1

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GEN. FLÔRES DA CUNHA
PÔRTO ALEGRE — R. G. DO SUL

MATEMÁTICA MODERNA

Relatório de Uma Experiência

A exma. Profª Maria Lygia Borba dos Santos Chaves, DD. diretora do Instituto de Educação Gen. Flôres da Cunha e divulgadora, no Rio Grande do Sul, do Método de Cuisenaire,

A exma. Profª Odila de Barros Xavier, Coordenadora do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação, incentivadora dos estudos de Matemática Moderna na nossa Escola,

A exma. Profª Helena Santiago, Coordenadora da Divisão de Matemática e Estatística do Curso Normal do I.E., que orienta, com eficiência e sabedoria, o ensino de Matemática no C.Normal,

é

oferecido

êste

relatório.

Apresentação

O presente relatório, devidamente documentado, é resultado de trabalho coletivo, de equipe, revelando certa - mente inúmeras imperfeições. Terá valor, tão sòmente, pela experiência realizada no Grupo 511 (2º semestre de 1965) do CURSO DE FORMAÇÃO DE TÉCNICOS EM SUPERVISÃO ESCOLAR, do Instituto de Educação Gen. Flôres da Cunha, de Pôrto Alegre, Rio Grande do Sul.

O Grupo 511 é constituído de 23 elementos selecionados entre professôres primários, com vários anos de experiência no magistério. O Instituto de Educação lhes oferece a possibilidade de revisão e atualização de conhecimentos para o desempenho da Supervisão Escolar.

Heterogêneo, apresenta o Grupo elementos com Curso Superior, outros com estudos iniciais de Matemática Moderna e outros que simplesmente retornam aos estudos após alguns anos de atividades profissionais.

Foram ministradas 25 aulas sôbre Matemática Moderna, desenvolvidas na seqüência relatada nos documentos de pág. 1 àpág. 50. Aplicado o teste da pág. 51-52 foi o mesmo submetido a estudo constante da pág. 53. Ao finalizar o semestre realizou-se a Verificação Final constante das págs. 54-55. À pág. 56 encontra-se um estudo realizado sôbre os resultados da aplicação da Prova para Verificação Final.

Receberemos, com grande agrado, sugestões e críticas sôbre o presente relatório.

Aurélio Amaral

Aurélio Amaral
Professor de Matemática do Curso de Formação de Técnicos em Supervisão Escolar do Instituto de Educação Gen. Flôres da Cunha, P.Alegre, R.G.Sul

Dezembro-1965

Índice

Apresentação

Histórico da matemática moderna

1. Matemática moderna e matemática tradicional.
2. Matemática moderna é revolução em: métodos, conceitos, estruturas, relações, simbologia.
3. Fundamento da matemática moderna:
"As estruturas matemáticas" estão baseadas nas "estruturas mentais" da inteligência do pensamento relacional.
4. Prof. D. Odila Barros Xavier - divulgadora da matemática moderna do R.G.S, P.A.
5. Traços históricos.

a) Cantor (séc. XIX) iniciou os estudos de "Conjuntos".

b) Peano (séc XIX) realizou estudos sôbre "Matemática e Lógica".

Tôda Lógica seja indutiva ou dedutiva está relacionada com a matemática.

c) Piaget (séc XX) psicólogo "Psicologia da Inteligência", Estruturas Mentais e Estruturas Matemáticas."

d) Cuisenaire, Georges (belga) "devemos começar o estudo da matemática pelas relações e não pela contagem."

Prof. Maria Lygia Borba dos Santos Chaves, diretora do Instituto de Educação Gen. Flôres da Cunha, introduziu o uso do material de Cuisenaire no I.E., P.A., R.G.S.

e) Caleb, Gattegno (italiano) divulgador no mundo da matemática de Conjuntos.
"Como matemático o material de Cuisenaire e o seu método me conquistaram.

f) Catherina Stern (americana) divulgadora nos Estados Unidos.

g) Papy (belga).

h) Lucienne Felixe (francesa) "L'Aspect Moderne des Mathématiques", "Exposé Moderne de Mathematique Elementaire."

i) Congressos brasileiros do ensino da Matemática.

Bahia - 1955
Pôrto Alegre - 1957
Rio - 1959
Belém - 1962

j) Waldecyr Araújo (Recife) "Estruturas Matemáticas em Côres", "Matemática Dinâmica com Números em Côres."

l) Grupo de Estudos do Ensino da Matemática.
G. E. E. M. (S. P.)

1) Matemática Moderna para o ensino secundário.

2) Programa Mínimo de Matemática para o ensino secundário.

3) Teoria dos Conjuntos - Benedito Castrucci.

m) Sangiorgi, Oswaldo - Matemática Moderna 1 - Matemática Moderna 2.

n) Em Pôrto Alegre
Prof. Martha Blauth Menezes
Joana Bender
Antônio Rodrigues
Antônio Ribeiro
Ary Tiethbol

o) No I. E.
Prof. Odila de Barros Xavier
Maria Lygia Borba dos Santos Chaves.

2. O Material de Cuisenaire.

Descrição do material denominado Material de Cuisenaire:

branca	1cm
vermelha	2 cm
verde clara	3 cm
maravilha	4 cm
amarela	5 cm
verde escura	6 cm
preta	7 cm
marrom	8 cm
azul	9 cm
alaranjada	10 cm.

Característica do Material de Cuisenaire.

- traz para os primeiros anos - fases da escolaridade - as idéias da matemática.

- substitui o estudo dos números pelo estudo dos conjuntos, sua composição e recomposição.

- o uso de dimensões e côres, dá dinâmismo mais rico que sòmente símbolos.

As barras apresentam-se ora como inteiros e ora como frações - valor absoluto e relativo das barras.

Fases na útilização do Material de Cuisenaire.

I - jogos livres

II - jogos dirigidos

III - descoberta de relações: eqüivalência - ordem - pertinência - inclusão - relações algébricas.

IV - operações e propriedades operatórias.

Pequeno Histórico:

- Caleb Gattegno (italiano) - divulgador no mundo do

Material de Cuisenaire. "Como a Matemática o material de Cuisenaire e o seu método me conquistaram.

– Catherine Stern – (americana) divulgadora nos Estados Unidos.

– Papy (belga)

– Valdecir Araujo (Recife). Estrutura da Matemática em côres. Matemática Dinâmica com números em côres.

– No Instituto de Educação:

Professôra Odila de Barros Xavier.

Dona Maria Lygia Borba dos Santos Chaves.

3 - Noções Introdutórias da Teoria dos Conjuntos

1 - Noções

a) Conjunto é um conceito primitivo, indefinível e intuitivo que se compreende sem explicar.

b) "Coleção, ajuntamento, conglomerado, reunião — tudo isto forma conjuntos, isoladamente."

c) Bourbaki - é uma reunião de professôres; é uma sigla (França).

Conjunto é formado de elementos suscetíveis de possuirem certas propriedades comuns entre si e de terem certas relações entre si e com outros conjuntos.

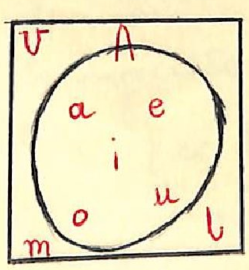
d) Representamos um conjunto por meio de letras maiúsculas e seus elementos, por meio de letras minúsculas.

e) Exemplos de conjuntos:

- As vogais $\{a, e, i, o, u\}$

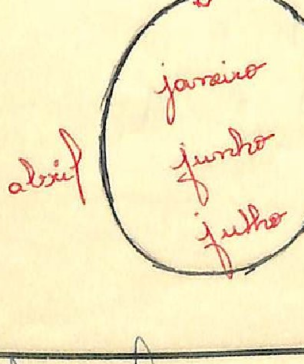
a vogal a pertence ao grupo A. (conjunto)

$a \in A$



O elemento m não pertence ao grupo A. (conjunto)

$m \notin A$



Meses do ano que começam por "j":

{janeiro, junho, julho}

Aluna: Maria José Soriano Moreira - Grupo 511 Professor: Aurélio Amaral.

4. Representação dos Conjuntos.

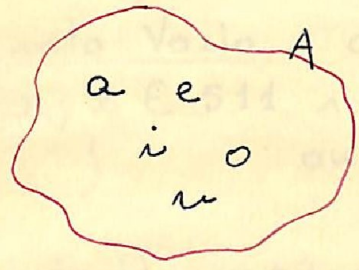
Representação dos conjuntos (notação, caracterização)

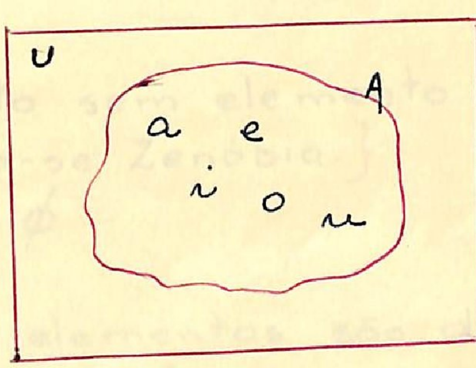
a) Representação de conjuntos por apresentação individual — "por extensão".

$A = \{a, e, i, o, u\}$

b) Representação de conjunto por um critério de pertinência. "as vogais"

c) Representação de conjunto nos diagramas de Venn.





d) Outro modo de representar conjunto.

Conjunto dos números inteiros menores que 2.

$A = \{x \mid \in \mathbb{Z} \wedge x < 2\}$ $\qquad A = \{0, 1\}$

Conjunto dos números tais que $x + 2 = 8$

$A = \{x \mid \in \mathbb{Z} \wedge x + 2 = 8\{$ $\qquad A = \{6\}$

Conjunto dos números tais que $x^2 + 1 = 0$.

$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 + 1 = 0\}$

$A = \{\ \}$

5. Tipos de Conjuntos

a) Conjunto Finito: elementos bem caracterizados em determinada quantidade: {Conjunto de letras do alfabeto}, {números inteiros < 5}, {alunas do 511}

b) Conjunto Infinito: elementos em um número indeterminado, infinito: Conjunto dos números inteiros: $A = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$. Conjunto dos números fracionários: $F = \{x ; x > 0 \wedge x < 1\}$

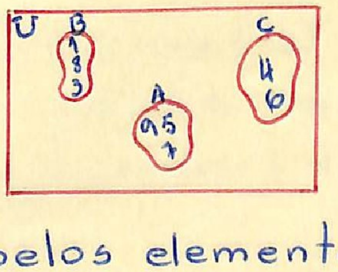
c) Conjunto Unitário: tem um só elemento.
Ex: $A = \{x ; x \in 511$ e chama-se Ivone.$\}$
$A = \{$Ivone$\}$

d) Conjunto Vazio: conjunto sem elemento
Ex: $A = \{x ; x \in 511 \wedge$ chama-se Zenóbia.$\}$
$A = \{\ \}$ ou $A = \emptyset$

e) Conjunto Homogênea: os elementos são da mesma natureza. Ex: $C = \{a, e, i, o, u\}$

f) Conjunto Heterogêneo: os elementos não são da mesma natureza. Ex: $B = \{0, 2, 3, 16, b, m\}$

g) Conjunto Universo: é o conjunto dos elementos separados para estudos Ex:



h) Conjunto Verdade: é constituído pelos elementos do conjunto Universo que satisfazem uma sentença.
"O conjunto dos valôres de U para as quais a sentença é verdadeira"

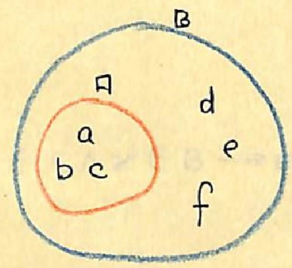
Ilá Adair Barbosa Carvalho - 511 - Prof: Aurélio Amaral

6 - Sub-conjuntos

a - Um conjunto A é subconjunto do outro B se e sòmente se, todo elemento de A pertence também a B.

b - $\subset$ significa: está contido

$\in$ pertence



$A \subset B$

$B \supset A$ contém

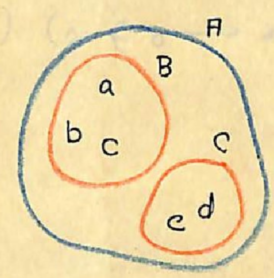
$a \in A$

$d \notin A$

$$A \subset B \longleftrightarrow (\forall x)(x \in A \wedge x \in B)$$

c - $A \subset B \longleftrightarrow (\forall x)(x \in A \wedge x \in B)$

Partes de um conjunto



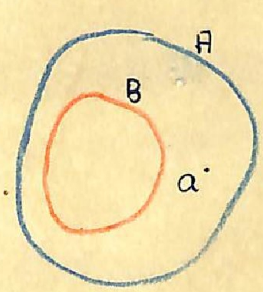
A $\emptyset$

$\wp\{A\} = \{B\}, \{C\}$

$\wp\{A\} = \{B, C\}$

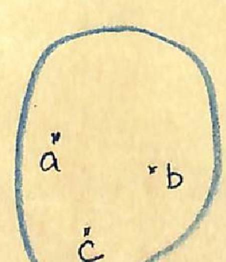
$\wp\{B\} = \{a\}, \{b\}, \{c\}$

?? Está não



$B \subset A \wedge A \not\subset B \longleftrightarrow (\exists x)(x \in A \longrightarrow x \notin B)$

B está contido em A e A não está contido em B se, e sòmente se, existe pelo menos 1 x, x pertence a A e x não pertence a B.



$A \supset B \wedge B \supset A \vee A = B \longleftrightarrow (\forall x)(x \in A \longleftrightarrow x \in B)$

A contem B e B contem A ou A é igual a B se, e sòmente se, qualquer que seja x, se x pertence a A então x pertence a B. ??

6- (continuação)

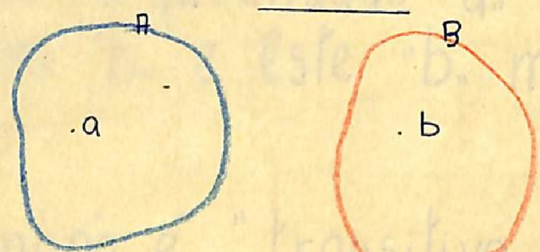
Relação de inclusão

$A \supset B \wedge B \supset C \longrightarrow A \supset C$

(propriedade transitiva)

$C \subset B \wedge B \subset A \longrightarrow C \subset A$?

$A \supset B \wedge B \supset C \longrightarrow A \supset C \longleftrightarrow (\exists x)(x \in C \wedge x \in B \longrightarrow x \in A)$



$\left. \begin{array}{l} A \not\supset B \wedge B \not\supset A \\ A \not\subset B \wedge B \not\subset A \end{array} \right\} \begin{array}{l} \longleftrightarrow (\forall x)(x \in A \longrightarrow x \notin B) \\ \longleftrightarrow (\forall x)(x \in B \longrightarrow x \in A) \end{array}$??

---

7. Relações entre elementos

1 Uma relação é "reflexiva" quando o ser, o elemento, a quantidade, mantém a relação consigo mesmo.

2. Uma relação é "simétrica" quando o ser, o elemento, a quantidade "a" mantém a relação com outro "b" e êste "b" mantém também com "a"

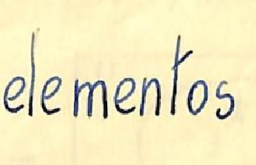
3. Uma relação é "transitiva", quando dois seres, elementos, quantidades, mantêm relação com um 3º e, por isso, mantem entre si.

Obs: As relações existem entre elementos tomados numa certa ordem.

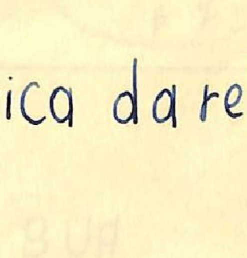
Ex: Analise ou representação algébrica da relação "... igual a ..."

R: $u = u$

S: se $a = b \longrightarrow b = a$



T: Se $a = b \wedge b = c \longrightarrow a = c$



União

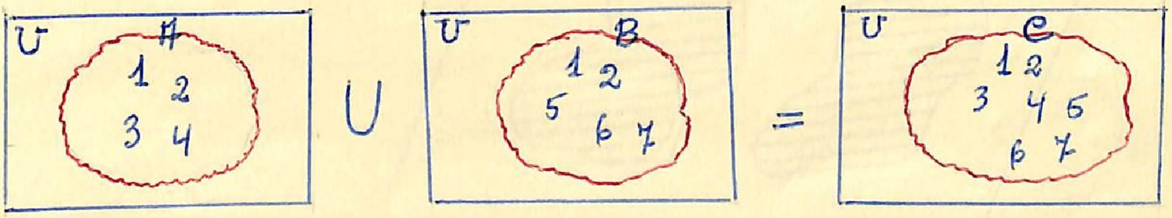
Definição:

Dados 2 conjuntos A e B (subconjuntos de U) chama-se união de A e B ao conjunto C dos elementos que pertencem a A ou B.

$$\boxed{A \cup B = \{x \in U ; x \in A \vee x \in B\}}$$

Exemplos:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$B = \{1, 2, 5\ 6, 7\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{1, 2, 5, 6, 7\} = \{1,2,3,4,5,6,7\}$$



Propriedades:

Comutativa: $A \cup B = B \cup A$

$$A = \{1, 2, 3\}$$
$$B = \{1, 5, 6\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{1\ 5, 6\} = \{1, 2, 3, 5, 6\}$$
$$B \cup A = \{1, 5, 6\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 5, 6, 2, 3\}$$

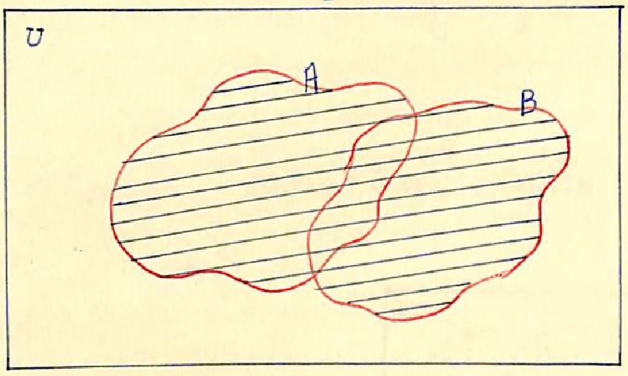
Associativa:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$5 + (3+2) = (5+3) + 2$$

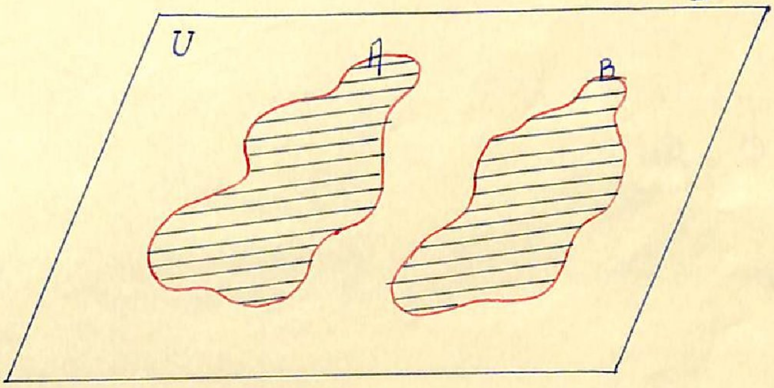
11. Achuriar a região A U B.

$A \cup B = \{x \in U \; ; \; x \in A \vee x \in B\}$

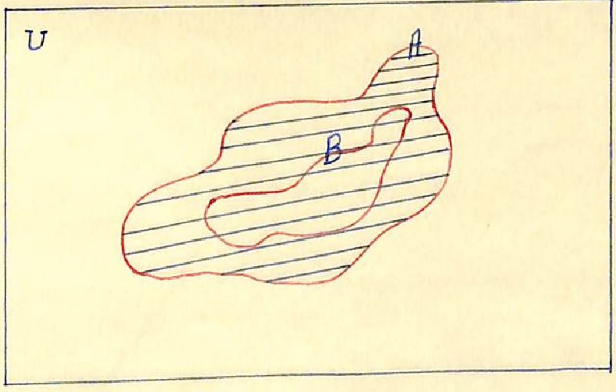
I



II

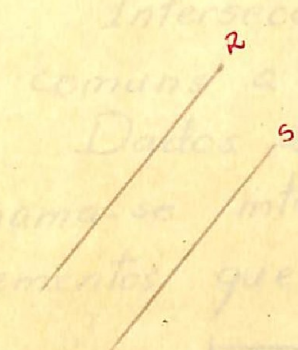


III



Anna Maria Garcia — turma 511 Prof. Aurélio Amaral

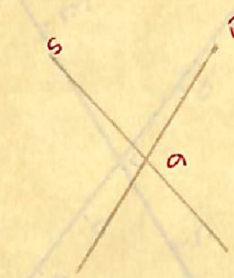
2. - Disjuntos são conjuntos que não apresentam intersecção.

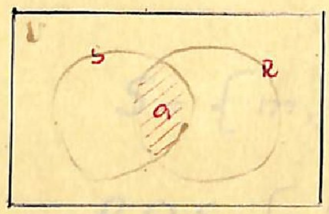


$A \cap B = \phi$ (conjunto disjunto)

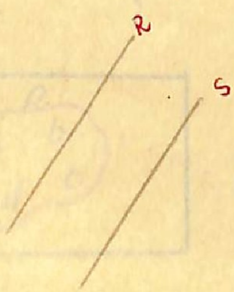
$R \cap S = \{\ \}$ ou ϕ

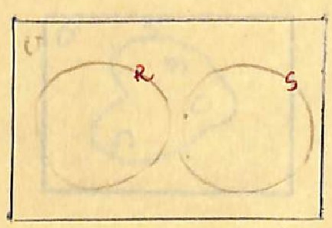
3. - Riscar, "achuriar," após analisar.



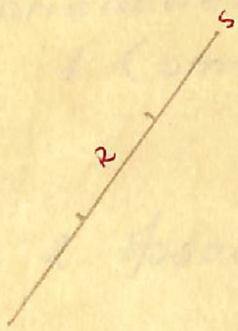


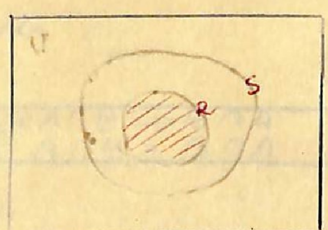
$S \cap R = \{a\}$



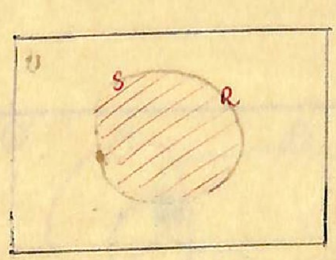


$S \cap R = \phi$





$S \cap R = R$



$S \cap R = S \cup R$

pois

$S = R$

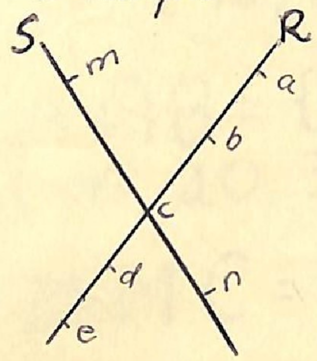
10 - Intersecção

Intersecção é o conjunto resultante dos elementos comuns a 2 ou mais conjuntos dados.

Dados 2 conjuntos A e B (sub-conjuntos de U) chama-se intersecção de A e B ao conjunto dos elementos que pertencem a A e a B.

$$\boxed{A \cap B = \{x \in U ; x \in A \wedge x \in B\}}$$

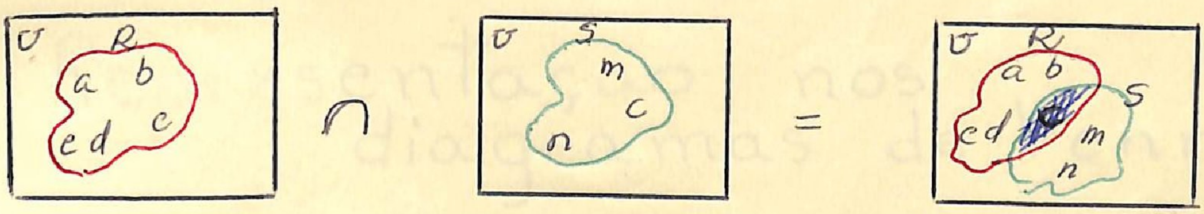
Exemplo:



$R = \{a, b, c, d, e\}$

$S = \{m, c, n\}$

$R \cap S = \{a, b, c, d, e\} \cap \{m, c, n\} = \{c\}$



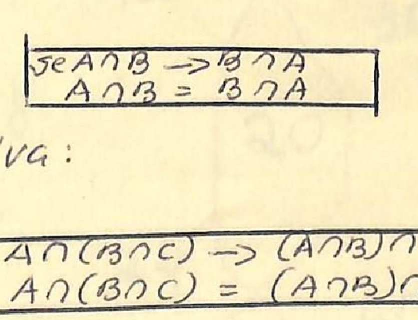
Propriedades:

1. Comutativa

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{se } A \cap B \rightarrow B \cap A \\ A \cap B = B \cap A \end{array}}$$

2. Associativa:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{se } A \cap (B \cap C) \rightarrow (A \cap B) \cap C \\ A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \end{array}}$$



Menor Múltiplo Comum

Determinar o M.M.C. de 4 e 10

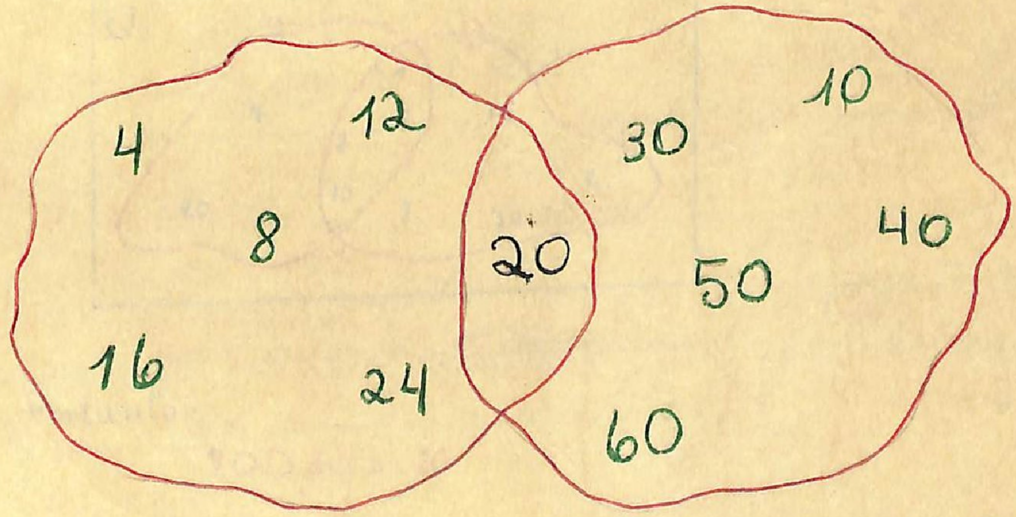
$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24 \ldots\}$

$B = \{10, 20, 30, 40, 50, 60 \ldots\}$

$A \cap B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\} \cap \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$

M.M.C = 20

Representação nos diagramas de Venn



Antonia Cáceres dos Santos T. 511 Prof. Aurélio Amaral

13 - Determinar o 20D30.

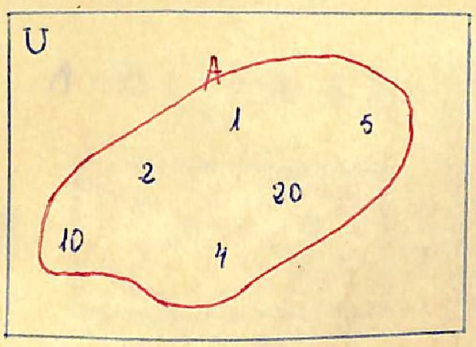
"Extensão":

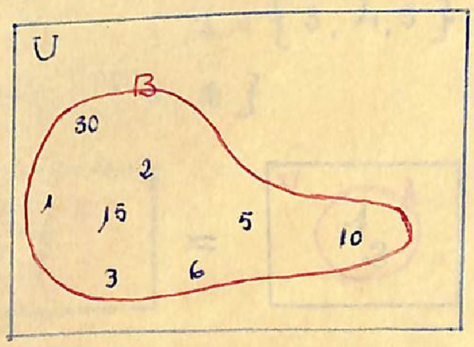
$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

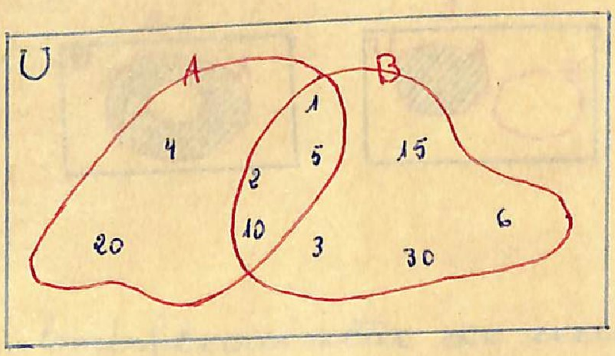
$A \cap B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\} = \{1, 2, 5, 10\}$

"Diagramas de Venn":

$A \cap B =$ 

$\cap$ 

$=$



Portanto:

20D30 = 10

14- Diferenças de Conjuntos.

1- Definição: - "Dados dois conjuntos, A e B (sub-conjuntos de U), diferença de A e B é o conjunto dos elementos de U que pertencem a A e não pertencem a B."

$$\boxed{A - B = \{x \in U ;\ x \in A \wedge x \notin B\}}$$

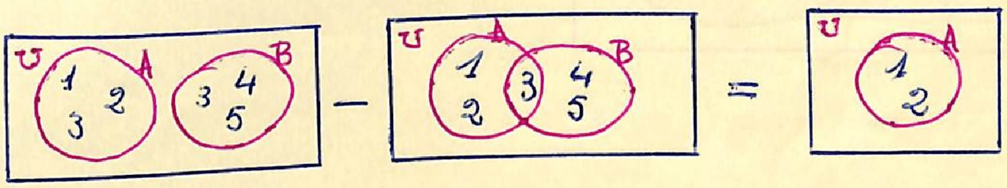
2- Determinar a diferença de A-B.

$A = \{1, 2, 3\}$

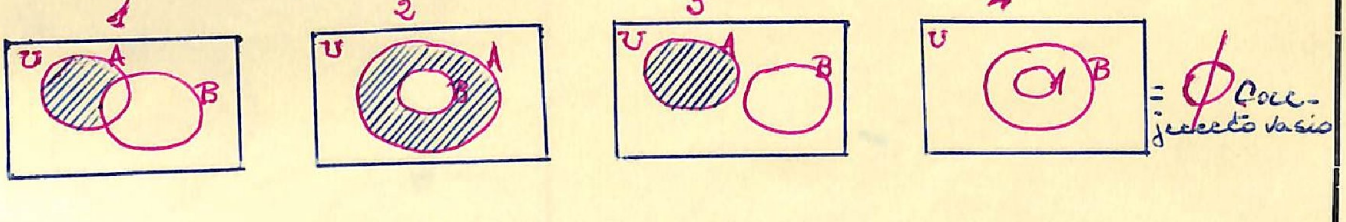
$B = \{3, 4, 5\}$

$A - B = \{1, 2, 3\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$

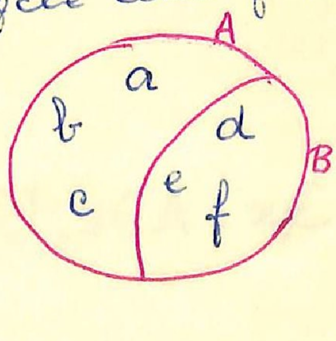
A-B =



3- Localizar e riscar (achuriar) as regiões A-B.



4. Complementar de um conjunto B.
Sub-conjunto de A é constituído pelos elementos de A que não pertencem a B.



$\overline{B} = \{a, b, c\}$

$C_{\frac{A}{B}} = \{a, b, c\}$

14- Diferenças de Conjuntos.

1- Definição: - "Dados dois conjuntos, A e B (sub-conjuntos de U), diferença de A e B é o conjunto dos elementos de U que pertencem a A e não pertencem a B."

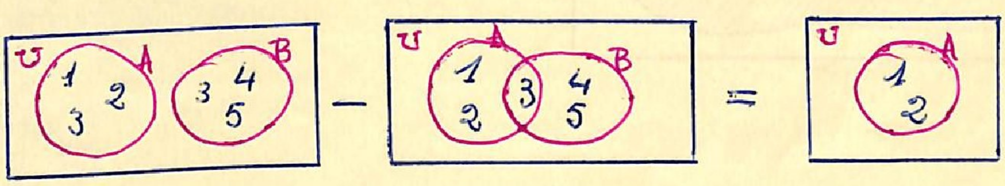
$$\boxed{A - B = \{x \in U;\ x \in A \wedge x \notin B\}}$$

2- Determinar a diferença de A − B.

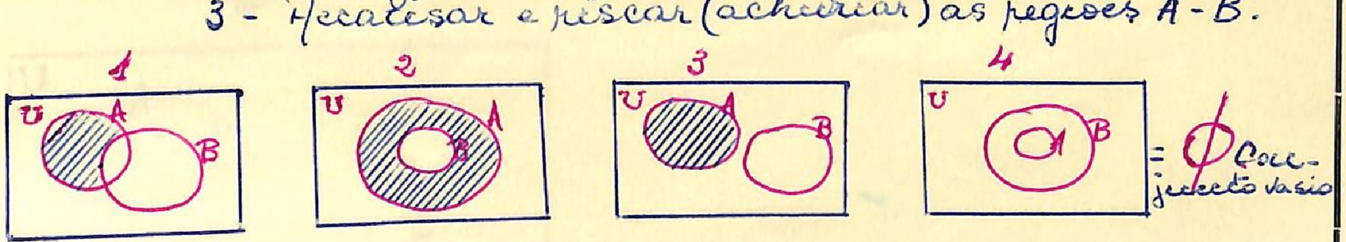
$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

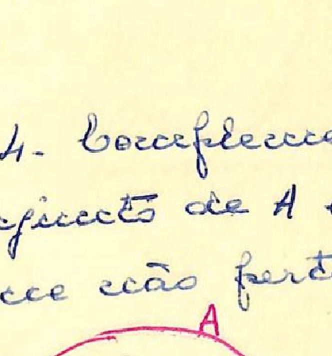
$A - B = \{1, 2, 3\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$

A − B = 

3- Localizar e riscar (achurar) as regiões A − B.



4. Complementar de um conjunto B.
Sub-conjunto de A é constituído pelos elementos de A que não pertencem a B.

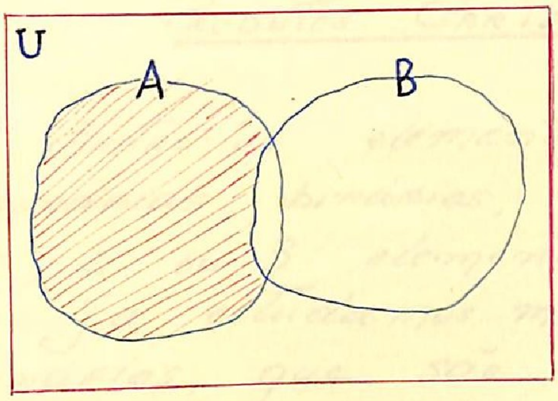


$\overline{B} = \{a, b, c\}$

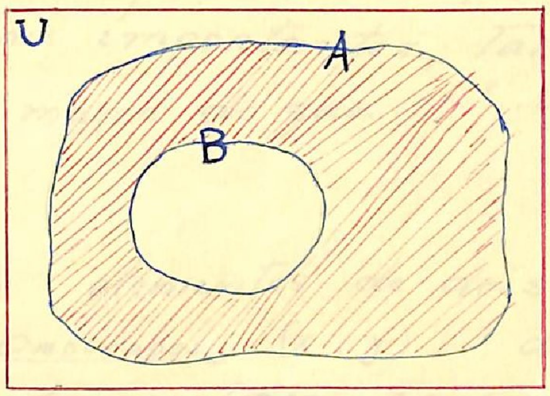
$C^{A}_{B} = \{a, b, c\}$

15. Analisar e achuriar a região A-B

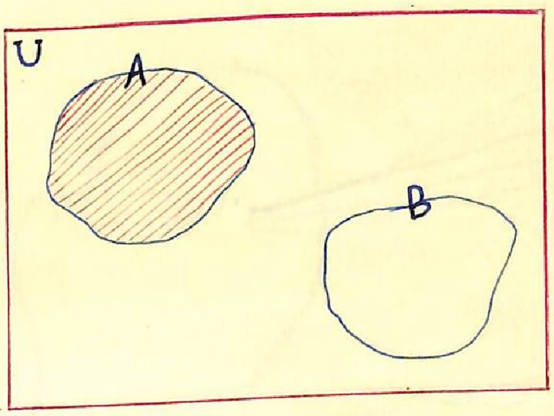
I



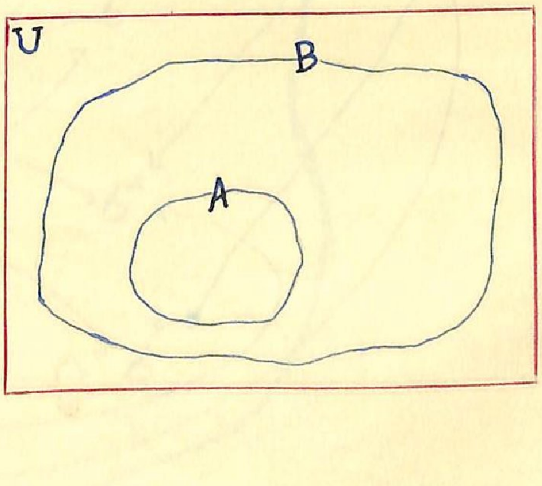
II



III



IV



$A-B=\{x \in U; x \in A \wedge x \notin B\}$

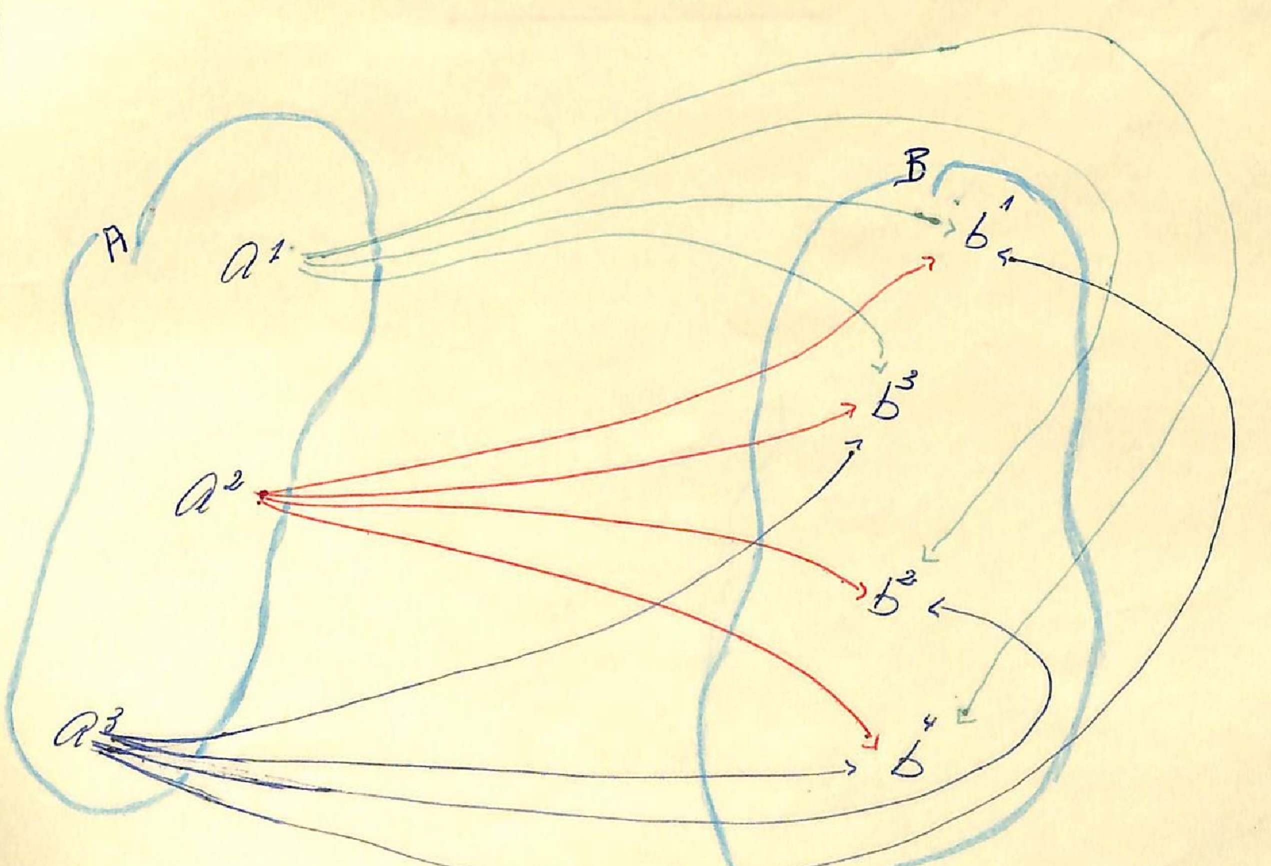
Maria Helena Roth Cidade - 511 - Aurélio Amaral

16. PARES ORDENADOS DE ELEMENTOS E PRODUTOS CARTEZIANOS

Entre os elementos podem existir relações: monárias, binárias, ternárias quando agrupam 1, 2, ou 3 elementos ....

Já estudamos muitos exemplos de relações binárias, que são as mais importantes, tais como: "... é pai de ...", "... é maior do que ..." "... é igual a ...", etc.

— Vamos agora relacionar elementos de dois conjuntos e formar PARES ORDENADOS (x, y) de modo que o primeiro elemento pertença ao conjunto A, o seja: $x \in A$, e o segundo elemento pertença ao conjunto B, ou seja: $y \in B$.



(a^1, b^1) (a^2, b^1) (a^3, b^1)
(a^1, b^2) (a^2, b^2) (a^3, b^2)
(a^1, b^3) (a^2, b^3) (a^3, b^3)
(a^1, b^4) (a^2, b^4) (a^3, b^4)

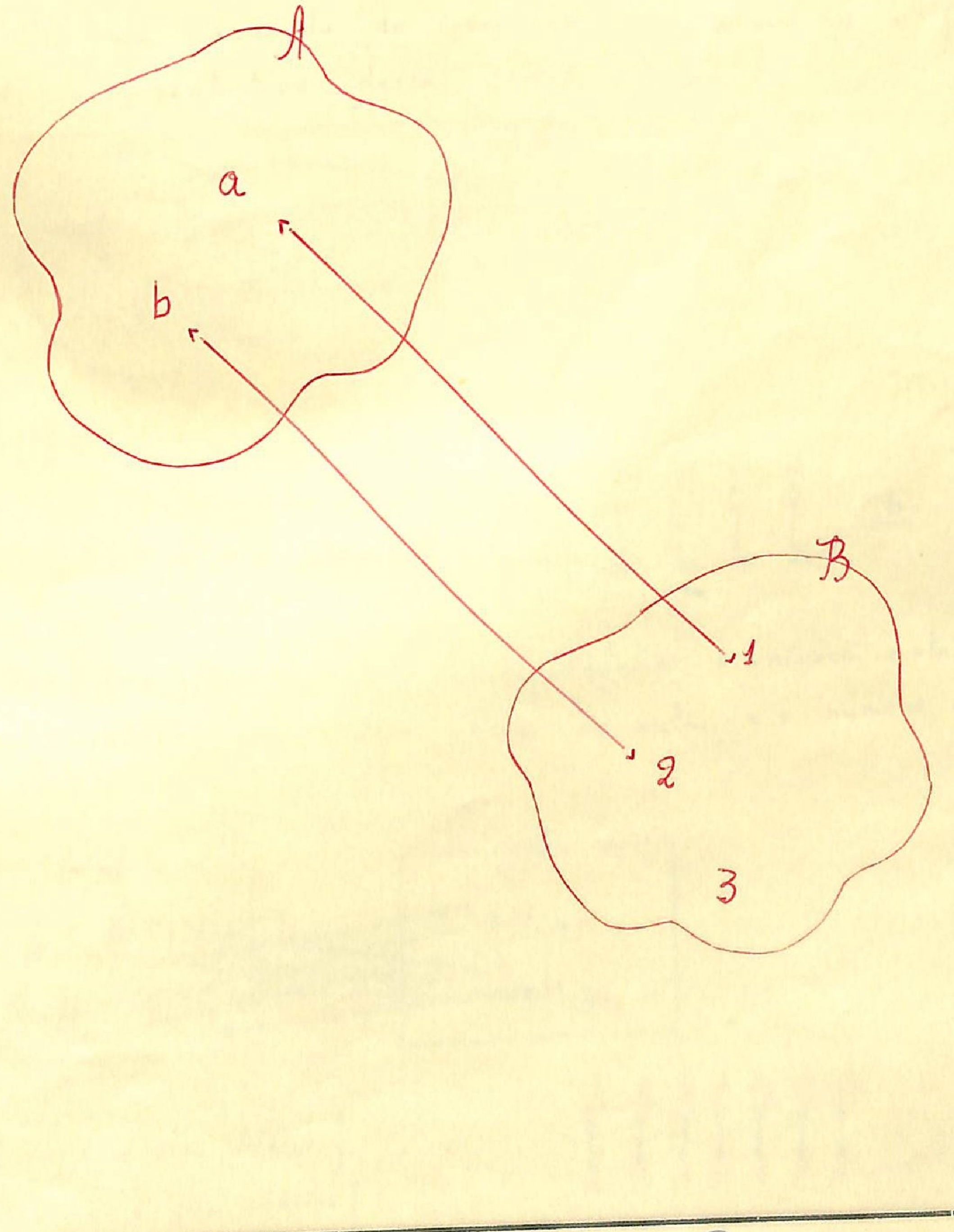
Produto cartesiano de dois conjuntos A e B ou seja: $A \times B$, é formado por todos os pares ordenados e podem ser obtidos tomando o primeiro em A e o segundo em B.

$$\boxed{A \times B = \{(x, y);\ x \in A \wedge y \in B}$$

17- Correspondência Univoca

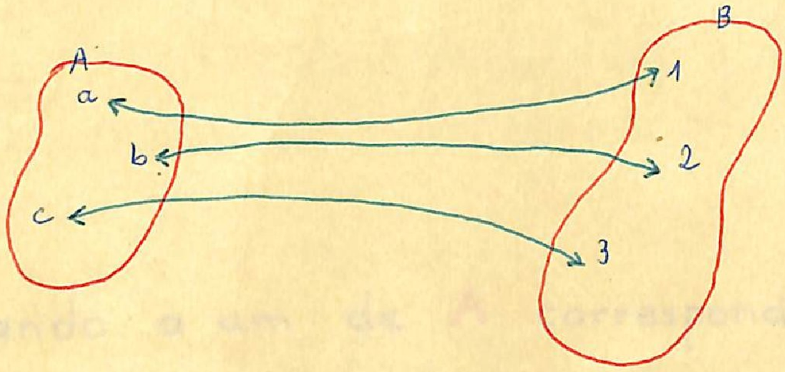
Correspondência Univoca: quando nem todos os elementos de A correspondem a um elemento de B.

Exemplo:



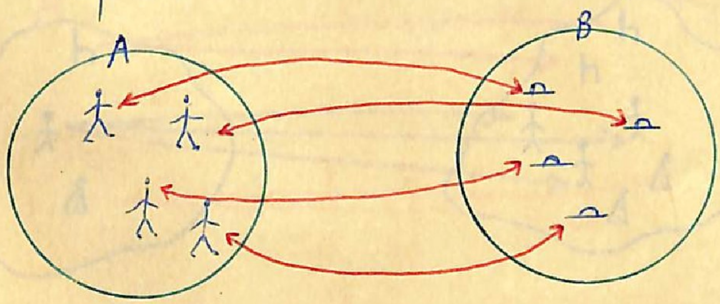
19 - Correspondência Biunívoca

Dá-se a correspondência biunívoca, quando cada elemento de A corresponde a um elemento de B. ?



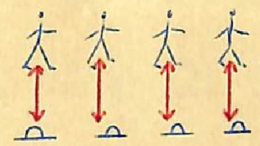
Exercícios:

a - Dê um exemplo de correspondência biunívoca e faça o gráfico representativo dessa correspondência.



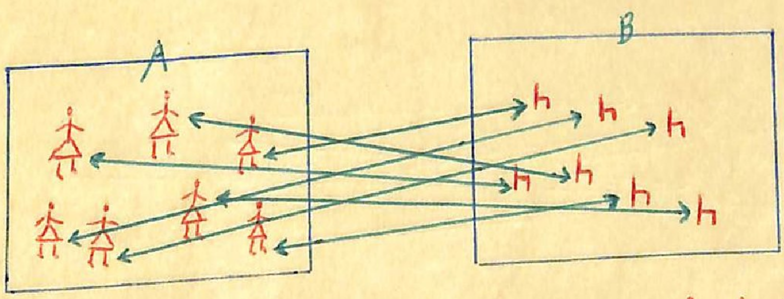
A = { x ; x é um menino }

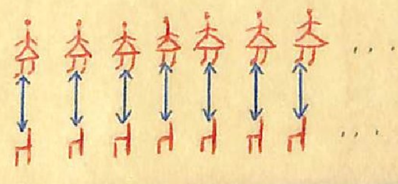
B = { x ; x é um chapéu }



b

b - Verifique se existe correspondência biunívoca entre as pessoas existentes na sua sala de aula e o número de cadeiras.





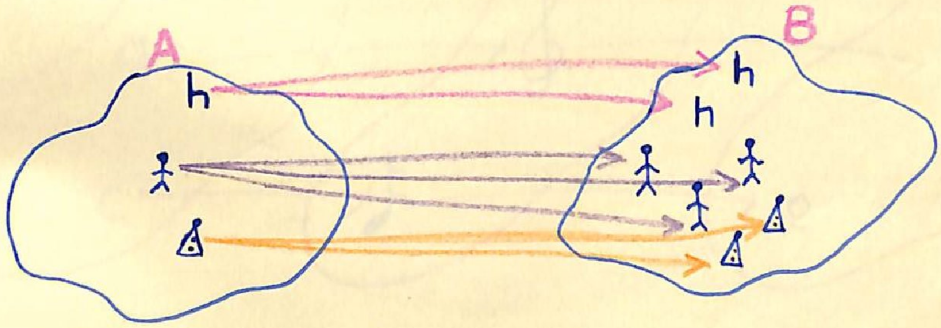
b

A = { x ; x é uma menina }

B = { x ; x é uma cadeira }

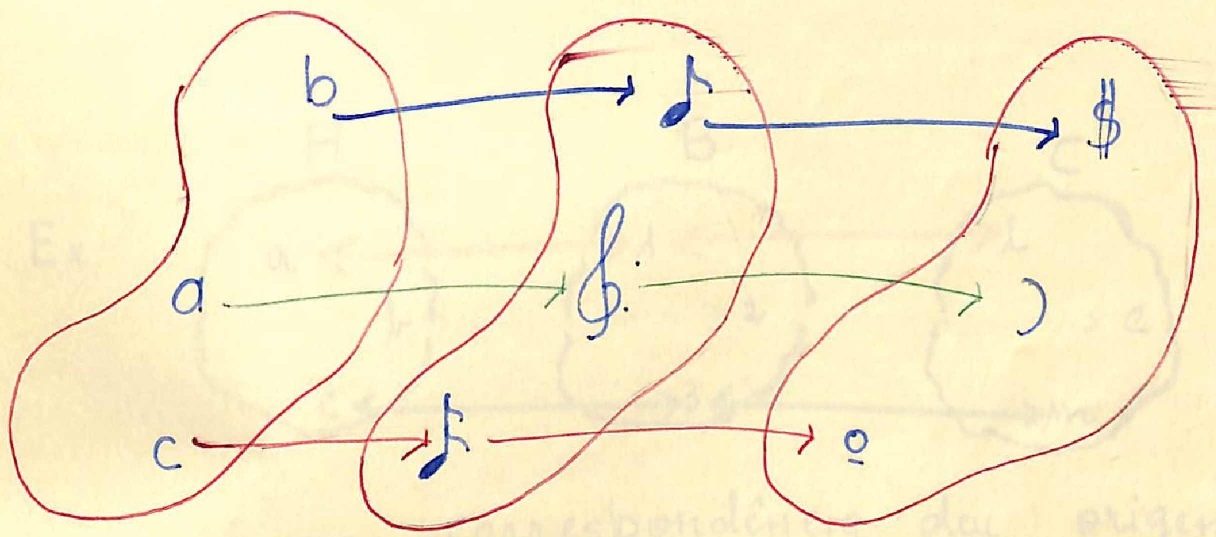
18. Correspondência Plurivoca.

Quando a um de A corresponde vários de B .



42. Número

Número é a idéia que associamos à vários conjuntos que apresentam correspondência biunívoca

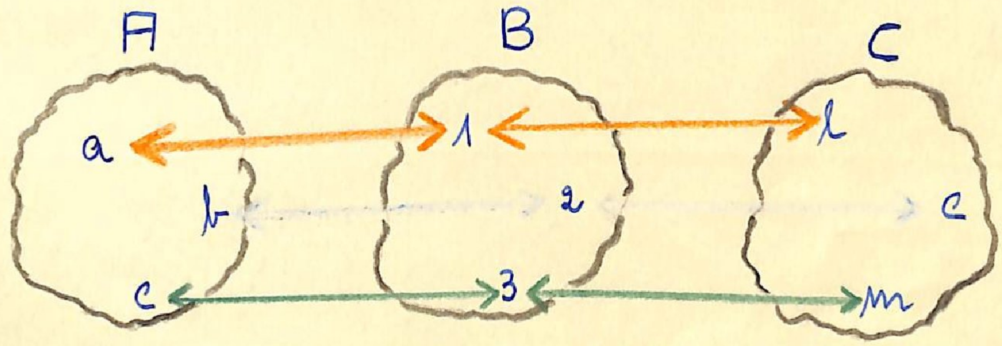


Essa correspondência deu origem à idéia: "três"..

- 20 - Idéia do número e numeral

Número é a idéia que associamos a vários conjuntos que apresentam correspondência biunívoca.

Ex:



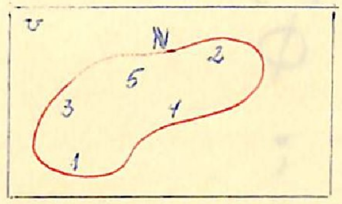
Essa correspondência deu origem ao número Três.

Numeral é a representação da "idéia" número. Assim: número é uma idéia e numeral é a representação da idéia. Quando penso em 3 objetos, penso num número e quando quero representar essa idéia escrevo: "3", Três ou pronuncio "Três"

21 - Campos numéricos:

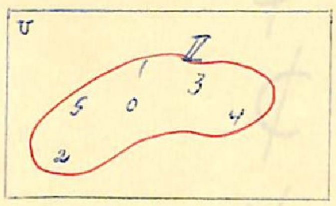
a) Conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \}$$



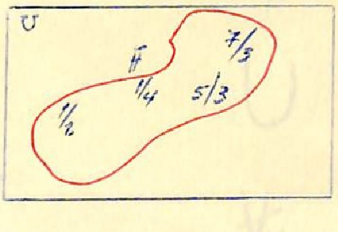
b) Conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \ldots \}$$



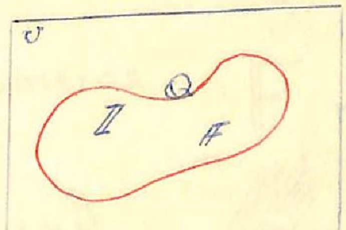
c) Conjunto dos números fracionários:

$$\mathbb{F} = \{ 1/2 , 7/3 , 1/4 , 5/3 \ldots \}$$



d) Conjunto dos números racionais:

$$\mathbb{Q} = \{ \mathbb{Z}, \mathbb{F} \}$$



39. Símbolos da Matemática Moderna

$\{\ldots\}$	conjunto.	$\{\ \}$ $\emptyset$	conjunto vazio.
$\rightarrow$	então	; |	tal que
$\leftrightarrow$	se, e sòmente se		
$\wedge$	e	U	universo.
$\supset$	contém	$\not\supset$	não contém
$\subset$	contido	$\not\subset$	não contido.
$>$	maior do que	$\not>$	não maior do que
$<$	menor do que.	$\not<$	não menor do que
$\in$	pertence.	$\notin$	não pertence
$\vee$	ou.	$\cup$	união
$\exists_x$	quantificador existencial.	$\forall_x$	quantificador universal.
P	partes do conjunto	$\cap$	intersecção
Z	conjunto dos números inteiros.	Q	conjunto dos números racionais.
N	conjunto dos números naturais.	F	números fracionários.
$\complement_B^A$	complemento de A em B		achuriar

Aluna: Ivone Mª de A. Pires. - Turma 511 - Prof. Aurélio Amaral.

22 - Exercícios

— Representar dos 3 modos possíveis o conjunto dos mêses do ano que começam por "j".

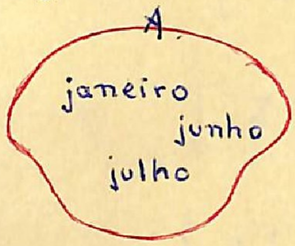
Por "extensão":

$A = \{$ janeiro, junho; julho $\}$

Por "compreensão":

$A = \{x;\ x$ é um mês do ano que inicia com "j"$\}$

Pelos "Diagramas de Venn":



I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I

— Representar pelos 3 modos diferentes os 5 primeiros números inteiros.

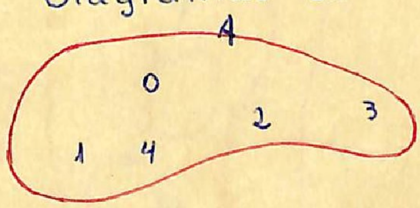
Por "extensão":

$B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Por "pertinência":

$C = \{x;\ x$ é um dos 5 primeiros nºs inteiros$\}$.

Pelos "Diagramas de Venn":



I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I-I

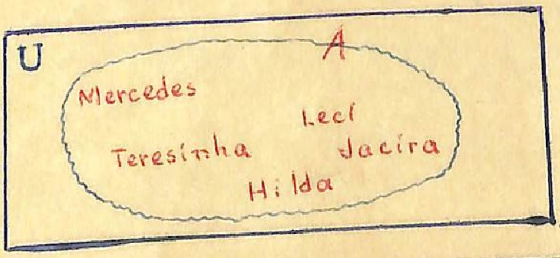
— Representar pelos 3 modos possíveis o sub-grupo do grupo 511.

"Extensão": $A = \{$Mercedes, Teresinha, Leci, Hilda, Jacira$\}$

"Pertinência":

$A = \{x;\ x$ é uma aluna-professôra do sub-grupo A$\}$

"Venn":



Jacira N. Fagundes — 511 — Prof. Aurélio Amaral

23. Exercícios:

- Escreva o símbolo $\in$ ou $\notin$

janeiro $\in$ { mêses do ano }

fevereiro $\notin$ { dias da semana }

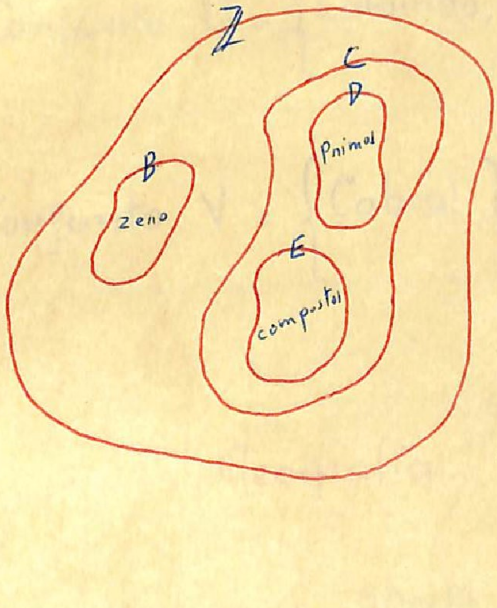
cone $\in$ { sólidos geométricos }

$5 \in \{ \mathbb{Z} \}$

$6 \in \{ x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x > 3 \wedge x < 7 \}$

$12 \notin \{ x ; x \in \mathbb{F} \}$

$1/5 \in \{ x ; x \in \mathbb{F} \}$



$0 \in \{ \mathbb{Z} \}$

$0 \notin \{ C \}$

$10 \notin \{ B \}$

$3 \notin \{ E \}$

$3 \in \{ \mathbb{Z} \}$

$2/3 \notin \{ C \}$

24. Exercícios

Escrever o conjunto verdade do conjunto U mencionado.

Sentença aberta
"O dia x é o dia da semana que começa por S"
Conjunto U = {seg., terça, quarta, quinta, sexta, sábado, domingo}

Conjunto V = {segunda, sexta, sábado}

x x x

História

Sentença aberta "x é o descobridor do Brasil"

Conjunto U = {Colombo, Cabral, Vasco da Gama}

Conjunto V = {Cabral}

x x x

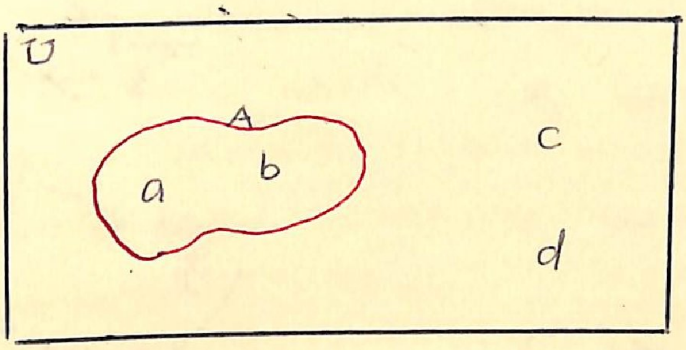
Geografia

Sentença aberta "Êstes são os 2 maiores rios do mundo"

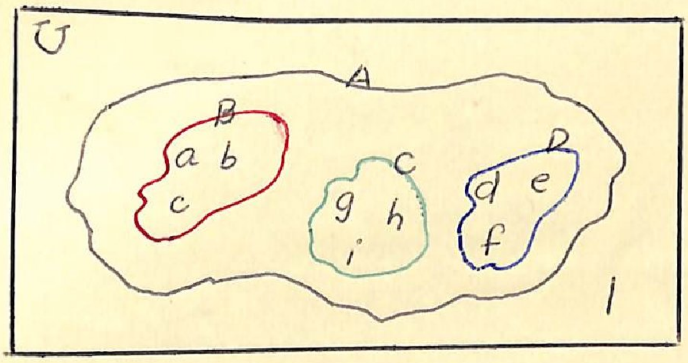
Conjunto U = {Nilo, Tocantins, Volga, Amazonas}

Conjunto V = {Nilo, Amazonas}.

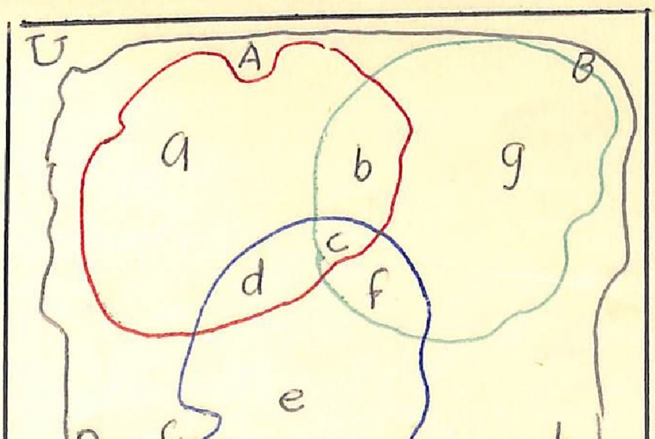
26. Exercícios:



$a \ldots \in \ldots A$
$b \ldots \in \ldots A$
$c \ldots \notin \ldots A$
$d \ldots \notin \ldots A$



$B \ldots \subset \ldots A$
$A \ldots \supset \ldots B$
$C \ldots \not\subset \ldots \wedge \ldots \not\supset \ldots D$
$D \ldots \not\supset \ldots \wedge \ldots \not\subset \ldots B$
$B, C, D \ldots \subset \ldots \wedge \supset \ldots A$
$a \ldots \in \ldots B$
$d \ldots \in \ldots D$
$g \ldots \in \ldots C$
$a \ldots \notin \ldots D$
$c \ldots \in \ldots A$
$l \ldots \in \ldots U$
$l \ldots \notin \ldots A$
$l \ldots \notin \ldots D$



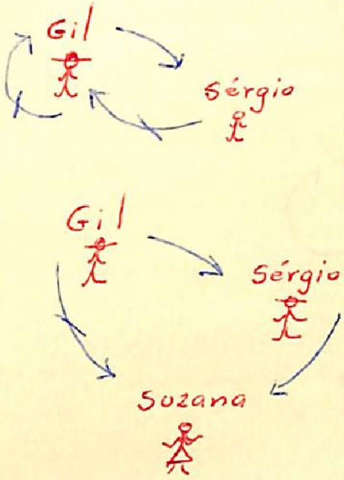
$A \ldots \subset \ldots D$
$B \ldots \subset \ldots U$
$a \ldots \notin \ldots B$
$b \ldots \in \ldots A$
$c \ldots \in \ldots A$
$c \ldots \in \ldots B$
$e \ldots \in \ldots D$
$e \ldots \notin \ldots A$

Lecy Krás Borges de Azambuja - 511 - Prof. Aurélio Amaral

27. <u>Exercícios</u> :

Análise de relações:

" ... pai de ... "

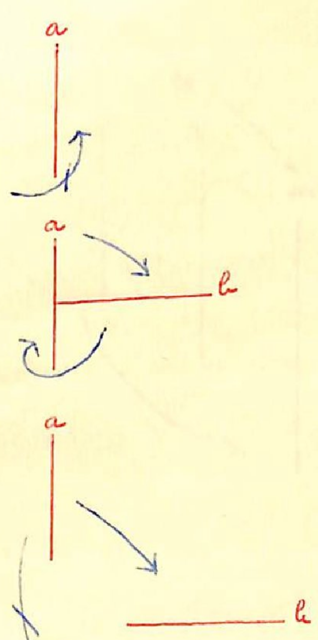


R. não é reflexiva.

S. não é simétrica.

T. não é transitiva.

" a ⊥ b "



R. não é reflexiva.

S. é simétrica.

T. não é transitiva.

$a \not\perp a$

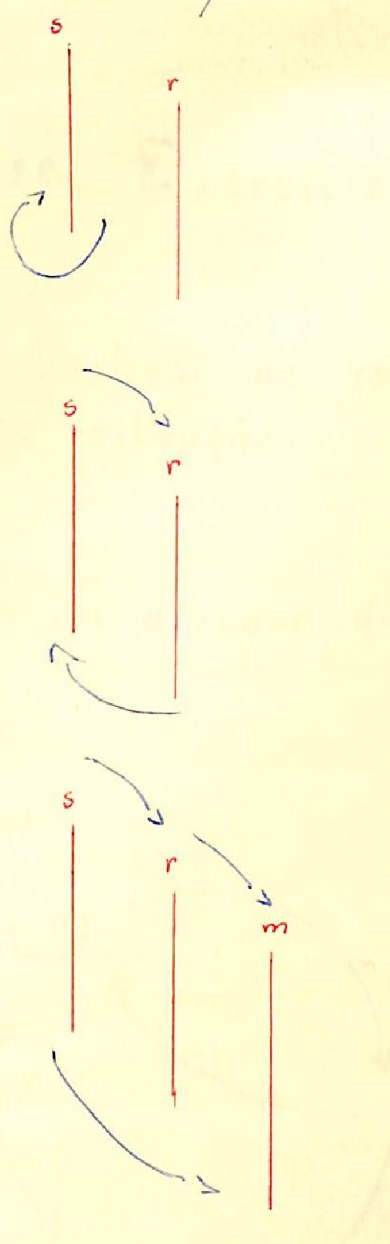
$a \perp b \rightarrow b \perp a$

Se $a \perp b \wedge b \perp c \rightarrow a \not\perp c$.

Aluna: Eunice Raupp de Aguiar Volim . 511. Professor: Aurélio Amaral.

27. continuação:

"... paralela ..."



R. _ é reflexiva.

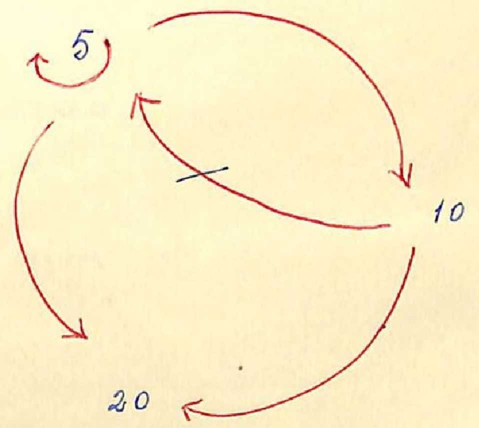
S. _ é simétrica.

T. _ é transitiva.

28. Exercício

Analisar as relações existentes na seguinte situação:

"... divisor de ..."



Reflexiva - sim
Simétrica - não
Transitiva - sim

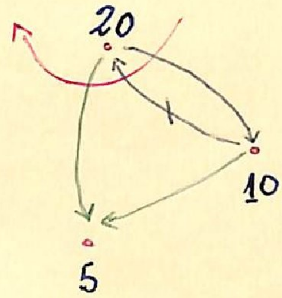
29. Exercícios.

- Analisar a relação "... múltiplo de ..."

Reflexiva - sim

Simétrica - não

Transitiva - sim

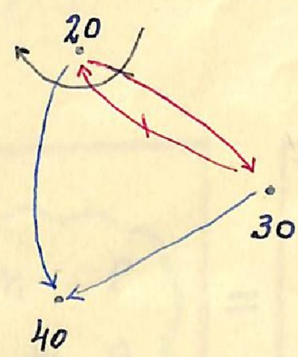


- Analisar a relação "... menor do que ..."

Reflexiva - não

Simétrica - não

Transitiva - sim

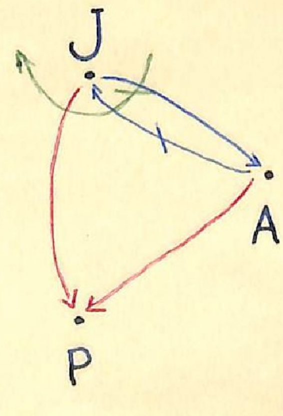


- Analisar a relação "mais alto do que ..."

Reflexiva - não

Simétrica - não

Transitiva - sim



Maria Helena Roth Cidade - 511 - Aurélio Amaral.

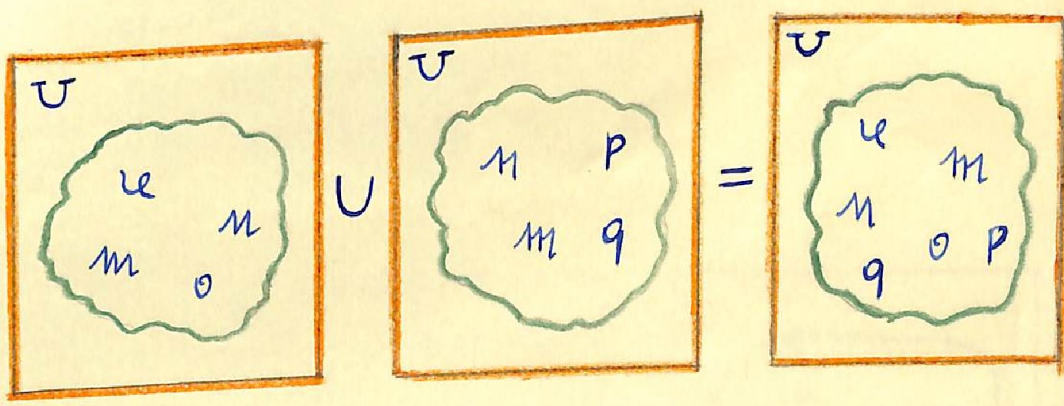
-30- Fazer a U

$A = \{l, m, n, o\}$

$B = \{n, m, p, q\}$

$A \cup B = \{l, m, n, o\} \cup \{m, n, p, q\} = \{l, m, n, o, p, q\}$

A U B =



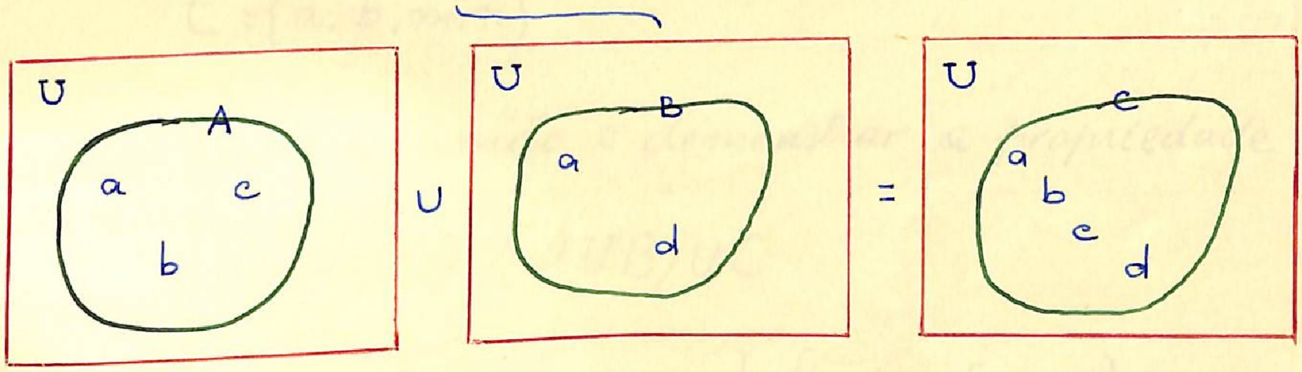
31. Exercícios

Fazer a união de A e B e demonstrar a propriedade comutativa

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{a, d\}$

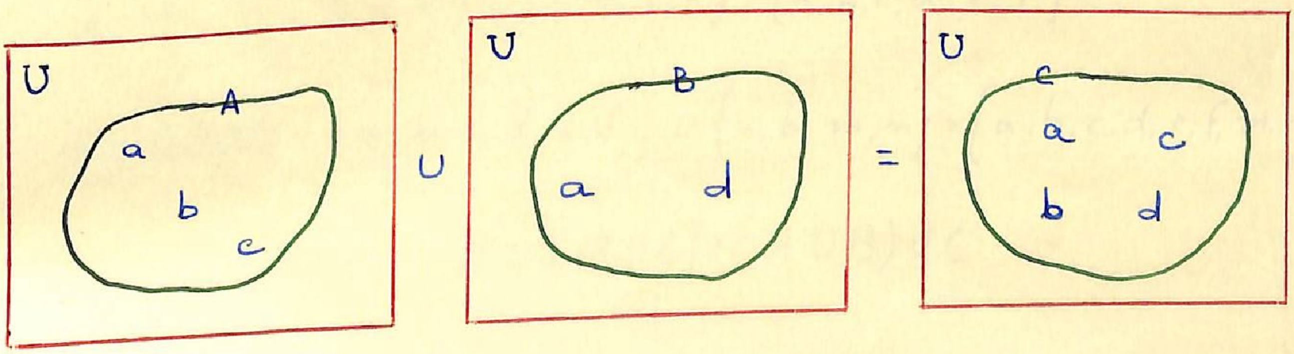
$A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{a, d\} = \{a, b, c, d\}$

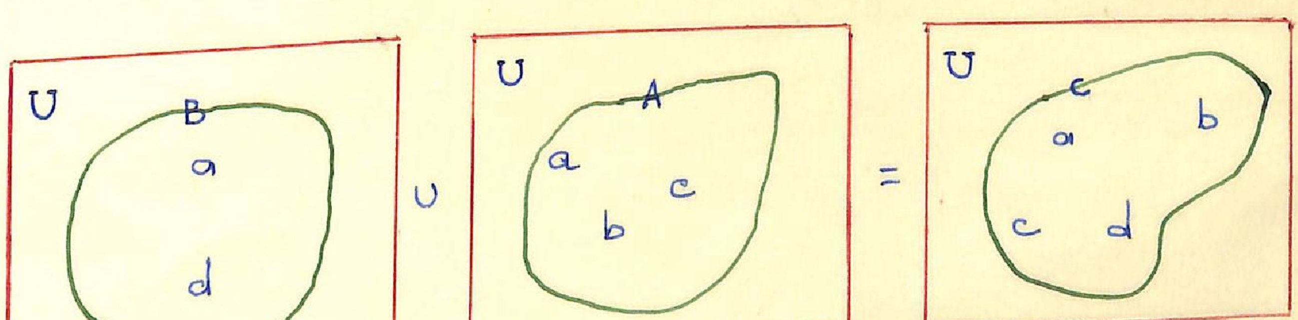


Propriedade comutativa: $A \cup B = B \cup A$

$A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{a, d\} = \{a, b, c, d\}$

$B \cup A = \{a, d\} \cup \{a, b, c\} = \{a, d, b, c\}$





32 Exercicio

Se

$A = \{a, b, c, d\}$

$B = \{a, b, e, f\}$

$C = \{a, b, m, n\}$

Fazer a união e demonstrar a propriedade associativa.

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$B \cup C = \{a, b, e, f\} \cup \{a, b, m, n\} = \{a, b, e, f, m, n\}$

$A \cup (B \cup C) = \{a, b, c, d\} \cup \{a, b, e, f, m, n\} = \{a, b, c, d, e, f, m, n\}$

Então: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$(A \cup B = \{a, b, c, d\} \cup \{a, b, e, f\} = \{a, b, c, d, e, f\}$

$(A \cup B) \cup C = \{a, b, c, d, e, f\} \cup \{a, b, m, n\} = \{a, b, c, d, e, f, m, n\}$

Logo: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.

Herondina Boranga de Quadros - Turma 511 - Prof. Aurélio Amaral.

32 - (continuação)

$A \cap B$

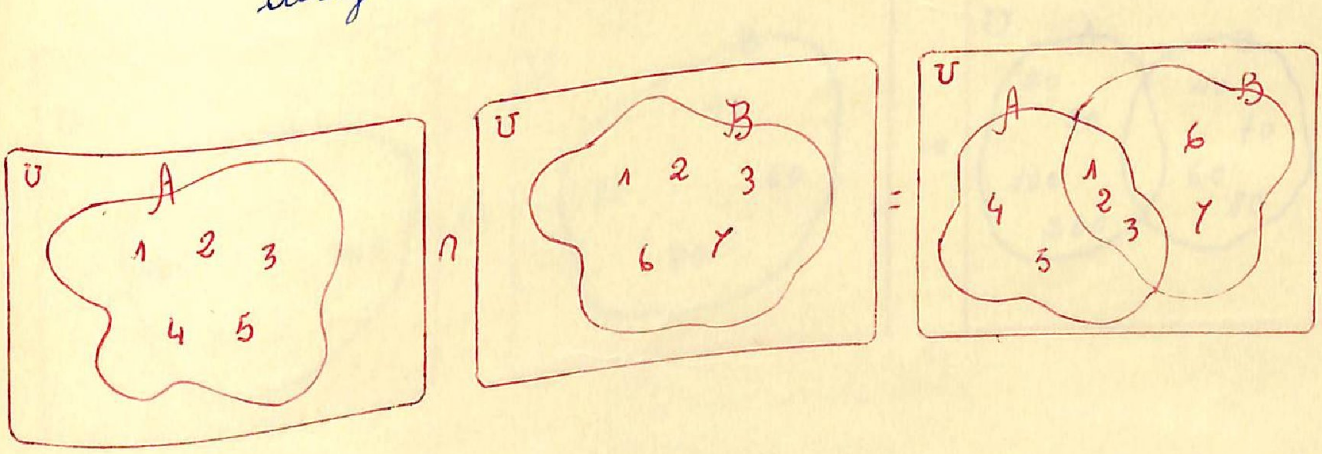
Se

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{1, 2, 3, 6, 7\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 2, 3, 6, 7\} = \{1, 2, 3\}$

diagramas de Venn



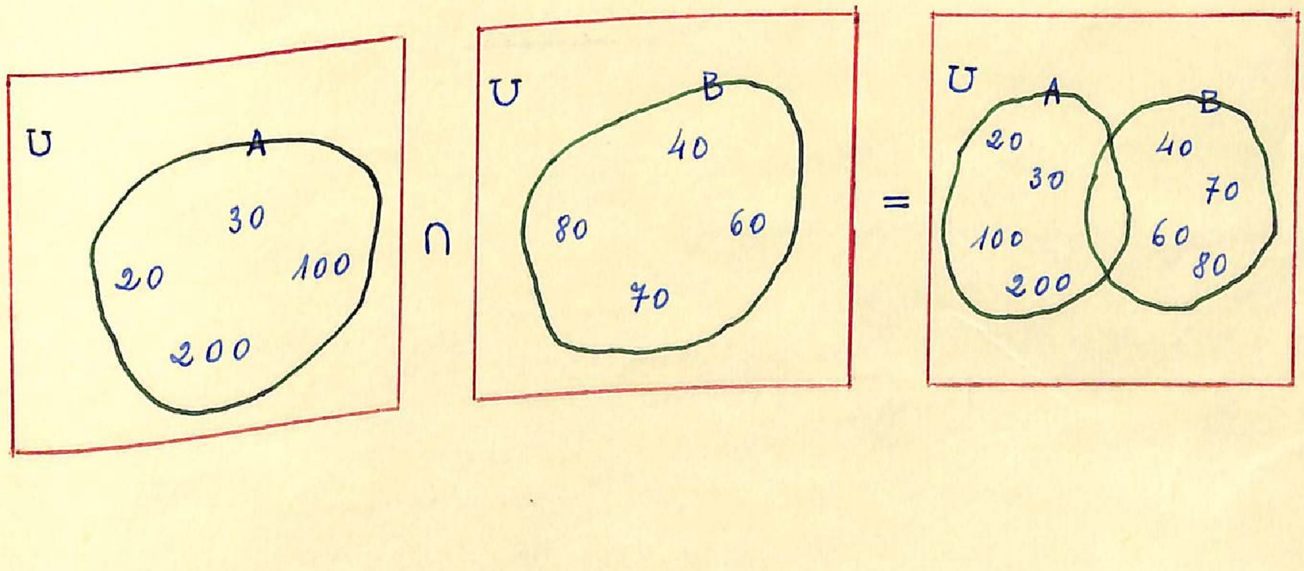
33. Exercícios

Fazer a intersecção de A com B

$A = \{20, 30, 100, 200\}$

$B = \{40, 60, 70, 80\}$

$A \cap B = \{20, 30, 100, 200\} \cap \{40, 60, 70, 80\} = \{\ \}$ v ϕ

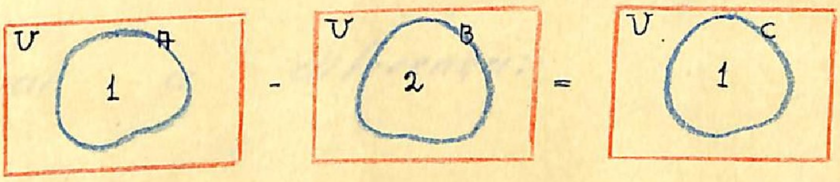


Exerc. 32

$A - B = \{1\} - \{2\} = \{1\}$

Se $A = \{1\}$

$B = \{2\}$

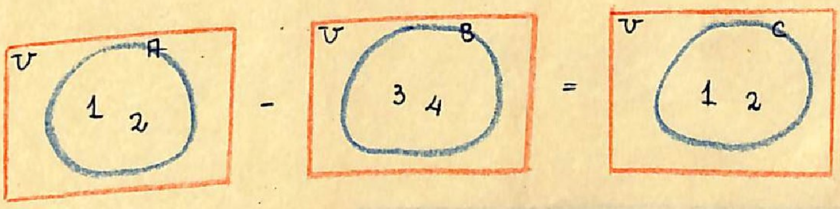
$A - B =$ 

Exerc. 33

$A - B = \{1, 2\} - \{3, 4\} = \{1, 2\}$

$A = \{1, 2\}$

$B = \{3, 4\}$

$A - B$ 

34. Exercicio:

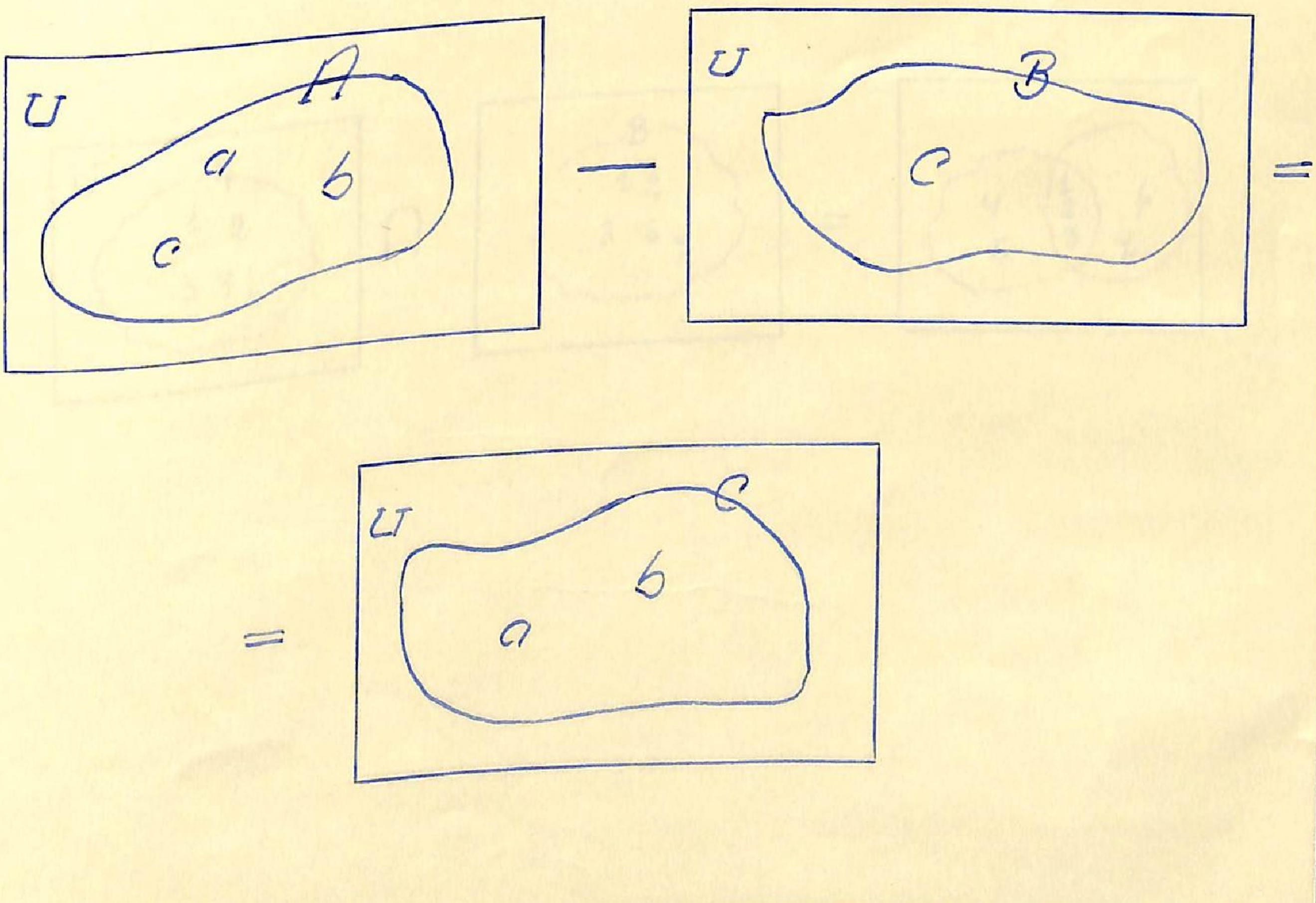
Determinar a diferença:

$A - B$.

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{c\}$

$A - B = \{a, b, c\} - \{c\} = \{a, b\}$



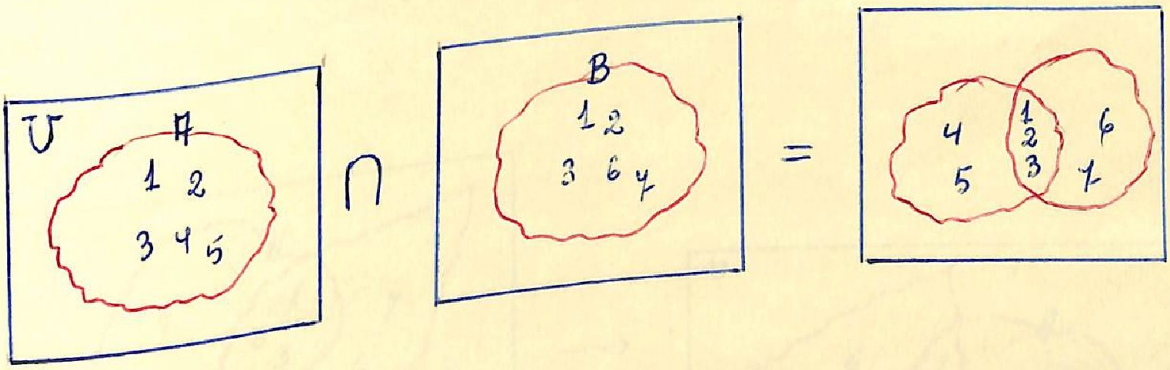
34. Exercício

$$A \cap B$$

Se $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{1, 2, 3, 6, 7\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 2, 3, 6, 7\} = \{1, 2, 3\}$



35. Exercício

Demonstrar a propriedade comutativa

$A \cap B$

Se:

$A = \{1, 2, 3, 5\}$

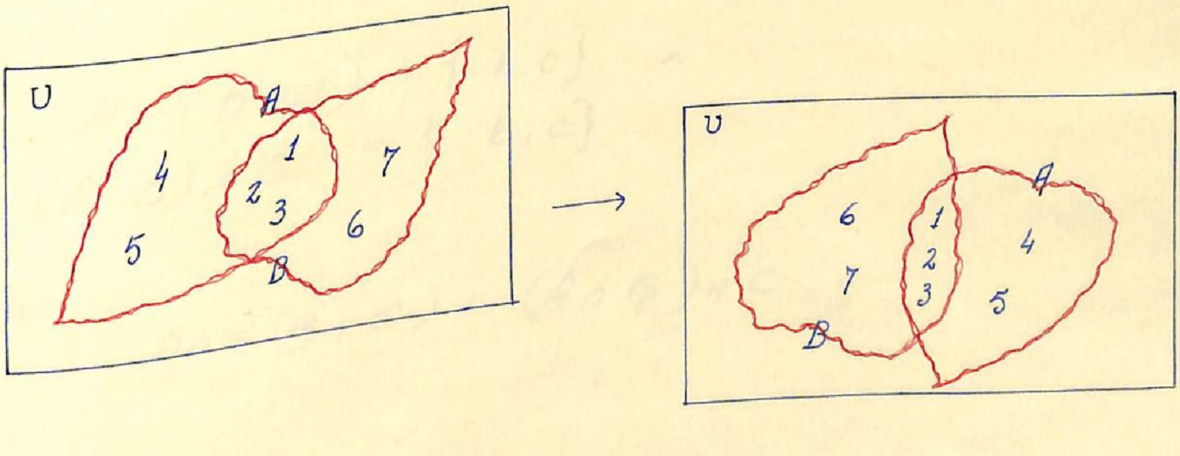
$B = \{1, 2, 3, 6, 7\}$

Se $A \cap B \rightarrow B \cap A$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3, 6, 7\}$

$B \cap A = \{1, 2, 3, 6, 7\} \cap \{1, 2, 3, 5\}$

Logo: $A \cap B = B \cap A$



36. Demonstre a propriedade associativa da operação intersecção:

Se:

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$

$B = \{b, c, g, h, i\}$

$C = \{j, l, b, c, m, n\}$

$$\boxed{A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C}$$

$B \cap C = \{b, c, g, h, i\} \cap \{j, l, b, c, m, n\} = \{b, c\}$

$B \cap C = \{b, c\}$

$A \cap (B \cap C) = \{a, b, c, d, e, f\} \cap \{b, c\} = \{b, c\}$

$A \cap (B \cap C = \{b, c\}$

$A \cap B = \{a, b, c, d, e, f\} \cap \{b, c, g, h, i\} = \{b, c\}$

$A \cap B = \{b, c\}$

$(A \cap B) \cap C = \{b, c\} \cap \{j, l, b, c, m, n\} = \{b, c\}$

$(A \cap B) \cap C = \{b, c\}$

Se:

$A \cap (B \cap C) = \{b, c\}$ $\wedge$

$(A \cap B) \cap C = \{b, c\}$

Então:

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Conjunto Verdade

Êle é o maior peixe do mar

$U = \{$Baleia, Tubarão, Barracuda$\}$

$V = \{$Tubarão$\}$

Ela (a expressão algébrica ou numérica é maior que 5

$U = \{6, 3, 4+2, 1+1, 5+2, 5+5, 1\}$

$V\ \{6, 4+2, 5+2, 5+5\}$

40. Exercícios da nova relação.

Enumere, um por um, todos os pares ordenados que constituem o Produto Cartesiano dos conjuntos abaixo C e D.

C = { ! , ? , #, & }
D = { § , % , º }

(! , §)	(? , §)	(# , §)	(& , §)
(! , %)	(? , %)	(# , %)	(& , %)
(! , º)	(? , º)	(# , º)	(& , º)

Exercícios

Enumere, um por um, todos os pares ordenados que constituem o Produto Cartesiano abaixo C e D.

$C = \{2, 3, 5\}$ $D = \{3, 6, 8\}$

(2, 3)	(3, 3)	(5, 3)
(2, 6)	(3, 6)	(5, 6)
(2, 8)	(3, 8)	(5, 8)

Escreva os pares ordenados acima sob a forma clássica de frações ordinárias

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{3}$
$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

Adahyr Eifler Gomes - 511 - Prof Aurélio Amaral

15- Exercícios:

Escrever o conjunto verdade do conjunto U mencionado:

Sentença aberta: "Ele é o maior peixe do mundo."

U = { baleia, tubarão, barracuda }

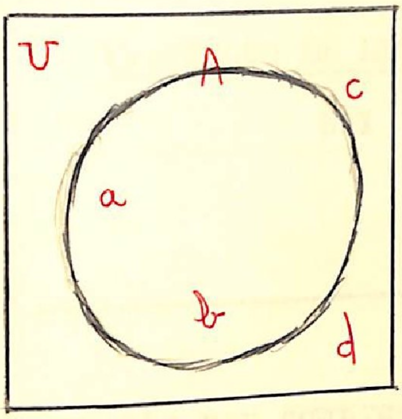
V = { tubarão }

Sentença aberta: "Ela (a expressão algébrica ou numérica) é maior que 5."

U = { 6, 3, 4+2, 1+1, 5+2, 5+5, 1 }

V = { 6, 4+2, 5+2, 5+5 }

46 _ Exercícios



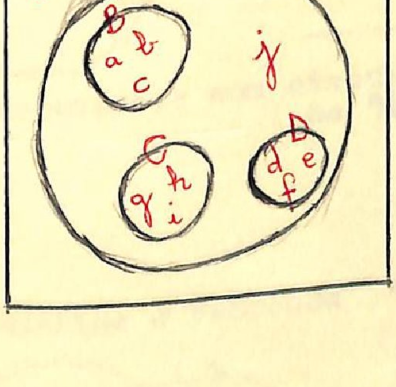
$a \ldots \in \ldots A$

$b \ldots \in \ldots A$

$c \ldots \notin \ldots A$

$d \ldots \notin \ldots A$

(Relações de pertinência ou de inclusão).



$B \ldots \subset \ldots A$

$A \ldots \supset \ldots B$

$C \not\supset . \wedge . \not\subset D$

$D \not\supset . \wedge . \not\subset B$

$B, C, D \subset . \wedge . \mathbb{P} A$

$a \ldots \in \ldots B$

$d \ldots \in \ldots D$

$a \ldots \notin \ldots D$

$g \ldots \in \ldots C$

$C \ldots \in \ldots U$

$l \ldots \notin \ldots A$

$l \ldots \notin \ldots D$

$l \ldots \in \ldots U$

Aluna: Maria José Soriano Moreira - Grupo 511 Professor: Aurélio Amaral

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GEN. FLÔRES DA CUNHA

511 - Matemática

novembro-1965

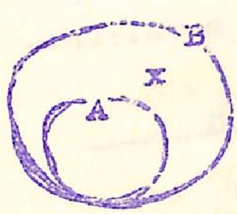
Nome: ______________________________ Data: ____________

1.- Represente por compreensão, por extensão e nos diagramas de Venn, o conjunto constituto pelos elementos: "a,e,i,o,u"

1)-por compreensão: ______________________
2)-por extensão: ______________________
3)-nos diagramas :

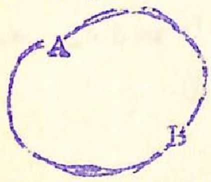
2.- Qual o conjunto verdade?
Sentença aberta: "Ela (a expressão algébrica) é menor que 3."
Conjunto universo: "3+1", "2", "0+1"
Conjunto verdade: ______________________

3.- Enuncie com palavras, por extenso, o significado da seguinte definição: $\boxed{A \subset B \wedge B \neq A \longleftrightarrow (\exists x)(x \in B \wedge x \notin A)}$



____
____
____
____
____

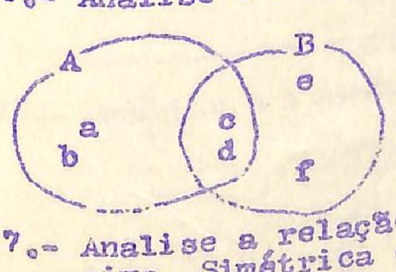
4.- Represente com símbolos matemáticos: "A está contido em B e B está contido em A, isto é, A é igual a B, se e sòmente se não existe x tal que x pertença a A e x não pertença a B."



____

5.- Represente com círculos a relação de inclusão:
Se "$A \supset B \wedge B \supset C \longrightarrow A \supset C$"

6.- Analise e responda "$\in$" ou "$\notin$"



"a" ____ B "c" ____ A

"e" ____ A "c" ____ B

7.- Analise a relação "... igual a ..." quanto às propriedades: Reflexiva, Simétrica e Transitiva.
Reflexiva? ______________________
Simétrica? ______________________
Transitiva? ______________________

8.- Analise a relação de ordem "... maior do que..." quanto às propriedades Reflexiva, Simétrica e Transitiva:

Reflexiva? ______
Simétrica? ______
Transitiva? ______

9.- Analise as propriedades da relação "...equivalente a...":
Observação: "equivalente" significa "mesmo valor que"
Reflexiva? ______
Simétrica? ______
Transitiva? ______

10.- Demonstre a propriedade comutativa de $A \cup B$ se $A = \{a, b, c\}$ $B = \{a, d, e\}$

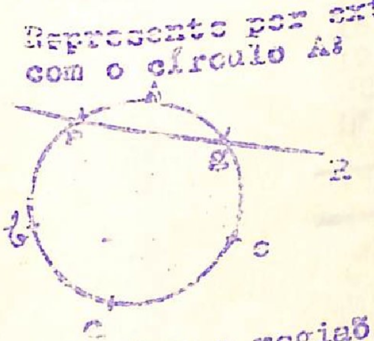
______

______

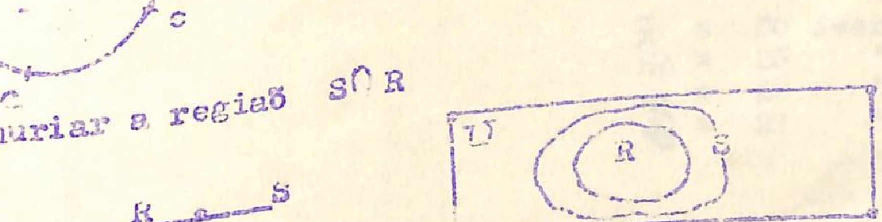
______

______

11.- Represente por extensão e nos diagramas a intersecção da secante R com o círculo A:



12.- Achuriar a região $S \cap R$



13.- Determine o M.M.C. pela intersecção de conjuntos, de 4 e 5:

14.- Escreva com símbolos matemáticos: "Dados 2 conjuntos A e B (subconjuntos de U), diferença de A e B é o conjunto dos elementos de U pertencentes a A e não pertencentes a B"

______

e completar: $\complement_M^N$ = ______

15.- Achuriar a região $\complement_M^N$

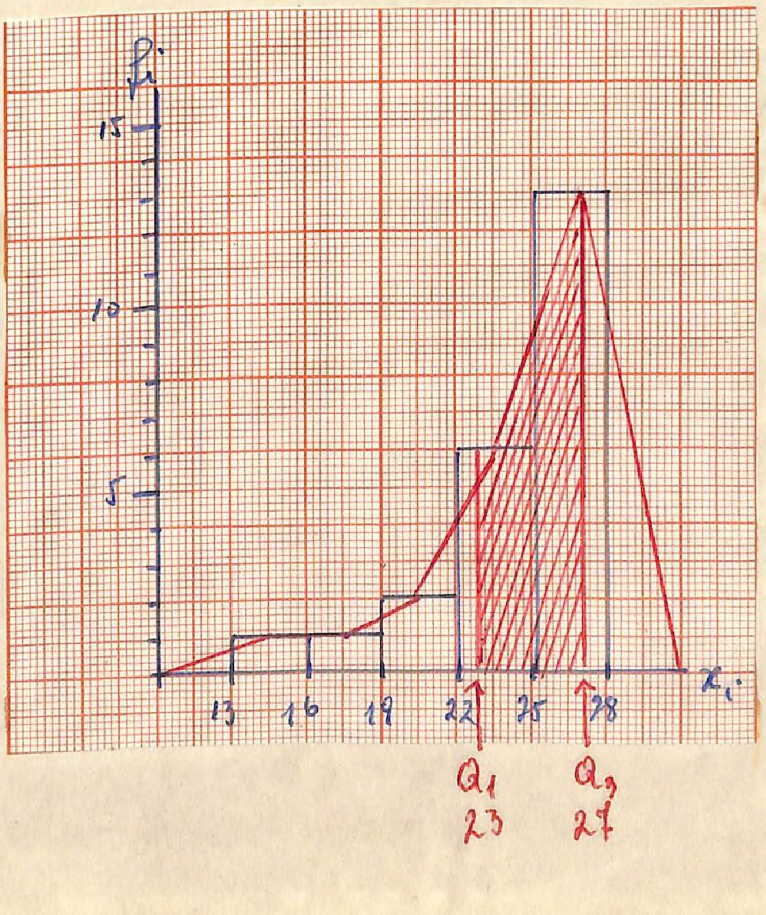
Estudo dos resultados do teste aplicado

17.11.1965

Acertos: 21 19 21 26 13 28 19 24 28 22
22 24 26 27 26 28 28 24 27 28
28 28 26

x_i	f_i	F_i	P_m	$f_i . P_m$
13 — 16	1	1	14,5	14,5
16 — 19	1	2	17,5	17,5
19 — 22	2	4	20,5	41,0
22 — 25	6	1o	23,5	141,0
25 — 28	13	23	26,5	244,5
Total	23			458,5

$\bar{x}$ = 20 acertos
Mo = 25 "
Q_1 = 23 "
Q_3 = 27 "



INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GEN. FLÔRES DA CUNHA
Curso de Formação de Técnicos em Supervisão Escolar

Matemática - Grupo 511

Acertos: ....

Nota: ....

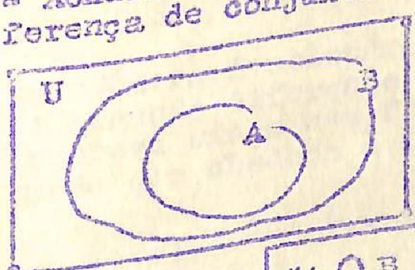
... ...

1.- Jogando com as noções de " $\mathbb{Q}$ " (conjunto dos números racionais), de " $\mathbb{N}$ " (conjunto dos números naturais), de " $\mathbb{Z}$ " (conjunto dos números inteiros) e de " $\mathbb{F}$ " (conjunto dos números fracionários), a- dê exemplo de sub-conjunto por extensão e usando diagramas de Venn:

b- exemplifique: $\ldots \in \ldots$ $\quad \ldots \supset \ldots$ $\quad \ldots \not\supset \ldots$
$\ldots \notin \ldots$ $\quad \ldots \subset \ldots$ $\quad \ldots \not\subset \ldots$

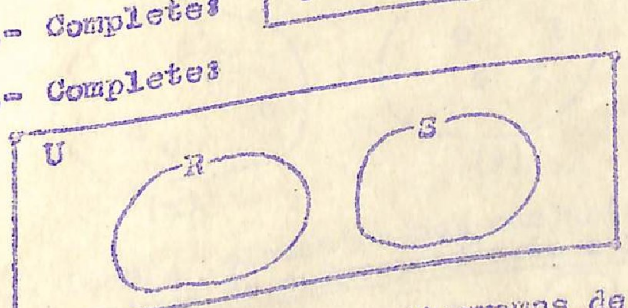
2.- Determine, pela intersecção de conjuntos, o MDC de 20 e 30

3.- Achuriar a região A-B e justificar à luz do conceito de diferença de conjuntos.



4.- Complete: $\boxed{\text{"} A \cap B = \{x;\ x \ldots;\ \ldots \wedge \ldots\ \ldots\}}$

5.- Complete:



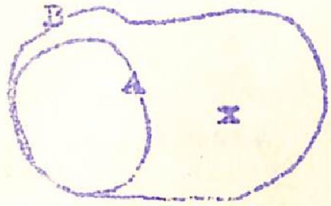
R
S

$R \cap S =$

6.- Exemplifique com diagramas de Venn: $\boxed{\text{"} A \cup B = \{x \in U;\ x \in A \wedge x \in B\} \text{"}}$

7.- Escreva, por extenso, com palavras, a relação de inclusão da figura abaixo, cuja definição matemática é:

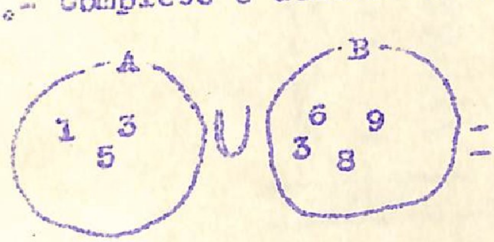
$$\boxed{A \subset B \wedge B \not\subset A \leftrightarrow (\exists\, x)(x \in B \wedge x \notin a)}$$



8.- Analise a relação binária "...menor do que ..." quanto às propriedades SIMÉTRICA, REFLEXIVA e TRANSITIVA. Faça o gráfico das propriedades.

Simétrica? _____
Reflexiva? _____
Transitiva? _____

9.- Complete e demonstre a propriedade comutativa:

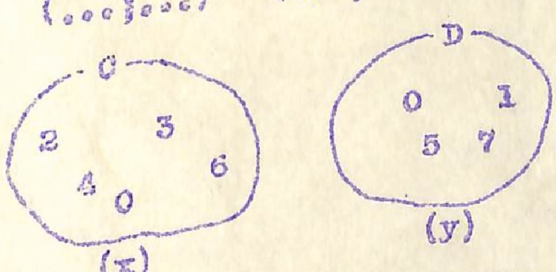


10.- Preencha os claros: Propriedade associativa da intersecção-

Se $(A \cap B) \cap C \to \ldots \cap (\ldots \cap \ldots)$

11.- "Número fracionário é um par ordenado de nºs inteiros com o segundo diferente de zero." Dados os conjuntos abaixo: a- escreva cinco nºs fracionários (frações ordinárias), de tal modo que obedeça à definição: $\boxed{\{(x,y) ; x \in C \wedge y \in D\}}$

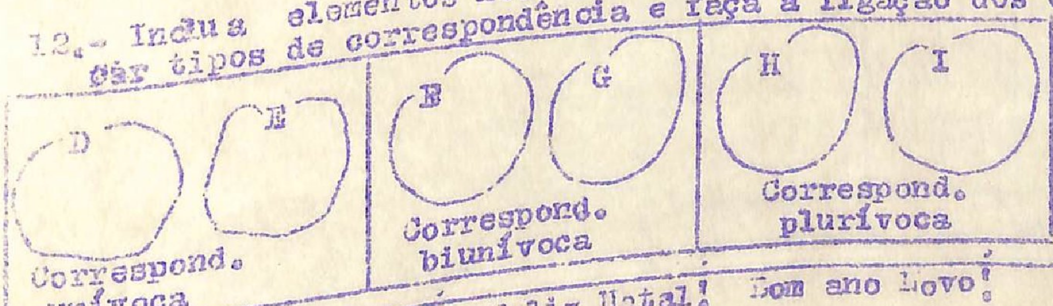
(...;...) (...;...) (...;...) (...;...) (...;...)



b- Qual o nº de pares ordenados possíveis e integrantes do produto cartesiano C x D?

____

12.- Inclua elementos nos conjuntos abaixo de modo a exemplificar tipos de correspondência e faça a ligação dos elementos.



Bons exames! Feliz Natal! Bom ano Novo!
Alegres férias!

Estudo dos resultados da Verificação Final

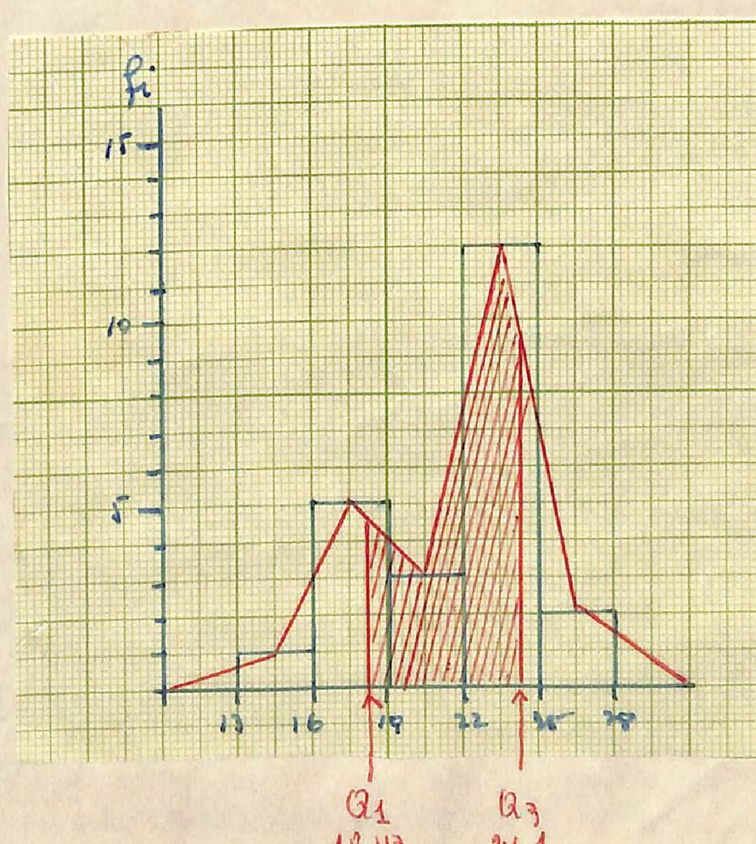
10.12.1965

Acertos: 16 19 18 24 22 23 24 15 21 26
17 22 22 25 22 23 19 24 18 24
24 18 24

Obs.: de um total de 28 acertos.

x_i		f_i	F_i	P_m	$f_i.P_m$
13 – 16	....	1	1	14,5	14,5
16 – 19	....	5	6	17,5	87,5
19 – 22	....	3	9	20,5	61,5
22 – 25	....	12	21	23,5	282,0
25 – 28	....	2	23	26,5	53,0
Total	....	23			501,5

$\bar{x}$ = 21,8 acertos
M_o = 23,2 "
Q_1 = 18,43 "
Q_3 = 24,1 "



Bibliografia

Arquivado em 10/09/81 Westphalen

1.- Sangiorgi, Osvaldo. -- "Matemática, Curso Moderno" -- São Paulo - Editora Nacional - 1964 - V1.

2.- Sangiorgi, Osvaldo. -- "Matemática, Curso Moderno" -- São Paulo - Editora Nacional - 1965 - V2.

3.- Sangiorgi, Osvaldo e outros. -- "Matemática Moderna para o Ensino Secundário". -- São Paulo- Editora Universitária - 1965

4.- Queysanne, M. e Delachet. -- "A Álgebra Moderna." -- São Paulo- Divusão Européia do Livro - 1956

5.- Bunt, Lucas N.H. -- "Introdução ao Curso da Geometria Plana" - Rio - C.B.P.E. - 1963

6.- Caraça, Bento de Jesus -- "Conceitos Fundamentais da Matemática" - Lisboa- Tipografia Matemática- 1951

7.- Baldor, Aurélio -- "Aritmética Teorico Practica" -- 18a. edicion - La Habana - Cultural S.A.-

8.- Felix, Lucienne -- "Mathématique Modernes" -- "Enseignement Elémentaire" -- Paris - Librairie Scientifique Albert Blanchard - 1960

9.- Castrucci, Benedito. -- "Elementos da Teoria dos Conjuntos." São Paulo - G.E.E.M. - 1965

10.- O.E.C.E. -- "Um programa moderno de Matemática para o Curso Secundário." - São Paulo - G.E.E.M.- 1965

11.- Sangiorgi, Osvaldo. -- "Guia para uso dos Professôres". "Matemática Curso Moderno". -- São Paulo- Editora Nacional- 1965

12.- Gattegno, Caleb. -- "Eléments de Mathématiques Modernes, Par les Nombre en Coulers". Suisse. Delachaux & Niestlé- 1960

13.- Costa, N.C.A. -- "Introdução aos Fundamentos da Matemática" -- Pôrto Alegre - Globo - 1962

14.- Pereira, Valdecyr C. de A. -- "Matemática Dinâmica com Números em Côres." - Recife - Curso Araújo de Matemática - 1961

15.- Santos, Elder Gisler dos. -- "Conjuntos e Números"- Pesquisas mimeografadas.-1964

16.- Laboratório de Matemática do Instituto de Educação Gen.

Flôres da Cunha -- "Arquivos"-- Pôrto Alegre- 1963 - 1964

17.- Ribeiro, Antônio. -- "Teoria dos Conjuntos". Aulas mimeografadas. P.Alegre, 1961

18.- Bezerra, M.J. -- "O material didático no ensino da Matemática".- Rio -- MEC- CADES . 1962

19.- Castrucci, B. - Boscolo, A. — "Mat. Curso moderno". — Editora F.T.D. S/A, Vol. I, Rio - 1966.

20.-