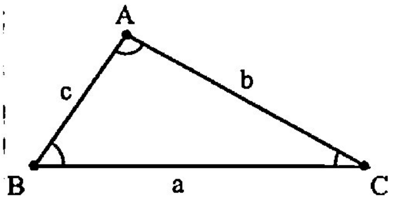
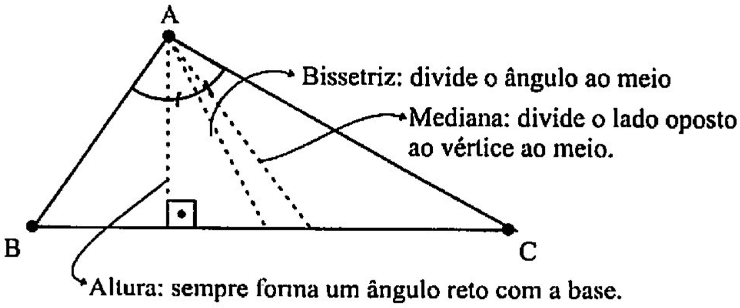
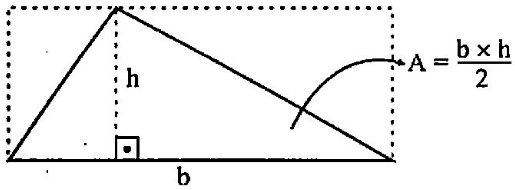
Triângulos

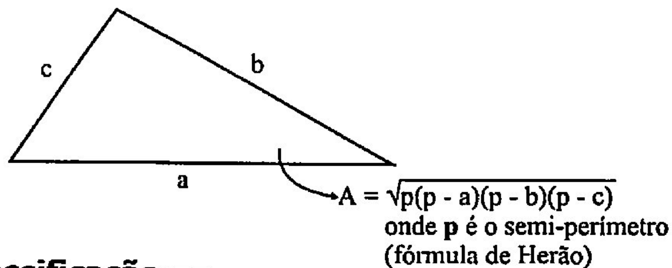


$$\boxed{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°}$$



Perímetro
2p = a + b + c

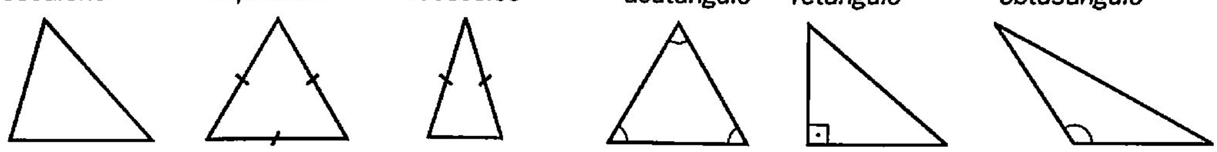




Classificação

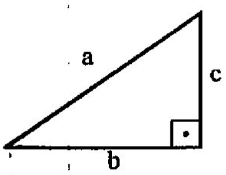
lados — *escaleno*, *equilátero*, *isósceles*

ângulos — *acutângulo*, *retângulo*, *obtusângulo*



Após classificarmos os triângulos, vamos estudar mais detalhadamente dois deles. Observe

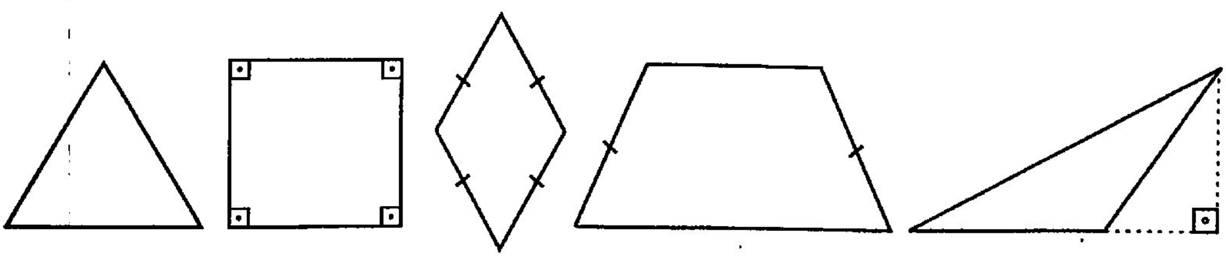
a) Triângulo Retângulo



- **b** e **c** são chamados de catetos e **a** é chamado de hipotenusa.
- Teorema de Pitágoras

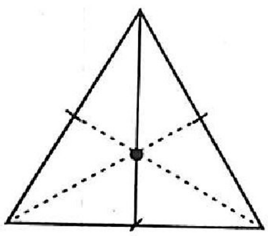
$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Utilizamos o Teorema de Pitágoras para obter os lados de um triângulo retângulo qualquer e como podemos encontrar um triângulo retângulo das mais diversas formas, dividindo polígonos e fazendo projeções, então a sua utilização torna-se "vital" na geometria.

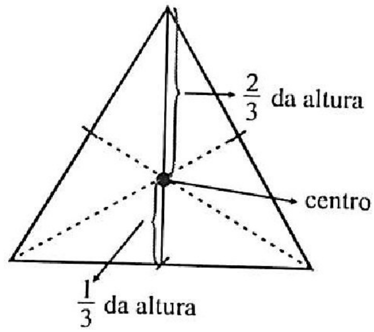


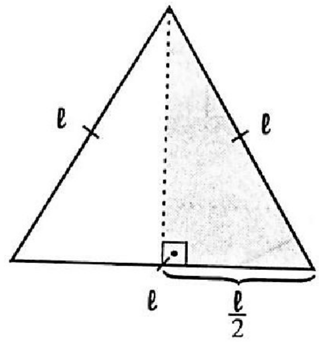
b) Triângulo Equilátero

O triângulo equilátero possui algumas propriedades e características importantes e de fácil obtenção que merecem ser ressaltados, observe:



Num triângulo equilátero a altura, a bissetriz e a mediana coincidem, o que facilita o nosso trabalho, uma vez que o baricentro, incentro e ortocentro também coincidem.

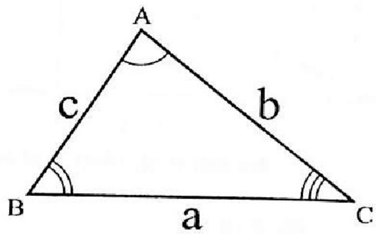


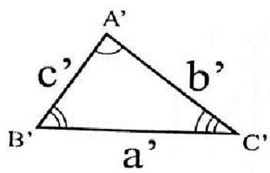


A altura do triângulo equilátero é o seu resultado mais importante, já que os demais partem ele, por exemplo, a área e o apótema.

Semelhança

Dois polígonos são ditos semelhantes quando possuem a mesma forma (têm os ângulos correspondentes congruentes). A semelhança é muito utilizada nos triângulos, mas é extensiva aos demais polígonos.



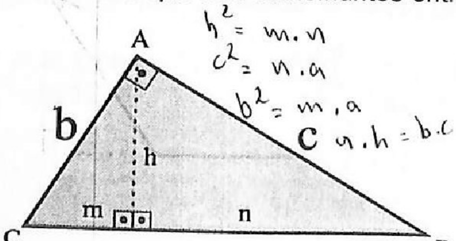


O primeiro triângulo é semelhante ao segundo se, e somente se, $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$ e $\hat{C} = \hat{C}'$. Se houver a semelhança dizemos que os lados do triângulo ABC são diretamente proporcionais aos lados do triângulo A'B'C', assim

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = x \rightarrow \text{constante de proporcionalidade}$$

Obs.: TODA A SEMELHANÇA ENTRE DOIS POLÍGONOS SERÁ POSSÍVEL NA MEDIDA QUE TIVERMOS UMA CONGRUÊNCIA DE SEUS ÂNGULOS. A PROPORCIONALIDADE SERÁ ENTRE SEUS LADOS

Num triângulo retângulo, se traçarmos a altura relativa a hipotenusa, dividiremos o triângulo em outros dois que são semelhantes entre si e com o triângulo original. Observe:

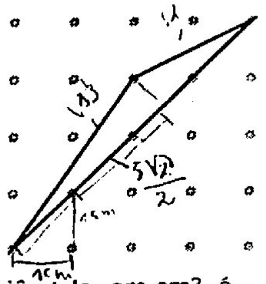


- **m** e **n** são chamadas de projeções e **h** é a altura relativa à hipotenusa.
- as relações estabelecidas através da semelhança são denominadas relações métricas num triângulo retângulo.

AS QUATRO RELAÇÕES DO TRIÂNGULO RETÂNGULO EM FUNÇÃO DA SUA ALTURA E DE SUAS PROJEÇÕES SERÃO DEDUZIDAS PELA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E O TEOREMA DE PITÁGORAS

TESTES

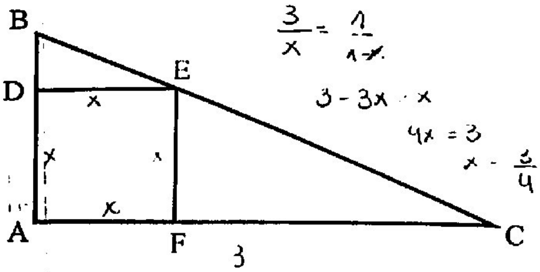
10. (Fuvest) - Considere o triângulo representado na malha pontilhada com quadrados de lados iguais a 1 cm.



A área do triângulo, em cm², é

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

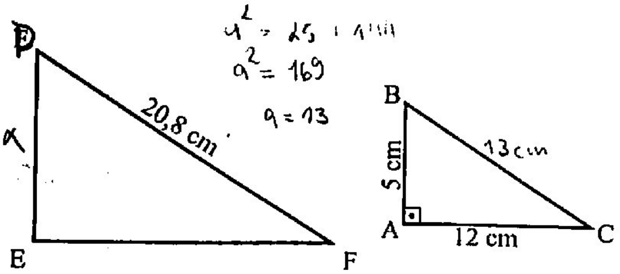
11. (Fuvest) - Na figura, o triângulo ABC é retângulo em A, ADEF é um quadrado, AB = 1 e AC = 3.



Quanto mede o lado do quadrado

a) 0,70
b) 0,75
c) 0,80
d) 0,85
e) 0,90

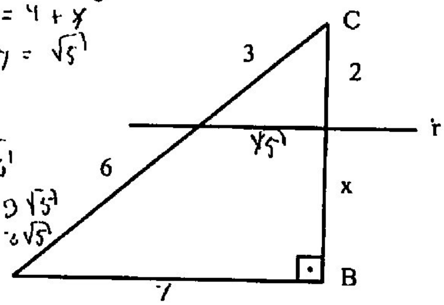
12. (PUC) - Os triângulos retângulos representados abaixo são semelhantes.



Nesse caso, a medida do cateto $\overline{DE}$ é, em cm,

a) 19,8
b) 12,8
c) 13
d) 8
e) 6

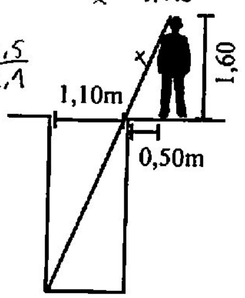
13. (UFSM) -



Na figura, a reta **r** é paralela ao lado AB do triângulo retângulo ABC. O comprimento do lado AB, em centímetros, é

a) $5\sqrt{5}$
b) $\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{5}$
d) $\sqrt{55}$
e) $4\sqrt{5}$

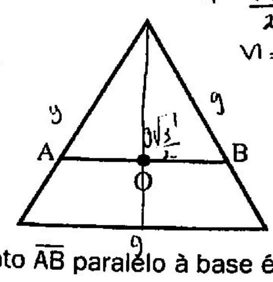
14. (UFRGS-96) - Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,50 m de sua borda, desta forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura.



Com os dados acima, a pessoa conclui que a profundidade do poço é

a) 2,82 m
b) 3,00 m
c) 3,30 m
d) 3,52 m
e) 3,85 m

15. (UFRGS) - Na figura, o triângulo equilátero com centro O tem lado 9.



O segmento $\overline{AB}$ paralelo à base é

a) 4
b) $5\sqrt{3}$
c) 6
d) $6\sqrt{3}$
e) 8

16. (ULBRA) - Num triângulo retângulo isósceles, temos que a medida da hipotenusa é $2\sqrt{2}$ cm. A medida da área do triângulo, em cm², é

a) 1
b) 2
c) 4
d) 8
e) 16

$8 = x^2 + x^2$
$8 = 2x^2$
$x^2 = 4$
$x = 2$

17. (FUVEST) - Um dos catetos de um triângulo retângulo mede 2 e a hipotenusa mede 6. A área do triângulo é

$36 = 4 + x^2$
$x^2 = 32$
$x = 4\sqrt{2}$

a) $2\sqrt{2}$
b) 6
c) $4\sqrt{2}$
d) 3
e) $\sqrt{6}$

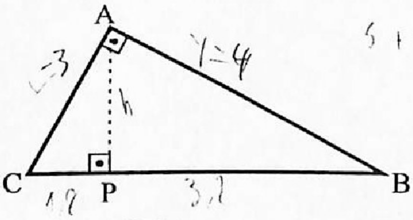
$A = \frac{2 \cdot 4\sqrt{2}}{2}$

18. (UFRGS) - Uma escada de 25 m está encostada na parede vertical de um edifício, de forma que o pé da escada está a 7 m da base do prédio. Se o topo da escada escorrega 4 metros, quanto irá escorregar o pé da escada?

a) 9 m
b) 4 m
c) 13 m
d) 8 m
e) n.r.a.

$25^2 = 7^2 + x^2$
$625 = 49 + x^2$
$576 = x^2$
$x^2 = 24$ m
$625 = 400 + y^2$
$225 = y^2$
$y = 15$
$15 - 7 = 8$

19. (UFRGS) - Na figura, ABC é um triângulo retângulo. $\overline{AP} \perp \overline{BC}$, $\overline{CP}$ mede 1,8 e PB mede 3,2.



$5 + 4 + 3 = 12$

O perímetro e ABC é:

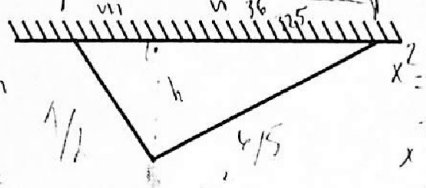
a) 6
b) 8
c) 9
d) 10
e) 12

$h^2 = 1,8 \cdot 3,2$
$h^2 = 5,76$
$h = 2,4$

$x^2 = 2,4^2 + 1,8^2$
$x^2 = 5,76 + 3,24$
$x^2 = 9$
$x = 3$

$y^2 = 2,4^2 + 3,2^2$
$y^2 = 5,76 + 10,24$
$y^2 = 16$

20. (UFRGS) - A lâmpada representada na figura está suspensa por duas cordas perpendiculares presas ao teto.



$x^2 = \frac{36}{25} + \frac{1}{4}$
$x^2 = 169$
$x = 13$

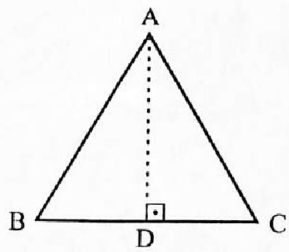
Sabendo-se que essas cordas medem 1/2 e 6/5, a distância da lâmpada ao teto é:

a) 1,69
b) 1,3
c) 0,6
d) 1/2
e) 6/13

21. (PUCRS) - Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 13 cm e a soma das medidas dos dois catetos é 17 cm. A área desse triângulo é

a) 60 cm²
b) 30 cm²
c) 32,5 cm²
d) 39 cm²
e) n.r.a.

22. (PUCRS) - O triângulo abaixo e um triângulo equilátero, sendo AD = $2\sqrt{3}$, o perímetro do triângulo será

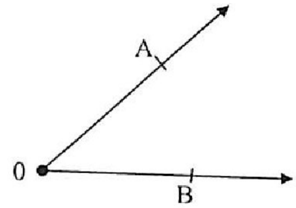


a) $16\sqrt{3}$
b) 16
c) 12
d) $12\sqrt{3}$
e) 9

Geometria Plana

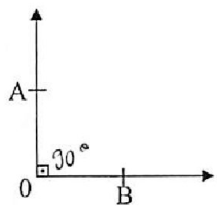
Ângulos

Definição: É a união de duas semi-retas de mesma origem.

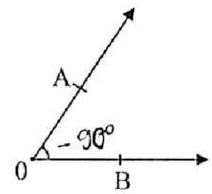


Classificação

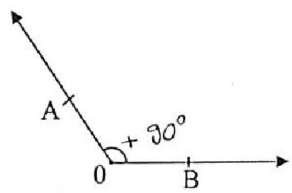
Reto



Agudo

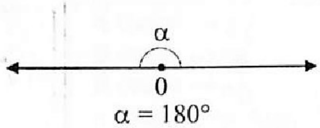


Obtuso

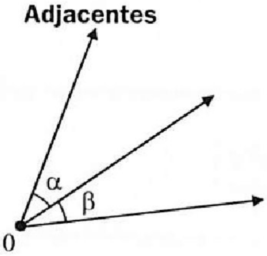


Tipos de Ângulos

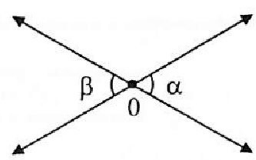
Raso



Adjacentes

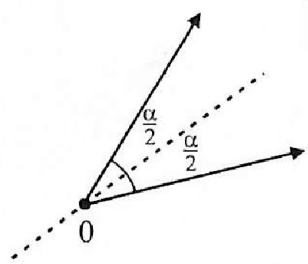


Opostos pelo vértice



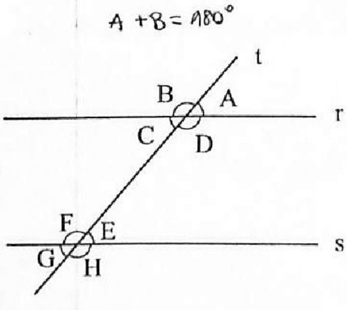
Bissetriz

DIVIDE OS ÂNGULOS EM DOIS ÂNGULOS IGUAIS



Retas paralelas cortadas por uma transversal

A = C
A = E
A + B = 180°



r//s

Obs.:

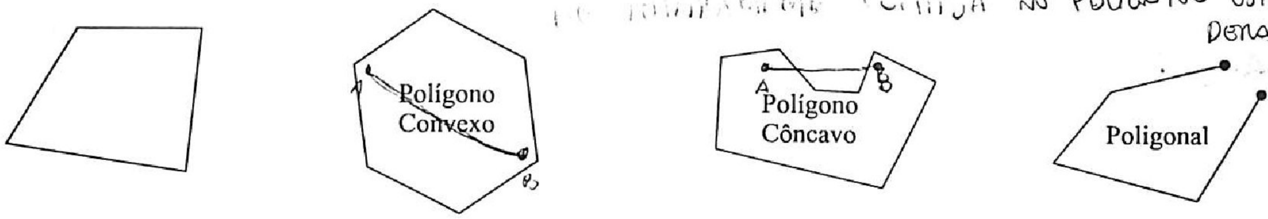
A) $\alpha + \beta = 90°$ → COMP.

B) $\alpha + \beta = 180°$ → SUPLEMENTARES

C) $\alpha + \beta = 360°$ → REPL.

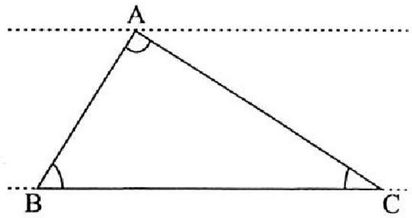
TODO O POLÍGONO CONVEXO
[illegible] A RETA (QUALQUER)
[illegible] CONTIDA NO POLÍGONO CONSIDERADO

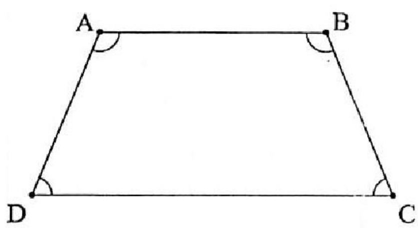
Polígonos

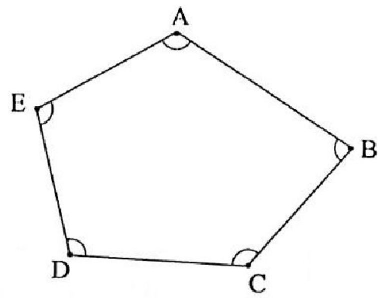


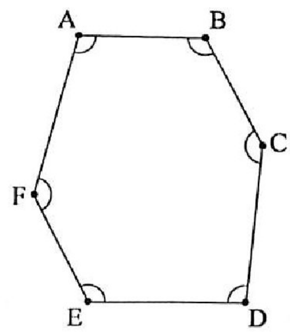
S_i: soma dos ângulos internos
a_I: ângulo interno

S_e: soma dos ângulos externos
a_e: ângulo externo



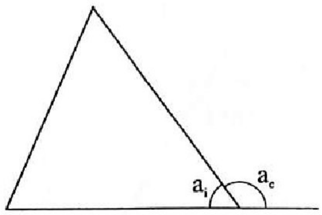




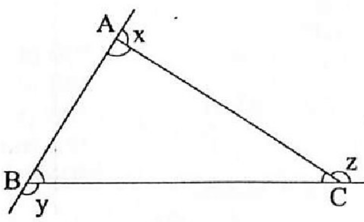


4 lados → 2Δ
5 lados → 3Δ
6 lados → 4Δ
n lados → (n − 2)Δ

$S_i = (n-2) \cdot 180^\circ$



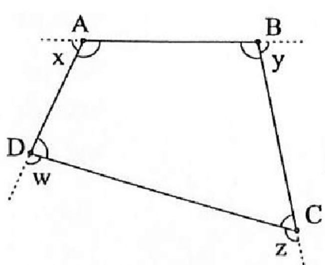
$\mathbf{a_I + a_e =}\ 180^\circ$



$$\begin{array}{r}
A + x = 180^\circ \\
B + y = 180^\circ \\
+\ C + z = 180^\circ \\
\hline
540^\circ
\end{array}$$

$180^\circ + Se = 540^\circ$

$Se = 360^\circ$



$$\begin{array}{r}
\hat{A} + x = 180^\circ \\
\hat{B} + y = 180^\circ \\
\hat{C} + z = 180^\circ \\
+\ \hat{D} + w = 180^\circ \\
\hline
\end{array}$$

$360^\circ + Se = 720^\circ$

$Se = 360^\circ$

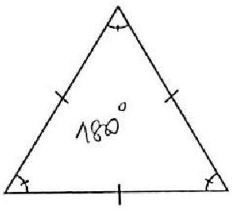
$\mathbf{S_e =}\ 360^\circ$

Polígono Regular

É todo o polígono que possui os lados e ângulos congruentes (iguais).

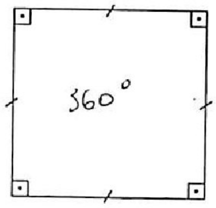
Ex.:

Triângulo Equilátero

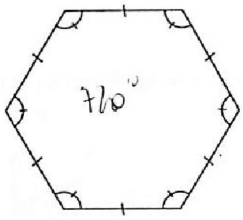


$a_i = 60°$

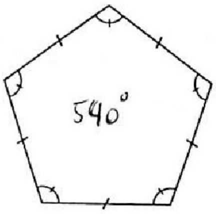
Quadrado



$a_i = 90°$



$a_i = 120°$

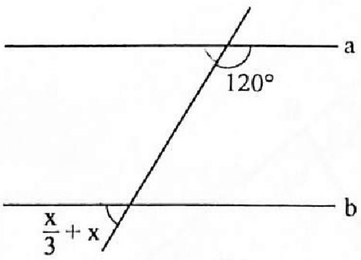


$a_i = 108°$

$$\boxed{a_i = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}}$$

TESTES

01. Sendo **a** paralela a **b**, o valor de **x** é, em graus, é



$$\begin{array}{r} 180 \\ -120 \\ \hline 060 \end{array}$$

a) 60°
b) 55°
c) 50°
d) 45°
e) 40°

$\frac{x}{3} + x = 60°$

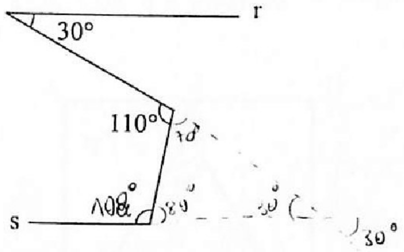
$\frac{x + 3x}{3} = 60°$

$\frac{4x}{3} = 60$

$4x = 180°$

$x = 45°$

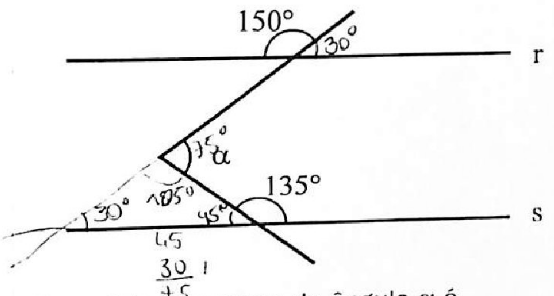
02. Se **r // s**, então a mede, em graus,



a) 90°
b) 100°
c) 110°
d) 120°
e) 130°

SOMA DO TRIÂNGULO = 180°

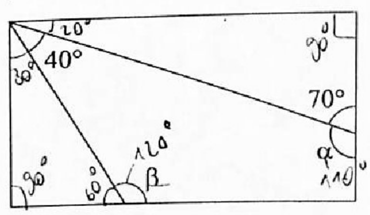
03. (UFSM) - Na figura, as retas **r** e **s** são paralelas.



A medida, em graus do ângulo α é

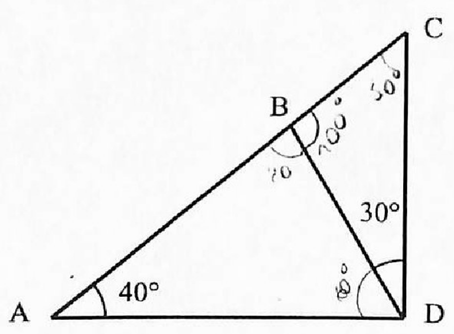
a) 45
b) 75
c) 85
d) 135
e) 145

04. (Fuvest) - No retângulo abaixo, o valor, em graus, de $\alpha + \beta$ é



a) 230
b) 210
c) 190
d) 250
e) 130

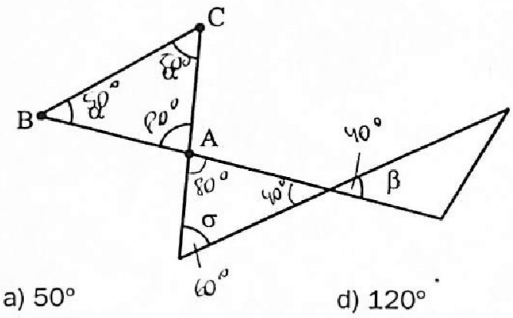
05. (UCMG) - Na figura, o ângulo ADC é reto.



O valor, em graus, do ângulo CBD é

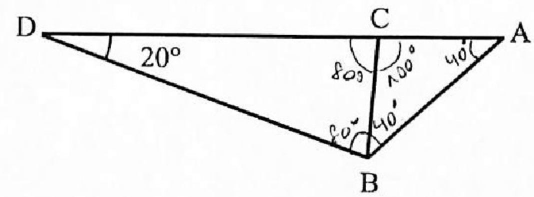
a) 95
b) 100
c) 105
d) 120
e) 130

06. (ULBRA) - Sabendo que $\beta = 40°$, $\sigma = 60°$ e o triângulo ABC é isósceles, o valor do ângulo α é



a) 50°
b) 60°
c) 80°
d) 120°
e) 100°

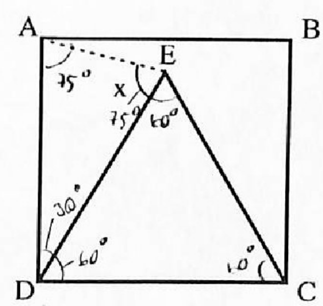
07. (PUC-96/2) -



Se na figura temos: medidas D = 20°, AC e BC congruentes, CD e BD congruentes, então a medida do ângulo A é

a) 100°
b) 80°
c) 70°
d) 40°
e) 20°

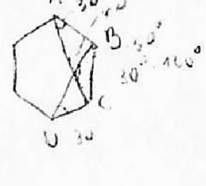
08. (UCS) - Sabendo que ABCD é um quadrado e que o triângulo CDE é equilátero, a medida **x** do ângulo AED é



a) 60°
b) 75°
c) 80°
d) 85°
e) 90°

09. (Fuvest) - A, B, C e D são vértices consecutivos de um hexágono regular. A medida, em graus, de um dos ângulos formados pelas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ é

a) 90
b) 100
c) 110
d) 120
e) 150

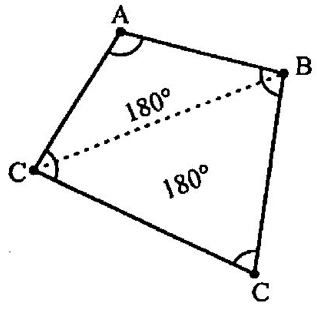


$S = (n-2) \cdot 180°$

$S = 4 \cdot 180 = 720° \quad \dfrac{720°}{6} = 120°$

Quadriláteros

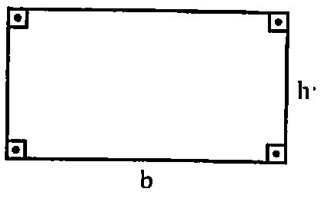
A soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero convexo é 360°.



A + B + C + D = 360°

Retângulo

Retângulo é todo o quadrilátero que possui os quatro ângulos retos.



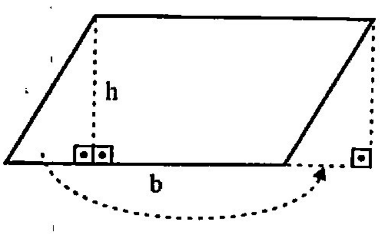
Retângulo (reto)

$A = b \times h$
Diagonal → Pitágoras

Paralelogramo

Paralelogramo é todo quadrilátero que possui 2 pares de lados paralelos

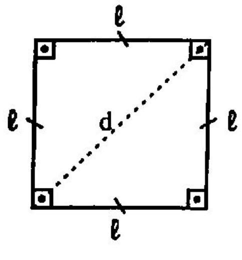
Paralelogramo (Paralelo)



$A = b \times h$

Quadrado

Quadrado é todo quadrilátero que possui lados congruentes e ângulos também congruentes. Como todo quadrado é um retângulo, temos



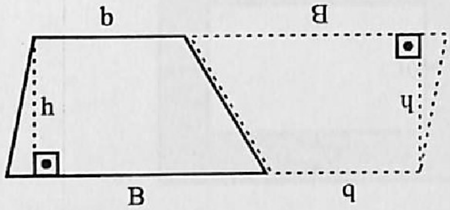
$A = b \times h = \ell \times \ell = \ell^2$

Diagonal → Pitágoras

$d = \ell\sqrt{2}$

Trapézios

Trapézio é todo quadrilátero que possui apenas 1 par de lados paralelos.

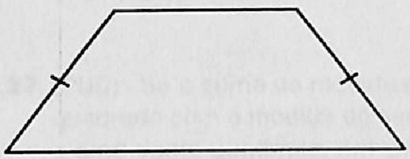


Note que copiando o trapézio da forma representada no desenho obtemos um paralelogramo de área $(B + b) \times h$. Como o trapézio ocupa a metade da área da figura, temos

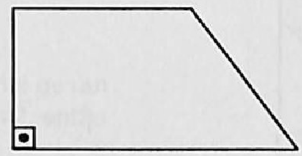
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Classificação

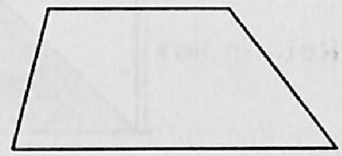
Isósceles



Retângulo

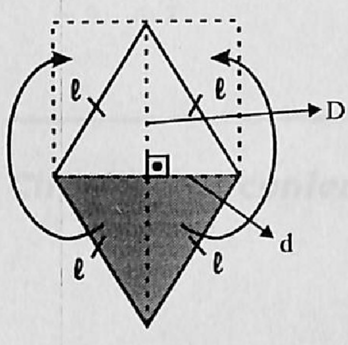


Escaleno



Losango

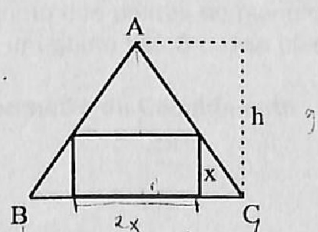
Losango é todo equilátero que possui os quatro lados congruentes.



Note que deslocando a região hachurada para a parte superior como mostra o desenho obtemos um retângulo de base **d** e altura $\frac{\mathbf{D}}{\mathbf{2}}$, assim: $A = b \times h = d \times D/2$.

TESTES

23. (PUC-Camp) - Um retângulo cuja base é o dobro da altura, está inscrito em um triângulo de base 12 e altura 9.



O perímetro desse retângulo vale

81 = 144 . h

h = 81/144

a) 21,4
b) 22,5
c) 22,7
d) 22,7
e) 21,8

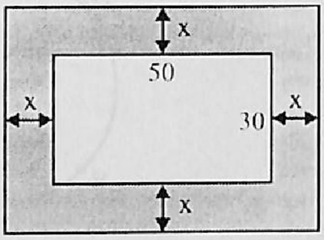
24. (ULBRA) - A área de um trapézio mede 1200 cm². Se suas bases medem 40 cm e 60 cm sua altura mede

a) 24 cm
b) 36 cm
c) 48 cm
d) 100 cm
e) 120 cm

25. (UFRGS) - em um losango, a soma dos ângulos obtusos é o dobro da soma dos ângulos agudos. Sabendo que a medida da diagonal menor é 4, a diagonal maior mede

a) 6
b) 4
c) $2\sqrt{2}$
d) $2\sqrt{3}$
e) $4\sqrt{3}$

26. (ULBRA) - A área da figura hachurada é



a) $4x\,(x + 40)$
b) $2(x^2 + 40x)$
c) $x^2 + 40\,x$
d) $x^2 - 150$
e) $x^2 + 160$

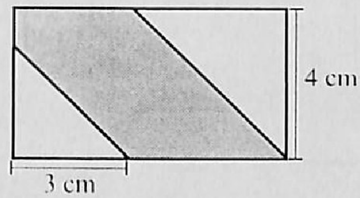
27. (PUC) - Se a soma da medida da diagonal de um quadrado com a medida do seu lado é $\sqrt{2}$, então a área deste quadrado, em cm^2, é

a) 1/4
b) 1
c) $2 - 4\sqrt{2}$
d) $6 - 4\sqrt{2}$
e) $8 - 4\sqrt{2}$

28. (UFRGS) - Um quadrado e um triângulo equilátero têm perímetros iguais. Se a diagonal do quadrado mede $9\sqrt{2}$ m, então a altura do triângulo, em **m**, é

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $2\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3}$
e) $6\sqrt{3}$

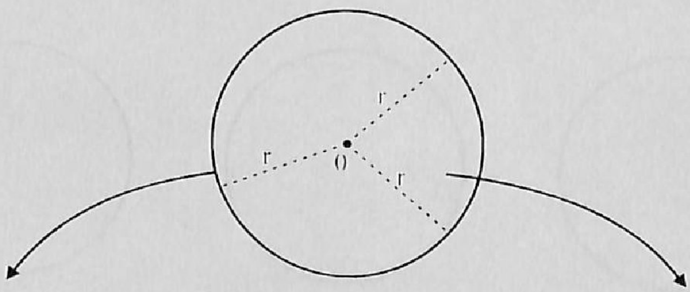
29. (PUC-96) -



Se a área do retângulo acima é 32 cm^2 e os triângulos formados são isósceles, então o perímetro do pentágono hachurado, em cm, é

a) 39/2
b) $10 + 7\sqrt{2}$
c) $10 + 12\sqrt{2}$
d) 32
e) $70\sqrt{2}$

Círculo e Circunferência



Circunferência

É o conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de um ponto fixo **O** desse plano.

Perímetro ou Comprimento

$C = 2\pi r$

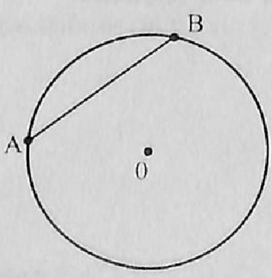
Círculo

É a reunião da circunferência com a região interna por ela limitada

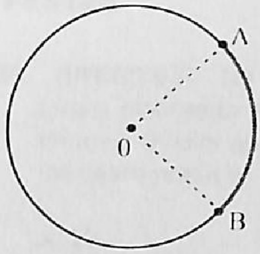
Área (superfície)

$A = \pi r^2$

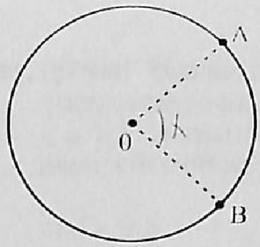
Corda



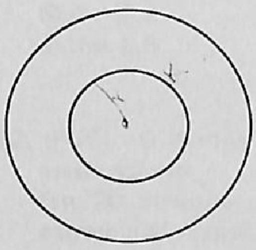
Arco de circunferência



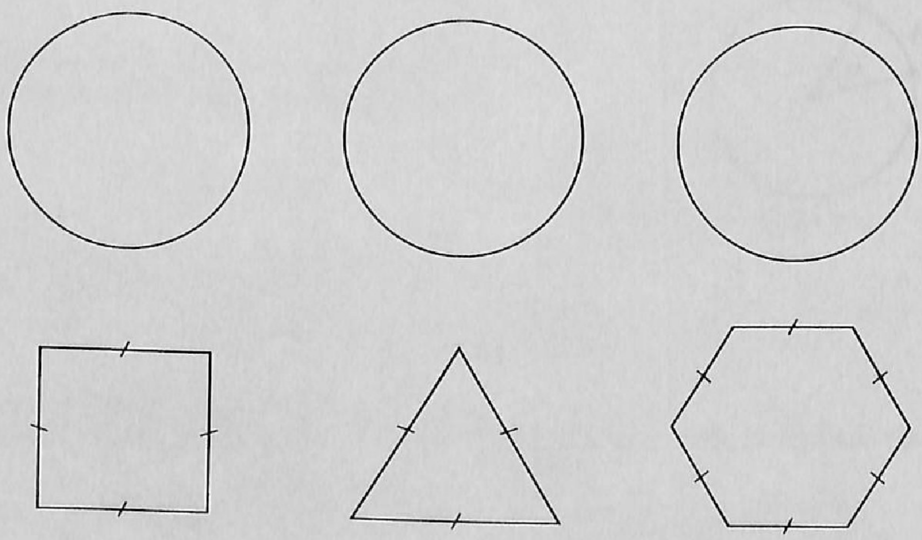
Setor Circular



Coroa Circular



Polígonos Inscritos e Circunscritos a uma circunferência



Inscritos: todo polígono está inscrito numa circunferência quando os seus vértices pertencem à circunferência e está circunscrito quando seus lados tangenciam a circunferência

Testes

30. (UFRGS-93) - Na borda de uma praça circular foram plantadas 47 roseiras, espaçadas 2 m entre si. O valor que mais se aproxima do diâmetro desta praça é

a) 15
b) 18
c) 24
d) 30
e) 50

31. (UFSM) - Quando um dos pneus de um trator dá 1000 voltas, o trator percorre 3100 m. Tomando $\pi = 3{,}1$, a medida aproximada do diâmetro do pneu, em metros, é

a) d = 0,5
b) d = 0,8
c) d = 1
d) d = 1,2
e) d = 1,5

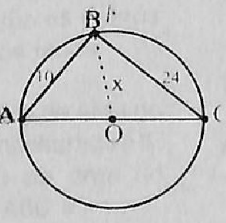
32. (PUC) - O ponteiro dos minutos de um relógio mede 12 cm.
Em 20 minutos, considerando $\pi = 3{,}14$ sua extremidade percorre em cm,

a) 2,4
b) 12,2
c) 20,12
d) 25,12
e) 21,12

33. (ULBRA) - Uma roda tem 5 cm de raio. Quantas voltas deve dar para percorrer 6,28 metros? (use $\pi = 3{,}14$)

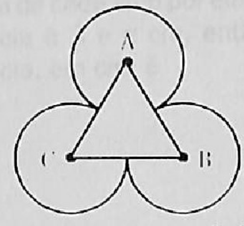
a) 4
b) 10
c) 20
d) 40
e) 200

34. (UCS) - Se **O** é o centro, $\overline{\mathbf{BC}}$ é o diâmetro da circunferência, então o valor de **x** é



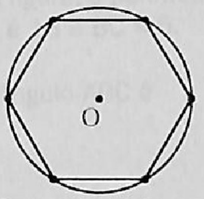
a) 17
b) 7
c) 13
d) 15
e) 12

35. (ULBRA) - O lado do triângulo equilátero ABC mede 2 cm, então o perímetro do trevo de três folhas é



a) 5π
b) 37π
c) 8π
d) 10π
e) 15π

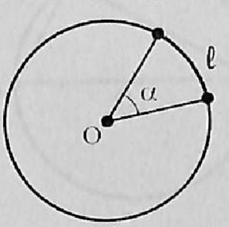
36. (UNISINOS) - O hexágono regular, inscrito em uma circunferência, tem perímetro 24 m.



A área da região sombreada, em m², é, aproximadamente, igual a

a) 1,45
b) 5,24
c) 8,32
d) 14,27
e) 23,54

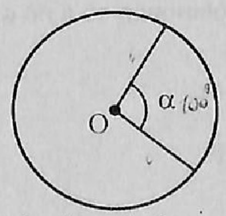
37. (UFGS) - Na figura abaixo, o comprimento da circunferência é 36 e $\alpha = 25°$.



O comprimento do arco ℓ é

a) 1
b) 1,5
c) 2,5
d) 3
e) 3,5

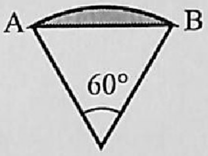
38. (UFRGS) - O círculo da figura, tem raio 6 e α mede 100°.



A área do setor hachurado é

a) 6
b) 10
c) 6π
d) 10π
e) 60

39. (PUC-98) - Na figura ao lado está representado um setor circular cujo ângulo central mede 60°. Se a medida da corda AB é 2 cm, então a área do segmento circular hachurado, expressa em cm², é



a) $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{3}$

b) $\pi - 2$

c) $2(\pi - \sqrt{2})$

d) $\frac{\pi - \sqrt{2}}{6}$

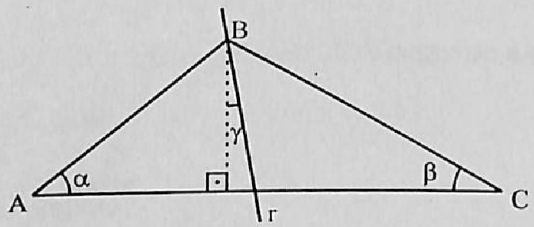
e) $\frac{\pi - \sqrt{3}}{3}$

40. (PUC-96) - Um hexágono regular está inscrito numa circunferência.
Se a medida de cada arco por ele determinado na circunferência é 3 e π cm, então o raio dessa circunferência, em cm, é

a) 9
b) 6
c) $3\sqrt{2}$
d) 3
e) $2\sqrt{2}$

Aula Especial

01. (Fatec-SP) - Na figura, **r** é a bissetriz do ângulo ABC.



Se α = 40° e β = 30°, então

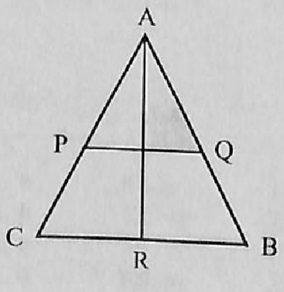
a) γ = 0°
b) γ = 5°
c) γ = 35°
d) γ = 15°
e) os dados são insuficientes para determinar γ.

02. (Mack-SP) - Num polígono regular, a medida de um ângulo interno é 150°. O número de lados desse polígono é

a) 14
b) 13
c) 12
d) 10
e) n.r.a.

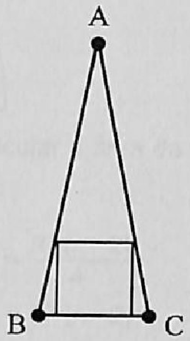
03. (UFRGS) - ´No triângulo ABC desenhado ao lado, **P**, **Q** e **R** são os pontos médios dos lados.

Se a medida da área do triângulo hachurado é 5, a medida da área do triângulo ABC é



a) 20
b) 25
c) 30
d) 35
e) 40

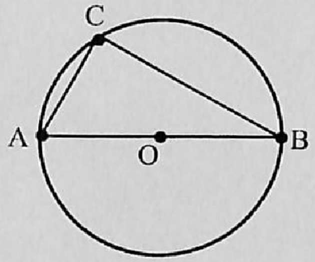
04. (UFRGS) - Na figura, o perímetro do quadrado é 16 e BC = 6.



A área do triângulo ABC é

a) 6
b) 12
c) 24
d) 36
e) 72

05. (ETI) - O triângulo ABC está inscrito em uma circunferência de centro **O**, cujo raio mede 5 cm.



Sendo AB = 6 cm, BC será

a) 4 cm
b) 5 cm
c) 11 cm
d) 8 cm
e) 6 cm

06. (UFRGS) - Um quadrado e um triângulo equilátero têm o mesmo perímetro. A razão entre a área do triângulo e a área do quadrado é

a) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

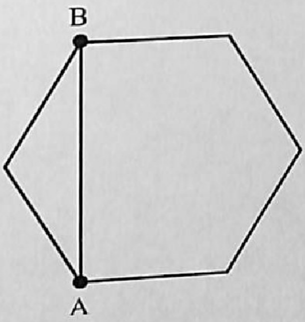
b) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

07. (PUC-SP) - A figura mostra um hexágono regular de lado **a**.



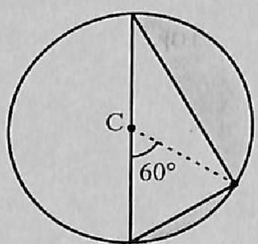
A diagonal $\overline{AB}$ mede

a) $2a$
b) $a\sqrt{2}$
c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
d) $a\sqrt{3}$
e) $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$

08. (PUC) - O polígono que possui 35 diagonais é o

a) pentágono.
b) hexágono.
c) heptágono.
d) octógono.
e) decágono.

09. (UFRGS) - A figura mostra um triângulo inscrito num semicírculo com raio **r** e centro **C**.



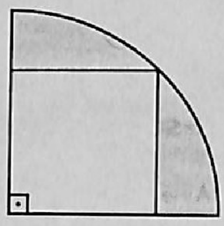
A área da região tracejada vale

a) $\frac{(\pi - \sqrt{3})r^2}{2}$
b) $\frac{(\pi - 2\sqrt{3})r^2}{2}$
c) $(\pi - r\sqrt{3})r$
d) $(\pi - \sqrt{3})\ r^2$
e) $(\pi - 2\sqrt{3})\ r^2$

10. (PUCRS) - Sabendo que $x+4$ e $x+2$ representam as diagonais de um losango de área 24 cm² de área, pode-se afirmar que o perímetro do losango é

a) 40 cm
b) 15 cm
c) 32 cm²
d) 20 cm
e) 24 cm²

11. (UFRGS) - Na figura abaixo, temos um quadrado inscrito num setor de 90° cujo raio é **R**.



Deduzindo uma fórmula para calcular a área da região sombreada, temos

a) $A = R^2\ (\pi 4 - 1)$
b) $A = R^2\ (\pi 4 - \frac{1}{2})$
c) $A = \frac{R^2\ (\pi - 1)}{4}$
d) $A = \frac{R^2\ (\pi - 2)}{4}$
e) $A = R^2\ (\pi - 2)$

GABARITO

01. d	**02. b**	**03. b**	**04.a**	**05. b**	**06. a**	**07. d**	**08. b**
09. d	**10. 3**	**11. b**	**12. d**	**13. c**	**14. d**	**15. c**	**16. b**
17. c	**18. d**	**19. e**	**20. e**	**21. b**	**22. c**	**23. a**	**24. a**
25. e	**26. a**	**27. d**	**28. e**	**29. b**	**30. d**	**31. c**	**32. d**
33. c	**34. c**	**35. a**	**36. a**	**37. c**	**38. d**	**39. a**	**40. a**

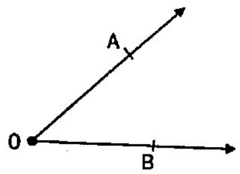
Sessão Especial

01. b	**02. c**	**03. e**	**04. d**	**05. d**	**06. b**	**07. d**	**08. e**
09. a	**10. d**	**11.b**					

Trigonometria

Revisão de Ângulos

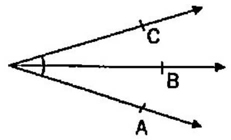
Ângulo é a união de duas semi-retas que têm a mesma origem.



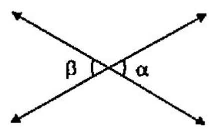
Notação: AÔB ou Ô.
Obs.: 1) O é dito vértice de AÔB
2) $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ são ditos lados de AÔB
3) Às vezes, se designa um ângulo perla sua medida, digamos α.

Tipos comuns de ângulos:

• Adjacentes



• O.P.V.

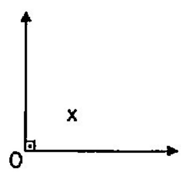


• par linear

Obs:1) dois ângulos adjacentes têm sempre um lado em comum.
2) ângulos o.p.v. são sempre congruentes (têm a mesma medida).
3) dois ângulos que formam um par linear têm a soma de suas medidas igual a 180°.

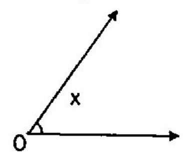
Classificação dos Ângulos

Reto



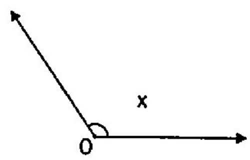
$x = 90°$

Agudo



$0 < x < 90°$

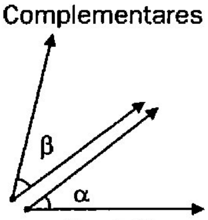
Obtuso



$90° < x < 180°$

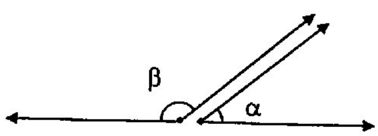
Pares de ângulos

Complementares



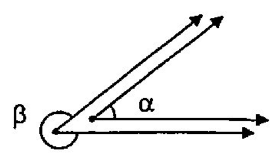
$\alpha + \beta = 90°$

Suplementares



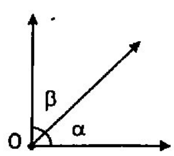
$\alpha + \beta = 180°$

Replementares

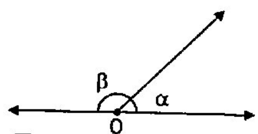


$\alpha + \beta = 360°$

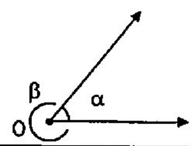
Particularmente:



Âng.	Complemento
x	90° - x



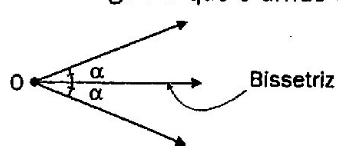
Âng.	Suplemento
x	180° - x



Âng.	Replemento
x	360° - x

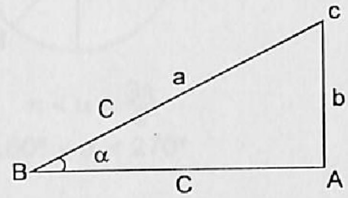
Bissetriz de um Ângulo

É a semi-reta com origem no vértice do ângulo e que o divide em dois ângulos congruentes.



• *Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo*

Dado o triângulo retângulo abaixo, temos:



a → hipotenusa
b → cateto oposto
c → cateto adjacente

$$\boxed{\text{sen}\ \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}}$$

$$\boxed{\cos \alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}}$$

$$\boxed{\text{tg}\ \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}}$$

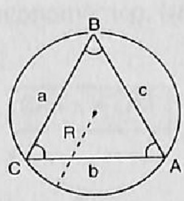
Observação:

	0°	30°	45°	60°	90°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$

• *Triângulo qualquer*

Lei dos Senos

Em qualquer triângulo com medidas **a**, **b** e **c** e sendo **r** a medida do raio do círculo circunscrito ao triângulo, temos:



é constante a razão entre a medida de cada lado e o seno da medida do ângulo oposto; essa constante vale o dobro da medida do raio do círculo circunscrito ao triângulo, isto é:

$$\boxed{\frac{a}{\text{sen}\ A} = \frac{b}{\text{sen}\ B} = \frac{c}{\text{sen}\ C} = 2R}$$

Lei dos Cossenos

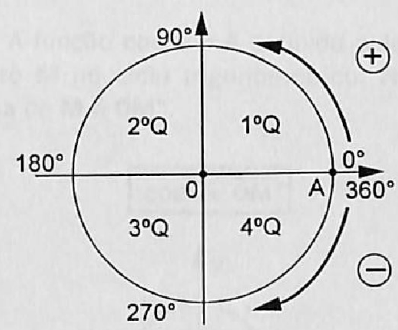
O quadrado da medida de um lado é igual a soma dos quadrados da medida dos outros dois, menos duas vezes o produto das medidas destes dois lados, pelo co-seno da medida do ângulo que eles formam, isto é:

(1) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\hat{A}$
(2) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\hat{B}$
(3) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\hat{C}$

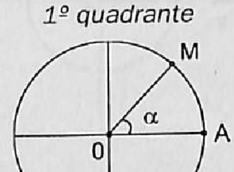
• *Círculo Trigonométrico*

Círculo trigonométrico é um círculo que apresenta:

– orientação
– origem dos arcos
– segmento unitário (raio = um)

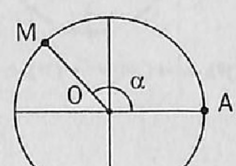


1º quadrante



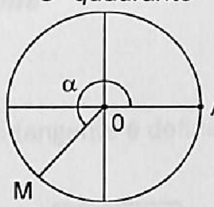
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
$0° < \alpha < 90°$

2º quadrante



$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
$90° < \alpha < 180°$

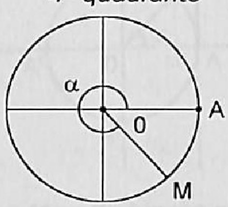
3º quadrante



$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

$$180° < \alpha < 270°$$

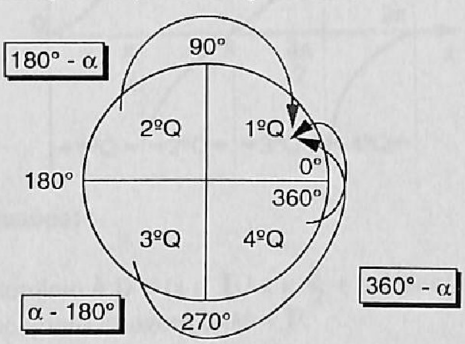
4º quadrante



$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

$$270° < \alpha < 360°$$

Obs.: Redução ao primeiro Quadrante



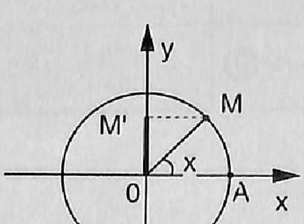
Funções Circulares Diretas

• Função Seno

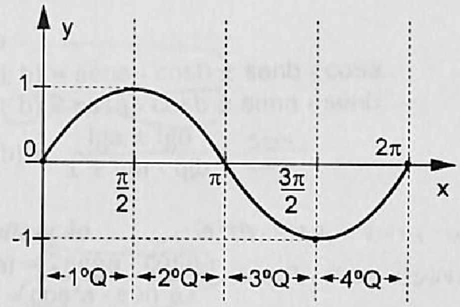
Seno

A função seno é definida pela ordenada do ponto **M** no ciclo trigonométrico. No caso, a ordenada de **M** é **OM'**.

$$\boxed{\text{Sen } x = \overline{OM'}}$$



Veja o gráfico de **y = senx**:



Conclusões:

a) O domínio de D = $\mathbb{R}$.

b) O conjunto imagem é IM = $\{y \in \mathbb{R} | -1 \leq y \leq 1\}$.

c) O nome da curva é senóide.

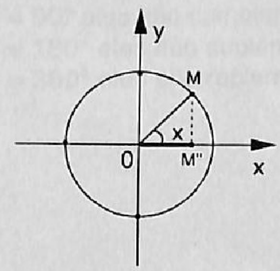
d) O período é 2πrad.

• Função Co-seno

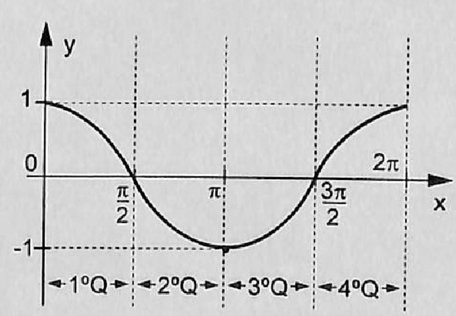
Co-seno

A função co-seno é definida pela abscissa do ponto **M** no ciclo trigonométrico. No caso, a abscissa de **M** é **OM"**.

$$\boxed{\cos X = \overline{OM''}}$$



Veja o gráfico da função **y = cosx**.



Conclusões:

a) O domínio é D = $\mathbb{R}$

b) O conjunto imagem é IM = $\{y \in \mathbb{R} | -1 \leq y \leq 1\}$.

c) O nome da curva é co-senóide.

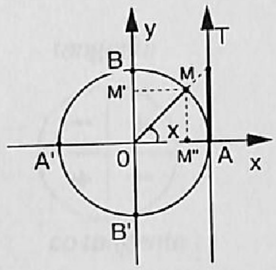
d) O período é 2πrad.

• *Função Tangente*

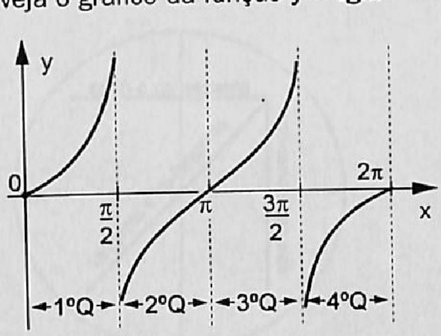
Tangente

A função tangente é definida pelo segmento orientado **AT**.

$$\boxed{tgx = \overrightarrow{AT}}$$



Veja o gráfico da função **y = tgx**:



Conclusões:

a) O domínio é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \frac{\pi}{2} + kp\}$ $(k \in Z)$.

b) O conjunto imagem é $IM = \mathbb{R}$

c) o nome da curva é tangenóide.

d) O período é igual a π ou 180°.

Obs.: as demais funções trigonométricas serão trabalhadas ao longo dos testes.

• *Relações entre funções trigonométricas de um mesmo arco*

① $sen^2 x + cos^2 x = 1$	④ $cotgx = \frac{1}{tgx}$
② $tgx = \frac{senx}{cosx}$	⑤ $secx = \frac{1}{cosx}$
③ $cotgx = \frac{cosx}{senx}$	⑥ $co\text{-}secx = \frac{1}{senx}$

Transformações

Adição

$sen(a \pm b) = sena \cdot cosb \pm senb \cdot cosa$

$cos(a \pm b) = cosa \cdot cosb \mp sena \cdot senb$

$tg(a \pm b) = \dfrac{tga \pm tgb}{1 \mp tga \cdot tgb} = \dfrac{sen}{cos}$

Multiplicação

$sen(2a) = 2sena \cdot cosa$ — $sena \cdot cosa + sena \cdot cosa$

$cos2a = cos^2a - sen^2a$ — $cosa \cdot cosa + sena \cdot sena$

$tg2a = \dfrac{2tga}{1 - tg^2a}$

$secx = \dfrac{1}{cosx}$

Divisão

Dado o cosx, usamos

$cosecx = \dfrac{1}{senx}$

$cotgx = \dfrac{1}{tgx}$

$sen\ a/2 = \pm\sqrt{\dfrac{1 - cosa}{2}}$

$cos\ a/2 = \pm\sqrt{\dfrac{1 + cosa}{2}}$

$sen^2x + cos^2x = 1$

$tg\ a/2 = \pm\sqrt{\dfrac{1 - cosa}{1 + cosa}}$

Dado o senx, calculamos o cos pela fundamental e colocamos nas fórmulas anteriores.

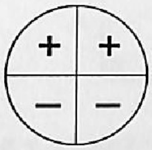
Ângulos Complementares, Suplementares e Replementares:

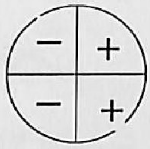
Sejam dois ângulos α e θ.

- Se $\alpha + \theta = 90°$ eles são complementares.
- Se $\alpha + \theta = 180°$ eles são suplementares.
- Se $\alpha + \theta = 360°$ eles são replementares.

- ***Resumo dos sinais***

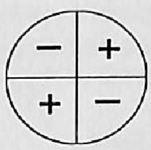
seno *co-seno*





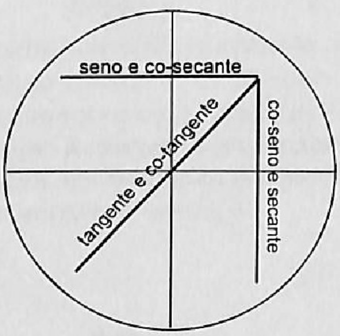
co-secante *secante*

tangente



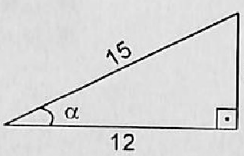
co-tangente

Sinais Positivos



Testes

01. No triângulo abaixo, o valor do seno do ângulo α é



$SEN\,\alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{3}{5}$

02. (PUC) - Com os dados do triângulo abaixo, pode-se afirmar que o ângulo β mede:

$\cos\beta = \frac{ADJ}{HIP} = \frac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{1}{2} = 60°$

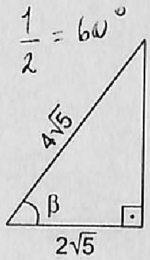
a) 15°

b) 30°

c) 45°

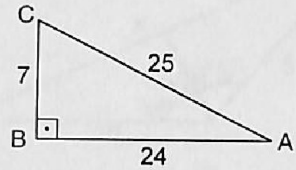
d) 60°

e) 70°



21 | 3,42
30
28
20

03. (UPF) - Baseado no triângulo abaixo, a alternativa correta é



a) cos Â = 1,04

b) cos Ĉ = 0,96

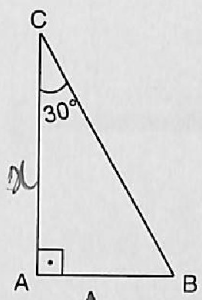
c) sen Â = 0,96

d) tg Â = 3,57

e) tg Ĉ = 3,42

$TANG\,\hat{C} = \frac{OP}{ADJ} = \frac{24}{7} = 3,42$

04. (UFSM) - Na figura abaixo, a medida de um cateto é 1cm e a do ângulo oposto é 30°.



$tg\,30° = \frac{1}{x}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{x}$

$\sqrt{3}\cdot x = 3$

$x = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3}$

Então, o outro cateto mede

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm

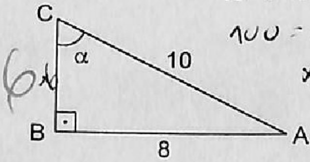
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm

d) $\sqrt{2}$ cm

e) $\sqrt{3}$ cm

05. (PUC) - A tangente do ângulo α do triângulo ABC da figura a seguir é



$10^2 = x^2 + 8^2$

$100 = x^2 + 64$

$x^2 = 100 - 64$

$x^2 = 36$

$x = 6$

a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{5}{18}$

c) $\frac{4}{5}$

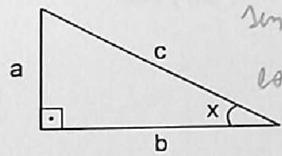
d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{4}{3}$

$TANG\,\alpha = \frac{8}{6}$

$TANG\,\alpha = \frac{4}{3}$

06. (PUC) - No triângulo abaixo, é válido afirmar que



sen x = a/c
cos x = b/c
tg x = a/b

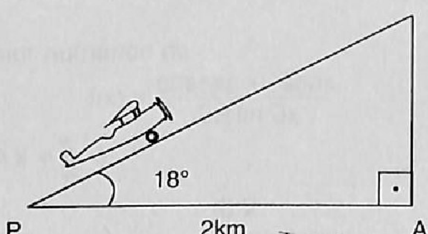
a) a = b.sen x a/c
b) a = c.cos x b/c
c) a = b.cos x b/c
d) a = b.tg x a/b
e) b = tg x a/b

07. (PUC) - Num triângulo isósceles em que cada um dos lados congruentes mede 10 e cada ângulo da base 30°, a medida da base é

a) 5
b) $5\sqrt{3}$
c) $10\sqrt{3}$
d) 20
e) $20\sqrt{3}$

cos 30° = (b/2)/10
cos 30° = b/2 x 1/10
√3/2 = b/20
2b = 20√3
b = 10√3
sen 30° = 1/2 = 10/x

08. (UNISINOS) - Um avião levanta vôo em **P**, fazendo um ângulo constante de 18° com A horizontal. Quando de sobrevoa um prédio de 25m de altura, na posição **A**, distante 2 km do ponto de partida, sua altura, em relação ao topo do prédio, aproximadamente, em metros, é.

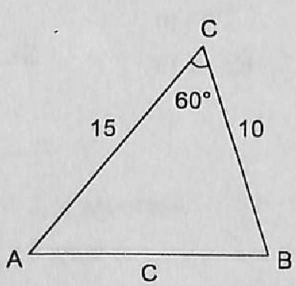


sen 18° = 0,30
cos 18° = 0,95

TANG 18° = 0,31 = x/2
x = 0,62
x 620 m

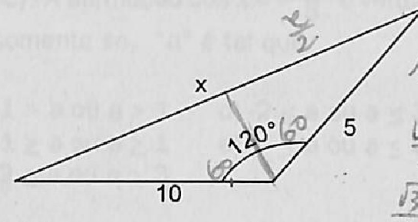
a) 25
b) 250
c) 500
d) 625
e) 650

09. (PUC) - O valor do lado **C** na figura é



a) 20
b) $3\sqrt{5}$
c) 5
d) 5
e) $5\sqrt{7}$

10. (PUC) - O valor de **x** no triângulo abaixo é



sen 60° = (x/2)/5
√3/2 = x/2 x 1/5
√3/2 = x/10
2x = 10√3
x = 10√3/2
x = 5√3

a) $5\sqrt{2}$
b) $5\sqrt{3}$
c) $5\sqrt{5}$
d) $5\sqrt{7}$
e) $5\sqrt{10}$

11. (ULBRA) - O valor de (cos 1080° - sen 720°). Cos 1125° é

a) 1
b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\frac{1}{2}$
e) zero

12. (ULBRA) - $\frac{2}{5}$ da circunferência equivalem a:

a) 60°
b) 100°
c) 144°
d) 300°
e) 600°

13. (ULBRA) - Um arco de $\frac{5\pi}{3}$ corresponde a:

a) 60°
b) 150°
c) 300°
d) 360°
e) 600°

14. (U. Londrina) - Se y = cos 2280°, então **y** é igual a

2280 | 360
2160   6
120

a) -cos 12°
b) -cos 30°
c) - cos 60°
d) cos 12°
e) cos 60°

y = cos 2280 = 120 = - cos 60°

15. (Unificado - RJ) - Sendo dado que

$$M = \frac{\text{sen } 2460° \cdot \cos 1110°}{\text{tg } 2205°}$$

M é igual a

a) $\frac{-3\sqrt{2}}{4}$
b) $\frac{-3}{8}$
c) $\frac{-1}{8}$
d) zero
e) N.R.A.

16. (PUC) - Se $y = \dfrac{\text{sen } 210° + \tan 225°}{\cos(-60°)}$, então

a) y = -3
b) y = 1
c) y = 3
d) $y = -1 - \dfrac{\sqrt{3}}{3}$
e) nenhuma resposta é correta.

17. (PUC) - O valor numérico da expressão

$$\frac{\text{sen } 2x + \text{sen } 4x - \text{cossec } 3x}{\text{tg } 6x + \text{cotg } 5x + \text{sen } x}$$

para $x = \dfrac{\pi}{2}$ é

$\to 90°$

$\dfrac{\text{sen } 180° + \text{sen } 360° - \text{cosec } 270°}{\text{tg } 540° + \text{cotg } 450° + \text{sen } 90°}$

$\dfrac{0 + 0 - (-1)}{0 + 0 + 1} \quad \dfrac{1}{1} = 1$

a) 6
b) 4
c) 2
d) 1
e) 0

18. O valor de sec 10π é

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

19. O valor numérico de

$$f(x) = \frac{\text{cossec } x - \text{sen} x}{2.\text{sen } 3x}$$

para $x = \dfrac{\pi}{2}$ é

a) -2
b) zero
c) 1
d) 2
e) inexistente

20. A expressão

$$\frac{\cos\frac{\pi}{6} - \text{sen } \frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{6} + \text{sen } \frac{\pi}{6}}$$

é igual a

a) 0
b) $\dfrac{3 - 2\sqrt{2}}{3}$
c) $-2\sqrt{6}$
d) $-2\sqrt{2}$
e) $2 - \sqrt{3}$

21. Se tg x = 2, a expressão $\dfrac{2 \cos x}{3 \text{ sen } x}$, é igual a:

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{2 \cos x}{3 \text{ sen } x}$

$\dfrac{3 \text{ sen } x}{2} = 2 \cos x$

a) $\dfrac{1}{2}$
b) $\dfrac{1}{3}$
c) $\dfrac{2}{3}$
d) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$
e) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

22. (PUC) - A afirmação $\cos x = \dfrac{2a-1}{5}$ é verdadeira, se e somente se, "a" é tal que

a) -1 > a ou a > 1
b) $-1 \geq$ a ou $a \geq 1$
c) $-2 \geq$ a ou $a \geq 3$
d) $-2 \leq$ a ou $a \leq 3$
e) $-4 \leq$ a ou $a \leq 6$

23. (UFRGS) - Se a igualdade sen x = 2m - 5 é verdadeira para algum **x**, m é tal que

a) $0 \leq m \leq \dfrac{5}{2}$
b) $-2 \leq m \leq 3$
c) $2 < m < 3$
d) $2 \leq m \leq 3$
e) $-\dfrac{5}{2} \leq m \leq \dfrac{5}{2}$

24. (UFRGS) - Se $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ e cos x = 2k -1, então, k varia no intervalo

a) [-1, 0]
b) $[0, \frac{1}{2}]$
c) [0, 1]
d) $[\frac{1}{2}, 1]$
e) $[1, -\frac{1}{2}]$

25. Determinar **m**, para que exista arco satisfazendo a igualdade sen x = 7m - 13

a) $m > \dfrac{12}{7}$ e $m < 2$
b) não podemos determinar
c) $\forall$ m é $\mathbb{R}$
d) $\dfrac{12}{7} < m < 2$
e) $\dfrac{12}{7} < m < \dfrac{14}{7}$

26. (UFSM) - Os valores de x, de modo que a expressão $\text{sen } \sigma = \dfrac{2x - 1}{3}$ exista, são

$-1 \leq \text{sen } x \leq 1$

a) $-1 \leq x \leq 2$
b) $-2 \leq x \leq 4$
c) $-3 \leq x \leq 3$
d) $-4 \leq x \leq 2$
e) $-5 \leq x \leq 2$

$-1 \leq \dfrac{2x-1}{3} \leq 1$

$-3 \leq 2x - 1 \leq 3$

$-2 \leq 2x \leq 4$

$-1 \leq x \leq 2$

27. (PUC) - Se "x" é a medida de um arco de extremidade no 2º quadrante e sen $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, o valor de tg x é $x = 135°$

$\text{Tg } 135° = -\text{tg } 45° = -1$

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
b) $-\sqrt{3}$
c) $\sqrt{3}$
d) 1
e) -1

28. (UFRGS) - Se sen $x = \frac{-3}{5}$ e $\pi < x < \frac{3}{2}\pi$, então tan x é

a) $\frac{5}{4}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $-\frac{4}{3}$
d) $\frac{3}{4}$
e) $-\frac{3}{4}$

29. Se $\cos x = \frac{1}{5}$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, então o valor de sen x + tg x é

a) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
b) $\frac{3\sqrt{6}}{5}$
c) $\frac{4\sqrt{6}}{5}$
d) $\frac{7\sqrt{6}}{5}$
e) $\frac{12\sqrt{6}}{5}$

30. (URCAMP) - Se o sen $x = \frac{-3}{5}$ com $x \in$ 4º quadrante, então tg x é:

a) $-\frac{4}{5}$
b) $-\frac{3}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{4}$
e) N.R.A.

31. (ULBRA) - Sendo x um arco do 4º quadrante então podemos afirmar que:

a) sec x é negativo
b) tg x é negativo
c) cos x e tg x são ambos positivos
d) cos x é negativo
e) todas estão corretas

32. (ULBRA) - Se sec $x = \sqrt{5}$, entã ao $\text{sen}^2 x$ vale

a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
b) $\sqrt{5}$
c) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
d) $\frac{4}{5}$
e) $\frac{2}{5}$

33. (ULBRA) - A expressão $\frac{\sec x - \cos x}{\text{cosec } x - \text{sen } x}$ é equivalente:

a) $\sec^3 x$
b) $\frac{1}{1-\text{tg}^2 x}$
c) $\text{tg}^3 x$
d) $\text{sen}^2 x$
e) nenhuma das alternativas

34. (ULBRA) - Assinale a afirmação errada:

a) $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$;
b) $\sec^2 x = 1 + \text{tg}^2 x$;
c) $\text{sen } x = \frac{1}{\sec x}$
d) $\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$
e) $\text{cotg } x = \frac{1}{\text{tg } x}$

35. (PUC) - A expressão $(1 + \text{cotg}^2 x)(1 - \cos^2 x)$ é igual a

a) 0
b) 1
c) cos x
d) sen x
e) cotg x

36. (PUC) - Sendo x um arco com extremidade no segundo quadrante e sec $x = -\frac{5}{3}$, então $5.\text{sen}^2 x - 3 \text{ tg } x$ é igual a

a) $-\frac{32}{15}$
b) $-\frac{36}{5}$
c) $-\frac{4}{5}$
d) $\frac{4}{5}$
e) $\frac{36}{5}$

37. (PUC) - Se cosec $x = \frac{5}{4}$ e x é um arco do segundo quadrante, então cos x é igual a

a) $-\frac{4}{5}$
b) $-\frac{3}{5}$
c) 0
d) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{4}{5}$

38. (PUC) - Se tg$x = \frac{3}{4}$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, então sen x + cos x é igual a

a) $\frac{7}{5}$
b) 1
c) $\frac{1}{5}$
d) $-\frac{1}{5}$
e) $-\frac{7}{5}$

39. (UNISINOS) - Sejam **a** e **b** dois ângulos quaisquer, pertencentes ao intervalo $[0,2\pi]$. Sabre a e b é verdadeiro afirmar que:

a) se $\cos a = \frac{1}{2}$, então $\text{sen } a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) se $\text{cotg } a > 0$ e $\sec < 0$, então $\text{sen } a > 0$

c) $\cos(a + b) = \cos a + \cos b$

d) se $a > b$, então $\text{sen } a > \text{sen } b$

e) se $\text{sen } a = \text{sen } b$, então $a + b = 180°$

40. (ULBRA) - Assinale a afirmação incorreta:

a) $\sec^2 x = 1 + \text{tg}^2 x$, $\forall x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$, $k \in Z$

b) $\text{cossec}^2 x = 1 + \text{cotg}^2 x$, $\forall \neq k\pi$, $k \in Z$

c) $\text{cotg } x = \frac{\cos x}{\text{sen } x}$, $\forall x \neq k\pi$, $k \in Z$

d) $\text{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$, $\forall x \in \mathbb{R}$

e) $\text{cossec } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$, $\forall x \neq k\pi$, $k \in Z$

41. (UFRGS) - O período e a imagem da função real definida por $f(x) = 3 \cdot \text{sen } 2x$, respectivamente, são

a) π e $[-3; 3]$

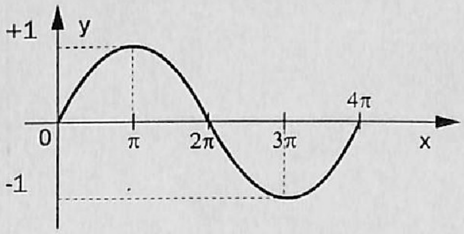
b) 4π e $[-3; 3]$

c) $\frac{2\pi}{3}$ e $[-2; 2]$

d) 6π e $[-2; 2]$

e) 2π e $[-1; 1]$

42. (PUC) - A função que melhor se adapta ao gráfico é



a) $y = \text{sen}\frac{x}{2}$

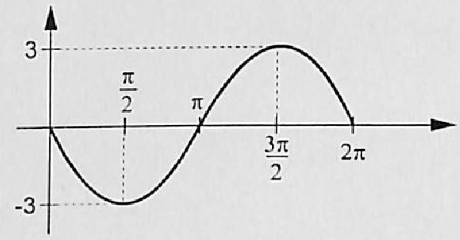
b) $y = \cos\frac{x}{2}$

c) $y = \text{sen } 2x$

d) $y = \cos 2x$

e) $y = \text{sen } x$

43. A função representada no gráfico é



a) $y = -\text{sen } 3x$

b) $y = 3 \text{ sen } 3x$

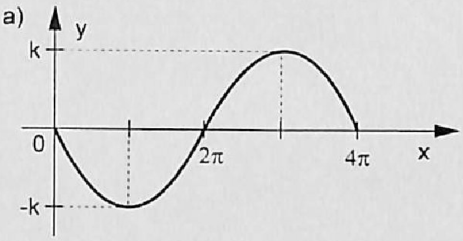
c) $y = 3 \text{ sen } x$

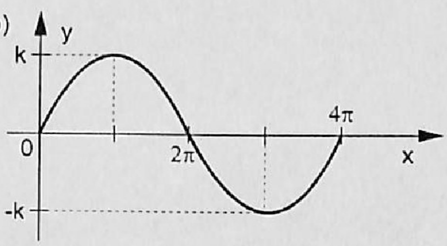
d) $y = \text{sen } 3x$

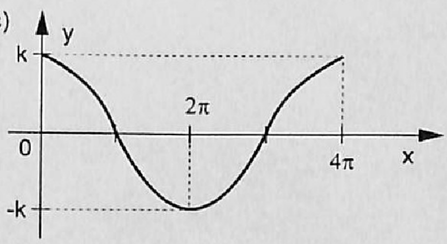
e) $y = -3 \text{ sen } x$

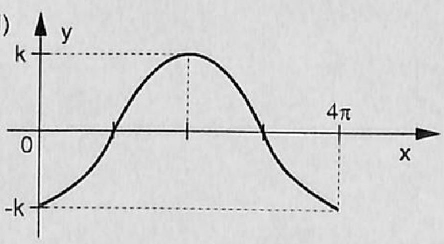
44. (PUC) - O gráfico da função dada por

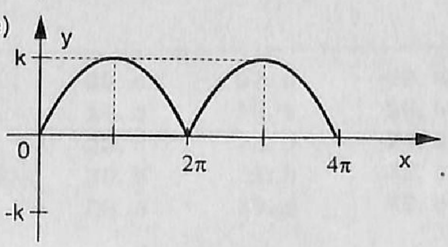
$f(x) = k.\text{sen}\frac{x}{2}$, para x e $[0; 4\pi]$ e $k > 0$ é

a)


b)


c)


d)


e)


Gabarito

01. e	02. d	03. e	04. e	05. e	06. d	07. c	08. d
09. e	10. d	11. c	12. c	13. c	14. c	15. e	16. b
17. d	18. d	19. b	20. e	21. b	22. d	23. d	24. b
25. d	26. a	27. e	28. d	29. e	30. b	31. b	32. c
33. c	34. c	35. b	36. e	37. b	38. a	39. a	40. e
41. a	42. a	43. e	44. b				

2 – Equações Algébricas

Definição	Dadas duas funções racionais P(x) e Q(x), chama-se equação algébrica a sentença aberta P(x) = Q(x).	• $x^3 - 5x^2 - 7x - 1 = 0$ é uma equação do 3º grau. • $x^5 + 1 = 0$ é uma equação do 5º grau. • $3x^3 - 2x^2 + 7x - 3 = x^2 + 4x$ é uma equação do 3º grau.
Raízes	Chama-se raiz de uma equação todo número que, substituído em lugar de x, torna a sentença verdadeira.	• 2 é raiz da questão $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$, pois $2^3 - 2.2^2 - 2 + 2 = 0$ • 1 não é raiz da equação $x^3 - 5x - 3 = 0$, pois $1^3 - 5.1 - 3 \neq 0$
Equações Equivalentes	Duas equações algébricas são equivalentes quando apresentam o mesmo conjunto-solução.	• $x^2 - 5x + 6 = 0$ e $2x^2 - 10x + 12 = 0$ são equivalentes pois apresentam o mesmo conjunto solução {2, 3}.

Relações entre os Coeficientes e as Raízes (Girard)	Dada a equação $a_0x^n + a_1^{n-1} + ... + a_n = 0$ Temos: $x' + x'' + ... + x_n = \frac{a_1}{a_0}$ $x'x'' + x'x''' + x''x''' + ... x_{n-1} . x_n = \frac{a_2}{a_0}$ .... $x' . x'' . x''' . ... . x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$	• A soma das raízes da equação $2x^5 - 4x^4 + 3x^2 - 6 = 0$ é $S = \frac{a_1}{a_0} = -\frac{(-4)}{2} = 2$ • A soma das raízes da equação $x^3 - 2 = 0$ é $S = \frac{a_1}{a_0} = \frac{0}{1} = 0$ • O produto das raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 7x - 4 = 0$ é $P = (-1)^n . \frac{a_n}{a_0} = (-1)^3 . \frac{(-4)}{1} = 4$ • O produto das raízes da equação $2x^5 - 4x^3 + 11$ é $P = (-1)^n . \frac{a_n}{a_0} = (-1)^5 . \frac{11}{2} = -\frac{11}{2}$
Informações sobre as Raízes	Toda equação de grau **n** apresenta **n** raízes complexas. Toda equação que apresentar termo independente diferente de zero não vai apresentar raízes nulas. Se o termo independente for zero, o número de raízes nulas será igual ao menor expoente da variável. As únicas possibilidades de raízes inteiras de uma equação são os divisores do termo independente. Se **a** for raiz de uma equação, x - a será fator do polinômio correspondente.	• A equação $x^5 - 4x^3 + 1 = 0$ tem 5 raízes. • A equação $x^{11} - 3x^7 + 4x^2 = 0$ tem 11 raízes. • A equação $x^{12} - 2x^2 + x = 0$ apresenta uma raiz nula. • A equação $x^3 - 2x^2 + x = 0$ apresenta uma raiz nula. • A equação $7 - 4x^5 = 0$ apresenta 5 raízes nulas. • As únicas possibilidades de raízes inteiras da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ são 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6 e -6, pois estes são os divisores do termo independente. • Se 2 é raiz da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$, para determinar o valor das outras raízes basta dividir a equação por x - 2. • Se -1 é raiz da equação $x^3 - 2x^2 + 5x + 8 = 0$, para determinar o valor de suas outras raízes basta dividir a equação por x + 1.

Exercícios Resolvidos

01. Se uma das raízes da equação $x^3-6x^2+11x-6=0$ é 1, então os valores das outras raízes serão

a) 1 e 3
b) 1 e 2
c) 2 e 3
d) 2 e 4
e) 3 e 4

Se 1 é raiz da equação, podemos garantir que x - 1 é um dos seus fatores, portanto basta dividir a equação por x - 1.

	1	-6	11	-6
1		1	-5	6
	1	-5	6	0

ou seja, $x^2 - 5x + 6 = 0$

Agora basta baskararmos e teremos como raízes 2 e 3. Resposta **c**

02. Resolva a equação $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

Para resolver uma equação do 3º grau, obrigatoriamente precisamos de uma de suas raízes. Nosso ponto de partida é o termo independente, porque as únicas possibilidades de raízes inteiras são os divisores do termo independente:

D(3) = {1, -2, 3, -3}, testamos os divisores:

$1 \Rightarrow 1^3 - 3.1^2 - 1 + 3 = 1 - 3 - 1 + 3 = 0$, logo 1 é raiz.
Se um é raiz, x - 1 é fator.

	1	-3	-1	3
1		1	-2	-3
	1	-2	-3	0

$x^2 - 2x - 3 = 0$
As raízes são 1, -1, 3

Lembre-se: Quando a equação não tem termo independente, pelo menos uma das raízes é nula e para resolvê-la basta colocar o **x** em evidência.

$x^3 - 6x^2 + 5x = 0$
$x(x^2 - 6x + 5) = 0$
$x = 0$ ou $x^2 - 6x + 5 = 0$

Logo, as raízes são 0, 1 e 5

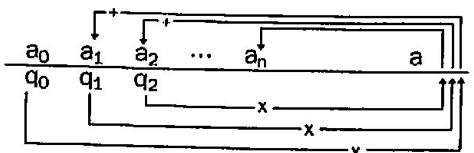
03. Se o termo de duas raízes da equação $x^3 + kx^2 + 2x - 6 = 0$ é 3, o valor de k é:

Pelo produto, temos:
$x_1, x_2, x_3 = 6$ e como $x_1, x_2 = 3$, então $x_3 = 2$. Se uma das raízes vale 2, então
$2^3 + k.2^2 + 2.2 - 6 = 0$
$8 + 4k + 4 - 6 = 0$
$4k = -6$
$k = -6/4 \Rightarrow k = -3/2$

Polinômios

Definição	Polinômio em **x** é a expressão $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$, onde $a_0, a_1, a_2, \dots a_n \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$.	• $2x^3 - 5x^2 - 4x + 7$ é um polinômio completo do 3º grau. • $5x^7 - 3x^3 + 1$ é um polinômio incompleto do 7º grau. • $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ é um polinômio completo do 4º grau.
Valor numérico	Dado o número complexo **a** e o polinômio P(x), chama-se valor numérico de P o valor encontrado ao se substituir **x** por **a**.	• O valor numérico do polinômio $P(x) = x^4 - 5x + 4$ para $x = 2$ é: $P(2) = 2^4 - 5 \times 2 + 4 = 16 - 10 + 4 = 10$ • O valor do polinômio $P(x) = x^3 - 5x$ para $x = -1$ é: $P(-1) = (-1)^3 - 5(1) = -1 + 5 = 4$
Raiz de um Polinômio	Se **a** é um número complexo e se P(a) = 0, diremos que **a** é a raiz de P(x).	• 2 é raiz do polinômio $P(x) = x^2 - 5x + 6$; pois $P(2) = 4 = 10 + 6 = 0$ • 1 é raiz do polinômio $-x^5 - x^4 + 4x - 1$, pois $P(1) = -1 - 1 + 3 - 1 = 0$
Polinômios idênticos	Dois polinômios são ditos idênticos quando seus coeficientes dos termos de mesmo grau forem iguais.	• Os polinômios $P(x) = x^2 + 5x - 3$ e $Q(x) = ax^2 + bx + c$, são idênticos quando a = 1, b = 5 e c = -3. • Os valores de A e B para que exista a identidade $\frac{2x-5}{x^2+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ são encontrados assim: $\frac{2x-5}{x^2+x} = \frac{Ax + A + Bx}{x^2+x}$ $\Rightarrow 2x - 5 = (A+B)x + A \Rightarrow A + B = 2$ e $A = -5$ Logo, A = -5 e B = 7
Polinômio identicamente nulo	Diremos que um polinômio P(x) é nulo quando P(x) = 0, para qualquer valor atribuído a **x**.	• Os valores de **a**, **b** e **c** para que o polinômio $P(x) = (a + 3)x^2 + (b - 5)x + c - 4$ seja o polinômio identicamente nulo são: a = -3 b = 5 e c = 4

1 – Teorema do Resto

Teorema do Resto	O resto da divisão de um polinômio **P** por x - a é igual ao valor numérico do polinômio para **x** valendo **a**.	• O resto da divisão de $P(x) = x^4 - 2x^3 + 5x - 1$ por $x - 2$ é: P(2), ou seja: $P(2) = 16 - 16 + 10 - 1 = 9$ • O valor de **m**, para que o polinômio $P(x) = x^3 + mx^2 + 3x - 2$ seja divisível por x + 2 encontra-se assim: $P(-2) = -8 + 4m - 6 - 2 = 0 \Rightarrow 4m = 16 \Rightarrow \boxed{m = 4}$ • O valor de **p** e **q** para que o polinômio $x^3 + px + q$ seja divisível por x - 2 e x + 1 encontra-se assim: $\left.\begin{array}{l} P(2) = 8 + 2p + q = 0 \\ P(-1) = -1 - p + q = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow p = -3$ e $q = -2$
Briot - Ruffini	Para dividir um polinômio por um binômio do tipo x - a, basta empregar o dispositivo prático de Briot-Ruffini.	• Se $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ e $Q(x) = x - 1$, teremos 
Identidade Fundamental	P(x) = Q(x) x D(x) + R(x) onde: Q(x) é o quociente D(x) é o divisor e R(x) é o resto	• O polinômio **P** que dividido por $(x^2 - 2x)$ dá como quociente $(x^2 + 3x - 1)$ e como resto $2x + 5$ é $P(x) = (x^2 + 3x - 1) . (x^2 - 2x) + (2x + 5)$ $P(x) = x^4 + x^3 - 7x + 4x + 5$
Decomposição	O polinômio P dado por $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ pode ser decomposto em $a_0 (x - x')(x - x'') \dots (x - x_n)$, onde x', x'', x_n são as raízes de P(x)	• O polinômio $P(x) = 2x^3 - 12x^2 + 22x - 12$ cujas raízes são 1, 2 e 3 pode ser decomposto em $2(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

Exercícios Resolvidos

01. Entre as expressões abaixo, a que representa um polinômio na variávcel x é

a) $x^2 + 2\sqrt{x} + 6$
b) $x^4 + 1/x^2 + 5$
c) x^3
d) $x^3 + x^{2/3} + x$
e) $x^2 + \sqrt{x} + 1/x^3$

A resposta corretá está na letra **c**, pois para termos um polinômio, os expoentes de **x** devem ser números naturais

a $\Rightarrow \sqrt{x}$ corresponde a $x^{1/2}$
b $\Rightarrow 1/x^2$ corresponde a x^{-2}
d $\Rightarrow x^{2/3}$ direto
e $\Rightarrow \sqrt{x}$ corresponde a $x^{1/2}$ e $1/x^3$

02. O valor de **m** para que o polinômio $P(x) = (m^2 - 4)x^3 + (m - 2)x^2 + mx + 6$ represente um polinômio do 2º grau é

a) 2
b) -2
c) 0
d) 4
e) -4

Atenção: Para que P(x), represente um polinômio do 2º grau existem duas condições a serem verificadas:

1ª) $m^2 - 4 = 0$
2º) $m - 2 \neq 0$

portanto, m = 2 (letra **b**)

03. Sejam A e B tais que: $\dfrac{x+4}{x^2+2} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+2}$, para todo $x \neq -2$. Então, A - B vale:

Cuidado: Os testes sobre identidade são resolvidos pela comparação dos coeficientes. Isto não é uma equação, portanto não vamos passar termos de um lado para o outro da igualdade.

$$\frac{x+4}{x^2+2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$$

(para comparar, devemos eliminar os denominadores – achar o MMC)

$$\frac{x+4}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$$

$x + 4 = A(x+2) + Bx \Rightarrow x + 4 = Ax + 2A + Bx$

(na hora da comparação, devemos agrupar os termos semelhantes)

$x + 4 = (A + B)x + 2A \Rightarrow$

$\begin{array}{l} A + B = 1 \\ 2A = 4 \end{array} \Rightarrow A = 2 \text{ e } B = -1$

portanto, A - B vale 3

04. O resto da divisão de $x^6 + 4x^3 - 7x + 6$ por $x - 1$ é

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

O resto de um polinômio, por x - 1 é o valor numérico do polinômio, para x = 1. Portanto,

$$1^6 + 4 \cdot 1^3 - 7 \cdot 1 + 6 = 1 + 4 - 7 + 6 = 4$$

Resposta **a**

05. O valor de **m** para que o polinômio $x^3 + m^2 - 2x + 8$ seja divisível por x - 2 é

a) 3
b) -3
c) 2
d) -2
e) 0

Pelo teorema do resto, sabemos que para encontrar o valor basta fazer x = 2 e para o polinômio ser divisível o resto deve ser zero. Portanto,

$2^3 + m \cdot 2^2 - 2 \times 2 + 8 = 0$
$8 + 4m - 4 + 8 = 0 \Rightarrow 4m = -12$
$m = -3$

Resposta **b**

06. O resto da divisão do polinômio $2x^3 - 5x^2 + 4x - 6$ por $x^2 - 2x - 3$ é

Cuidado: O teorema do resto só pode ser aplicado quando dividimos polinômios por binômios do 1º grau. Neste exemplo devemos usar a divisão tradicional.

$$\begin{array}{rl|l} 2x^3 - 5x^2 + 4x - 6 & & x^2 - 2x - 3 \\ \cline{3-3} -2x^3 + 4x^2 + 6x & & 2x - 1 \\ \cline{1-1} -x^2 + 10x - 6 & & \\ +x^2 - 2x - 3 & & \\ \cline{1-1} 8x - 9 & & \end{array}$$

Logo, o resto é 8x - 9

Polinômios

01. Dividindo $x^3 + 6x^2 + 2x - 4$ por $x^2 + 2x - 4$ encontramos como quociente

a) $x + 3$
b) $x + 4$
c) $x + 5$
d) $x - 1$
e) $x - 3$

02. (UFRGS) - O resto da divisão de $4x^3 - x^2 - x + 1$ por $x^2 + 1$ é

a) $-5x - 1$
b) $-5x + 2$
c) $5x$
d) $-5x$
e) 0

03. (Unirio-RJ) O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^3 - x + 1$ pelo polinômio $D(x) = x^2 + x + 1$ é igual a

a) 0
b) $x + 2$
c) $x - 2$
d) $-x + 2$
e) $-x - 2$

04. (UFSE) - Dividindo-se o polinômio $f = x^4$ pelo polinômio $g = x^2 - 1$, obtêm-se quociente e resto, respectivamente, iguais, a:

a) $x^2 + 1$ e $x + 1$
b) $x^2 - 1$ e $x + 1$
c) $x^2 + 1$ e $x - 1$
d) $x^2 - 1$ e -1
e) $x^2 + 1$ e 1

05. (UFMG) - O quociente da divisão de $p(x) = 4x^4 - 4x^3 + x - 1$ por $q(x) = 4x^3 + 1$ é

a) $x - 5$
b) $x - 1$
c) $x + 5$
d) $4x - 5$
e) $4x + 8$

06. (CESGRANRIO) - O polinômio $x^3 + 2x^2 + mx + n$ é divisível por $x^2 + x + 1$. O valor de $m + n$ é

a) -3
b) -1
c) 1
d) 2
e) 3

07. (UFMG) - Se o polinômio $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + ax + b$ é divisível por $x^2 - x + 5$, então $a + b$ vale

a) -90
b) -87
c) -10
d) 5
e) 10

$\cancel{x^4} - 4x^3 - 10x^2 + ax + b \;|\; x^2 - x + 5$
$-x^4 + x^3 - 5x^2 \qquad x^2 - 3x - 18$
$-3x^3 - 15x^2 + ax + b$
$3x^3 - 3x^2 + 15x$
$-18x^2 + x(a + 15) + b$
$18x^2 - 18x + 90 + b$
$x(a - 3) + 90 + b$

$b = -90$
$a = 3$

08. (UFRGS) - A divisão de $p(x)$ por $x^2 + 1$ tem quociente $x - 2$ e resto 1. O polinômio $p(x)$ é

a) $x^2 + x - 1$
b) $x^2 + x - 1$
c) $x^2 + x$
d) $x^3 - 2x^2 + x - 2$
e) $x^3 - 2x^2 + x - 1$

09. Um polinômio $P(x)$ dividido por $x^2 + 2x$ dá como quociente $2x + 1$ e como resto $x + 3$. O polinômio $P(x)$ é

a) $2x^3 + 5x^2 + 2x$
b) $2x^3 + 5x^2 + 3x + 3$
c) $2x^3 + 5x^2 + x - 3$
d) $x^3 + 5x^2 + 2x + 3$
e) n.r.a.

10. (F.C.Sta. Casa) - dividindo-se um polinômio **f** por $x^2 - 3x + 1$ obtém-se quociente $x + 1$ e resto $2x + 1$. O resto da divisão de **f** por $x + 1$ é

a) -2
b) -1
c) 3
d) $2x - 1$
e) $2x + 1$

11. (Mack-SP) - Dividindo-se o polinômio $P(x)$ por $2x - 1$, obtêm-se quociente $x^2 - x$ e resto **m**. Se $P(-1) = 0$, então o valor de **m** é

a) 0
b) 1
c) 3
d) 4
e) 6

12. (FGV-SP) - Dividindo-se $P(x)$ por $3x - 2$ obtêm-se quociente $x^2 - 2x + 5$ e resto **m**. Se $P(2) = 20$, então **m** vale

a) 0
b) 20
c) 4
d) 5
e) n.r.a.

13. (U.C.Salvador) - O quociente da divisão do polinômio $p = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ pelo polinômio $p = x - 1$ é

a) x
b) $x - 1$
c) $x^2 - 1$
d) $x^2 - 2x + 1$
e) $x^2 - 3x + 3$

14. O quociente da divisão de $x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ por $x - 2$ é

a) $x^2 - 4x - 3$
b) $x^2 + 4x + 3$
c) $x^2 + 7$
d) $x^2 - 7$
e) n.r.a.

15. (UFRGS) - O quociente da divisão de $x^3 + 5x - 1$ por $x - 2$ é

a) $x^2 + 2x - 19$
b) $x^2 + x + 3$
c) $x^2 - 2x + 1$
d) $x^2 + 2x - 1$
e) $x^2 + 2x + 9$

16. (UCS) - O quociente encontrado ao se dividir $x^4 + 2x^3 - 7$ por $x + 2$ é

a) $x^3 - 5x^2 + 7x - 1$
b) $x^3 - 2x$
c) $x^3 - 15$
d) $x^3 - 7x - 1$
e) n.r.a.

17. (PUC) - Se você efetuar a divisão do polinômio $2x^3 - 21x^2 + 5x - 1$ pelo binômio $x + 1$

a) O quociente não possui termo independente .
b) Os coeficientes dos termos do quociente serão 2, - 23 e 28 .
c) O resto será 29.
d) O quociente é do 1 grau .
e) n.r.a.

18. (UFRGS) - Na divisão do polinômio $A(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$ pelo binômio $x - 1$, obteve-se o quociente $Q(x)$. As raízes da equação $Q(x) = 0$ são

a) 0 e 1
b) -1 e 0
c) -2 e 4
d) -4 e 2
e) -1 e 2

19. (UEPG-PR) - Seja $Q(x)$ o quociente da divisão de $P(x) = x^5 - 1$ por $x - 1$. Então

a) $Q(0) = 0$
b) $Q(-1) = -1$
c) $Q(1) = 1$
d) $Q(-2) = 10$
e) n.r.a.

20. (Santa Casa-SP) - Na divisão do polinômio $m = x^5 - 3x^3 + 18$ por $n = x - 2$ obtêm-se quociente $q = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ e resto $r = f$. É falso que

a) $a = c$
b) $b = d$
c) $d = e$
d) $f = 5e + 3d$
e) $e = 2d + b - 2c$

21. (PUC) - O resto na divisão do polinômio $x^3 - 2x + 4$ por $x - 1$ é

a) -2
b) -1
c) 1
d) 2
e) 3

22. (PUC) - O resto da divisão do polinômio $p(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 1$ pelo polinômio $q(x) = x - 2$ é

a) -1
b) 0
c) 1
d) 15
e) 17

23. (PUC) - Ache o resto da divisão do polinômio $p(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 1$ por $x + 1$

a) 6
b) 0
c) 2
d) 4
e) 5

24. (UFRGS) - O resto da divisão de $x^{10} + a^{10}$ por $x + a$ com $a \in \mathbb{R}^*$ é

a) $2a^{10}$
b) a^{10}
c) 0
d) $-a^{10}$
e) $-2a^{10}$

25. (FAFI-BH) O resto da divisão de $P(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 1$ por $Q(x) = x - 3$ é

a) um múltiplo de 7
b) um número primo
c) um múltiplo de 12
d) um divisor de 100 e
e) maior que 50

26. (FAFI-BH) O resto da divisão de $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ por $Q(x) = x - 2$ é

a) 14
b) 15
c) 16
d) 17
e) 18

27. (FGV-SP) Para que o polinômio $x^3 + 4x^2 - px + 6$ seja divisível por $x + 2$ é necessário que **p** seja igual a

a) 7
b) 15
c) -15
d) -7
e) n.r.a.

28. (UFRGS) - O resto da divisão de $x^3 + ax^2 - x + a$ por $x - 1$ é 4. O valor de **a** é

a) 0
b) 1
c) -1
d) 2
e) -2

29. (UCS) - Na divisão de $P(x) = x^3 + kx + 8$ por $x + 2$, encontra - se resto 6. Determine o valor de **k**.

a) 4
b) -4
c) 3
d) -3
e) n.r.a.

30. (UFRGS) - O resto da divisão do polinômio $p(x) = x^a - 5x - 2$ por $x - 2$ é 4. O grau do polinômio p (x) é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

31. (UFRGS) - Para que o polinômio $p(x) = x^2 + (a - b)x - 2a$ seja divisível por $x - 2$, a e b devem satisfazer

a) a qualquer número real e b = 2.
b) a = 2 e b qualquer número real.
c) somente para a = 2 e b = 2.
d) somente para a = 0 e b = 2.
e) a e b qualquer valor real.

32. (UFRN) - Se o polinômio $f(x) = 3x^2 + 7x - 6k$ é divisível por $x - 3$, então **k** é igual a:

a) 2
b) 3
c) 5
d) 7
e) 8

33. (Cesgranrio) - Se o polinômio $x^3 + 2x^2 - x + k$ é divisível por $x - 2$, então o valor de **k** é:

a) 0
b) 8
c) -6
d) -8
e) -14

34. (UCMG) - A equação do terceiro grau cujas raízes são 1, 2 e 3 é: $(x-1)(x-2)(x-3)$

a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
b) $x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$
c) $x^3 + x^2 + 3x - 5 = 0$
d) $x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$

$x^2 - 2x - x + 2$
$x^2 - 3x + 2\,(x-3) = 0$
$x^3 - 3x^2 - 3x^2 + 9x + 2x - 6 = 0$
$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

35. (UFRGS) - A equação algébrica de raízes {-2, 0, 1} é

$(x+2)\,x\,(x-1) = 0$
$(x^2 - x + 2x - 2)\,x$
$x^3 + x^2 - 2x = 0$

a) $x^2 - x = 0$
b) $x^2 - 2x = 0$
c) $x^3 + x^2 - 2x = 0$
d) $x^3 - x^2 - 2x = 0$
e) $x^3 + 2 = 0$

36. (PUC) - Se -3, 1 e 2 são raízes do polinômio $F(x) = x^3 + px^2 + qx + t$, então o quociente de F(x) por (x - 1) é $(x+3)(x-1)(x-2) = 0$

$(x+3)\cancel{(x-1)}(x-2) = 0$
$\cancel{(x-1)}$

a) $x^2 + x + 6$
b) $x^2 + x - 6$
c) $x^2 - x - 6$
d) $x^2 + 5x - 6$
e) $x^2 + 5x + 6$

$x^2 - 2x + 3x - 6$
$x^2 + x - 6 = 0$

37. (Unicruz) - Uma equação algébrica possui como raízes os valores 4, 3 e 2. Esta equação é

$(x-4)(x-3)(x-2) = 0$
$x^2 - 3x - 4x + 12$
$x^2 - 7x + 12$
$x - 2$
$x^3 - 7x^2 + 12x - 2x^2 + 14x - 24 = 0$
$x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$

a) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 4 = 0$
b) $x^3 - x^2 + 2x - 8 = 0$
c) $x^3 - 2x^2 - x - 2 = 0$
d) $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$
e) $4x^3 + 3x^2 + 2x = 0$

38. (PUC - SP) - O número de raízes reais do polinômio $P(x) = (x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$ é

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

39. (Mack-SP) - Na equação $(x^3 - x^2 + x - 1)^{18} = 0$, a multiplicidade da raiz x = 1 é

a) 1
b) 9
c) 18
d) 36
e) 54

40. (OSEC - SP) - O grau de uma equação polinomial P(x) = 0 cujas raízes são 3, 2, e 4 com multiplicidades 5, 6 e 10, respectivamente, é

a) 9
b) 300
c) menor que 20
d)
e) 21

41. (UFRGS) - Sabendo que uma das raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$ vale 5, as outras raízes são

a) 1 e 2
b) - 1 e 2
c) -1 e -2
d) 1 e - 2
e) n.r.a.

42. (FGV - SP) - A equação $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$ admite 1 como raiz. Sejam b e c as outras raízes, então pode-se afirmar que

a) $b + c = -2$
b) $b.\ c = 8$
c) $b = 3$
d) $c = -2$
e) n.r.a.

43. (CESCEM) - A equação $2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$ admite uma raiz igual a 2. Então, as duas outras raízes são

a) $-\frac{3}{2}$ e 1
b) -2 e 1
c) 3 e - 1
d) $\frac{3}{2}$ e -1
e) $\frac{3}{2}$ e 2

44. (Med. Jundiaí - SP) - O número 2 é uma das raízes do polinômio $P = x^3 + 4x - 16$. As outras duas raízes

a) são iguais.
b) são opostas.
c) são recíprocas.
d) são inteiras.
e) não são reais.

45. (Cesgranrio) - Um dos fatores de $P(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6$ é $2x - 1$.
A maior raiz de P(x) é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 6

46. (UFRN) - Seja $P(x) = x^3 + 6x^2 - x - 30$. Se $P(2) = 0$, então o conjunto solução de $P(x) = 0$ é

a) {-2, -3, -5}
b) {2, -3, -5}
c) {2, -2, -2}
d) {2, 3, 5}
e) {2, 6, 30}

47. (Cesgranrio) - Se $x^3 - 2x^2 + 5x - 4 = 0$ tem uma raiz $x_1 = 1$, então as outras duas raízes da equação são:

a) complexas não reais.
b) racionais.
c) positivas.
d) negativas.
e) reais de sinais opostos.

1 | 1 -2 +5 -4
1 -1 -4
1 -1 -4 0

48. (UPF) - As raízes da equação $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ são

a) ~~1, -1 e 2~~
b) - 1, 2 e 2
c) - 2, 1 e 2
d) 0, 1 e 2
e) ~~1, 1 e 2~~

1 | 1 -2 -1 +2
1 -1 -2
1 -1 -2 0

49. (UFRGS) - As raízes da equação $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$, sabendo - se que uma raiz é soma das outras duas, são

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$\frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$ 3, 2

a) -1, 3, 4
b) -1, 3, 2
c) 1, 2, 3
d) -1, 4, 5
e) n. r. a.

-1 | 1 -4 +1 +6
-1 5 -6
1 -5 6 0

50. (UFRGS) - As raízes da equação $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$ são

1 | 1 +1 -1 -1
1 2 1
1 2 1 0

a) todas negativas.
b) todas positivas.
c) duas positivas e uma negativa.
d) duas negativas e uma positiva.
e) todas simples.

$x^2 + 2x + 1 = 0$
$4 - 4 = 0$
$\frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = -1, -1$

51. O conjunto solução da equação $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$ é

$x^2 - 5x + 6 = 0$
$\frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$ 3, 2

a) {0, 1, 2}
b) {0, -2, 3}
c) {0, -2, - 3}
d) {0, 2, -3}
e) {0, 2, 3}

52. (ULBRA) - As raízes da equação $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$ são

a) {1, 3}
b) {0, 1, 3}
c) {0}
d) {1, 2, 4}
e) {3}

53. (UFRGS) - O conjunto das raízes do polinômio $x^3 - 7x^2 + 16x - 12$ é

a) {2}
b) {3}
c) {2, 3}
d) {-3, 2, 3}
e) {0, 2, 3}

54. O maior número real, cuja soma com o próprio quadrado é igual ao próprio cubo, é

a) 0

b) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

d) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

e) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

55. (Fatec-SP) - Seja a equação $2x^8 + 7x^5 - 2x^2 - kx + 4 = 0$, onde $k \in \mathbb{Z}$. Se β é uma raiz racional da equação, então o conjunto de possíveis valores de β é

a) {-1, -1/2, 3, -3, 4, -4}
b) {0, 1, 2, 4, 8}
c) {1/2, -1/2, 2, -3, 3, 4}
d) {1, -1, 2, -2, 3, -3}
e) {1/2,-1/2, 1, -1, 2, -2, 4, -4}

56. (UFRGS) - A soma das raízes da equação $x^4 - 1 = 0$ é

a) 21
b) 4
c) 2
d) 1
e) 0

57. (PUC) - A soma das raízes da equação $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ é

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

58. (UFGRS) - O produto das raízes da equação $x^3 - 9x^2 + 24x - 20 = 0$ é

a) 10
b) 20
c) 30
d) 40
e) 50

59. (Med. ABC - SP) - A soma e o produto das raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ são

a) (-6, -6)
b) (6, -6)
c) (6, 6)
d) (-6, 6)
e) n.r.a.

60. (UFRGS) - Uma das raízes do polinômio $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$ é - 2. A soma das outras raízes é

a) - 2
b) - 1
c) 0
d) 1
e) 2

61. A soma das raízes de $x^3 - 2x + 5 = -3x^2 + 2x + 17$ vale

a) 7
b) 12
c) -1
d) 1
e) -3

62. (PUC-SP) - A soma das raízes da equação $17x^5 - 4x^3 + 9x^2 - 14x + 5 = 0$ é

a) 4/17
b) 9/17
c) 5/17
d) -14/17
e) 0

63. (U.E.Londrina) - A soma das raízes da equação $3x^4 - 2x^3 + x - 6 = 0$ é um número

a) menor que 0
b) maior que 0 e menor que 1.
c) maior que 1 e menor que 2.
d) maior que 2 e menor que 3,
e) maior que 3.

64. (UCPR) - Se **a**, **b** e **c** são raízes da equação $x^3 - 4x^2 - 31x + 70 = 0$, podemos afirmar que $\log_2 (a + b + c)$ é igual a:

a) 4
b) 0
c) 1
d) 2
e) n.r.a.

65. (UFSE) - A soma e o produto das raízes da equação $x^3 + x^2 - 8x + 4 = 0$ são, respectivamente:

a) -8 e -4
b) -8 e 4
c) -4 e 1
d) -1 e -4
e) 4 e 8

66. (UFPR) - O produto das raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 13x - 10 = 0$ é

a) 2
b) 6
c) -10
d) 10
e) 12

67. (UFRGS) - O produto das raízes da equação $(x - 2)(x^2 - 3x + 2)^3 = 0$ é

a) -16
b) -4
c) 4
d) 13
e) 16

68. (PUC-SP) - O prpoduto das raízes da equação $x(x + 1)(x + 2)...(x + 9) = 0$ é

a) 9^9
b) 9!
c) -9!
d) 45
e) 0

69. (UFMG) - Sejam - 2 e 3 duas raízes da equação $2x^3 - x^2 + kx + t = 0$, onde $k, t \in \mathbb{R}$. A terceira raiz é

a) -1
b) - 1/2
c) 1/2
d) 1
e) impossível de ser determinada.

70. (FGV) - A soma de duas raízes da equação $x^3 - 10x + m = 0$ é 4. O valor de **m** é

a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 30

71. (Santa Casa-SP) - Sabe-se que a equação $4x^3 - 12x^2 - x + k = 0$, onde $k \in \mathbb{R}$, admite duas raízes opostas. O produto das raízes dessa equação é

a) -12
b) -3/4
c) -1/4
d) 3/4
e) 12

72. (FGV - SP) - O valor de **m** para que as raízes da equação $x^3 + 3x^2 - 6x + m = 0$ estejam em progressão aritmética é

a) -8
b) - 6
c) - 3
d) 2
e) n.r.a.

73. (UFRGS) - Sendo $1 + 4i$ e $2 - i/2$ raízes do polinômio $p(z) = z^4 - 6z^3 + 33z^2 - 84z + k$, onde $k \in \mathbb{R}$, o número de raízes reais de $p(z)$ é

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

74. (UFRGS) - O menor grau que pode ter uma equação algébrica de coeficientes reais com raízes 2, i, 1 + i é

a) 6
b) 5
c) 4
d) 3
e) 2

75. (UFUb - MG) - Sabe - se que a equação $x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 18x + 10 = 0$ admite as raízes complexas $1 - i$ e $2 + i$. Quais as demais raízes dessa equação?

a) -1 - i e - 2 + i
b) 1 + i e 2 + i
c) - 1 + i e - 2 - i
d) 1 - i e 2 - i
e) 1 + i e 2 - i

76. (Mack-SP) - As raízes x_1, x_2 e x_3 da equação $x^3 - 3x^2 + cx + d = 0$ formam uma P.A. de razão 3. Então, o valor de $x_1x_2x_3$ é

a) -8
b) 12
c) 3
d) 9
e) 6

77. (Rio Preto-SP) - Se a equação $x^3 + 2x^2 - x + a = 0$ admite duas raízes opostas, então o produto de todas as suas raízes é

a) -3
b) -1
c) 1/2
d) 1
e) 2

Gabarito

01. b	02. b	03. d	04. e	05. b	06. e	07. b	08. d
09. b	10. b	11. e	12. a	13. d	14. b	15. e	16. e
17. b	18. d	19. e	20. c	21. e	22. e	23. a	24. a
25. b	26. b	27. d	28. d	29. d	30. d	31. a	32. e
33. e	34. a	35. c	36. b	37. d	38. c	39. c	40. e
41. b	42. a	43. d	44. e	45. c	46. b	47. a	48. a
49. b	50. d	51. e	52. b	53. c	54. d	55. e	56. e
57. a	58. b	59. c	60. c	61. e	62. e	63. b	64. d
65. d	66. d	67. e	68. e	69. b	70. d	71. d	72. a
73. a	74. b	75. e	76. a	77. e			