / 185 379594 / 979

Exemplos de divisões com dois algarismos: ^x ^x ^x
Dificuldade do aluno: a avaliação do algarismo do quociente.
Passo - (pág. 88 - Norton)

- 1) avaliar o algarismo do quociente;
- 2) escrever o algarismo do quociente em lugar adequado;
- 3) multiplicar o divisor pelo número representado pelo algarismo do quociente;
- 4) escrever o produto em lugar adequado;
- 5) comparar o produto com o dividendo parcial;
- 6) subtrair o produto do dividendo parcial;
- 7) comparar o resto com o divisor;
- 8) tomar o algarismo do dividendo;
- 9) verificar o resultado.

^x ^x ^x

Fatos básicos

Grossnickle

1. A significaco de um fato (pag. 219)

2. Os fatos básicos de Adico

O que se deve entender por fatos básicos.

" Os fatos básicos em adico consistem em todos os arranjos possíveis de dois números de um algarismo de 1 a 9, inclusive. Como adico e subtração são processos opostos, há um fato básico relacionado em subtração para cada fato em adico, e vice-versa. Em cada processo há 81 fatos básicos que não envolvem zero. Quando os fatos do zero são includidos, há então 100 fatos básicos em cada um desses dois processos.

Para cada ~~combinaço~~ feita de dois números de um algarismo, com exceção feita dos casos que incluem os duplos, há dois fatos básicos.

Assim numa coleção de 8 feita pela combinação de 3 e 5, os dois fatos básicos em adico, são $3 + 5 = 8$

x combinação

$$e \quad 5 + 3 = 8$$

O quadro da pág 223 mostra os 55 agrupamentos de dois números de um algarismo. ~~das~~ ^{combinacões} 55 ~~agrupamentos~~, os números com sua soma constituem os 55 fatos básicos na adicãõ. Trocando a ordem dos dois números diferentes em cada ^{combinacão} ~~agrupamento~~ com (exceçãõs) exceçãõ da 19 contendo os duplos, os outros 45 fatos básicos são formados.

Quando um aluno sabe um fato básico? (232-33)

"Significacãõ e compreensãõ sãõ os primeiros requisitos na aprendizagem do número. Também, fluenteza, velocidade e precisãõ sãõ os objetos dominantes no ensino do número. Velocidade e precisãõ sãõ ambas essenciais, mas velocidade de resposta só será acentrada depois que o aluno tenha compreendido o fato numérico e seja capaz de usá-lo em várias condições."

Um aluno dominou um fato básico em adição quando ele tem o seguintes conhecimentos e habilidades:

1. Pode representar o fato com materiais concretos.
2. Sabe que adição significa pôr números juntos.
3. Pode reproduzir o fato prontamente e com segurança pela dramatização, pelo uso do marcador, ou por um ábaco.
4. Descobre que mudando a posição dos números (parcelas) não muda a soma.
5. Sabe ~~que~~^{como} escrever o fato tanto na forma vertical como na horizontal.
6. Pode verificar o resultado pelo uso de outros fatos conhecidos.
7. Pode usar o fato num problema.
8. Pode dar a soma facilmente e com segurança.
9. Pode expressar a soma de um fato totalizando 10 ou mais e seus diversos agrupamentos ou os seus valores.

Nota: do mesmo modo se pode

verificar em referência à subtração
resguardadas suas características pe-
culiares.

Os Fatos Básicos de Subtração

Adição e subtração são processos intimamente relacionados. Para cada fato de adição, há um fato correspondente de adição; ex: $3+5$ e $5+3$, os fatos correspondentes são $8-3$ e $8-5$.

Ensino dos Fatos de Adição e Subtração juntos

Há poucas pesquisas para determinar se os dois processos devem ser ensinados simultaneamente ou separadamente. Sem desconhecer que o aluno enriquece a significação de $6+5$ e $5+6$ quando ele conhece os correspondentes fatos de adição, $11-6$ e $11-5$, o autor recomenda que na aprendizagem inicial dos fatos básicos, os dois processos sejam ensinados separadamente. A coisa que é nova para o aluno é a notação ou a representação simbólica do fato. Os dois processos são muito semelhantes em notação, assim sendo parece que o aluno iniciante ^{deve} dominar alguns fatos de adição para trabalhar ~~os correspondentes~~ com fatos de subtração. É importante que o aluno dê significação a cada processo particularmente para não os confundir. O professor deve resolver quando o aluno conhece os fatos cuja soma não excede 6, 8 ou 10, e assim então os dois processos podem ser apresentados simultaneamente.