INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA"

TRABALHO REALIZADO

SÔBRE OPERAÇÕES

COMPONENTES DO GRUPO:

Vera Walker Christini

Alda Beatriz Rota

Maria Helena Schaan de Quadros

GRUPO: 743

DATA: 30/IX/70

Reorganizado 01/07/81

CONCEITO DE OPERAÇÃO

I. BASE:

Operamos com os números, mas estamos realizando, antes de tudo, uma atividade mental, que é sempre uma ABSTRAÇÃO.

II. CONCEITO:

É uma lei ou regra que permite associar a 2 números / naturais, um terceiro nº natural: o resultado.

III. CARACTERÍSTICA:

As operações são binárias porque, cada vez, atuam c/ dois elementos.

Entre os dados, um é passivo: suporta a ação exercida pelo outro que é ativo.

IV. COMPOSIÇÃO DE UMA OPERAÇÃO:

Os dois números dados chamam-se: TÊRMOS

O terceiro nº que será encontrado, chama-se: RESULTADO

V; DIVISÃO DAS OPERAÇÕES:

Operações diretas são aquelas que conduzem à composição de conjuntos.Ex:Adição e Multiplicação

Operações inversas: são as que decompões conjuntos em / subconjuntos

De acôrdo com esta visão das operações, temos:

a) Adição como operaçao em 1º grau de dificuldade a transpor e a sua inversa, a Subtração, em 2º grau de dificuldade.

b) Multiplicação, baseada na reunião de conjuntos iguais ou equivalentes, pertence ao 1º grau de dificuldade, enquanto que a sua inversa, a Divisão em 2º grau de dificuldade.

O P E R A Ç Õ E S

- <u>DIRETAS</u>
  - 1º grau : ADIÇÃO
  - 2º grau : SUBTRAÇÃO
- <u>INVERSAS</u>
  - 1º grau: MULTIPLICAÇÃO
  - 2º grau : DIVISÃO

ADIÇÃO

Consideremos dois conjuntos A e B, finitos e disjuntos, de modo que:

a- o conjunto A tenha dois elementos e o conjunto B tenha três elementos:

$A = \{\triangle, \bigcirc\}$ $\qquad$ $B = \{a, b, c\}$

b- $A \cap B = \emptyset$, isto é, A e B não têm elementos comuns

Efetuando a reunião de A e B, obtemos:

$A \cup B = \{\triangle, \bigcirc, a, b, c\}$

Considerando o número de elementos de cada um dêsses conjuntos, teremos:

$n(A) = 2$

$n(B) = 3$

$n(A \cup B) = 5$ ou $n(S) = 5$

Ao par ordenado de números inteiros (2,3), associamos o número inteiro 5.

Concluímos que a adição é a operação que segue a seguinte lei:

- associa ao par (2,3), formado pelo número de elementos dos conjuntos dados, o número de elementos do conjunto-reunião, isto é, 5.

Esquemàticamente, temos:

$(2,3) \longrightarrow 5$

$2+3 \longrightarrow 5$

e de modo geral, temos:

$(a,b) \longrightarrow S$

$a+b \longrightarrow S$

onde: a- 2 e 3 ou a e b são têrmos da operação e se chamam parcelas

b- + é o sinal da adição

c- 5 ou S é o resultado da operação, denominado soma

A adição é uma forma de correspondência - faz corresponder a um par de números (parcelas), um terceiro número (soma). A operação de adição consiste em fazer corresponder a cada par de parcelas a sua soma.

Daí, modernamente, usarmos também, a representação:

$$(8,5) \xrightarrow{+} 13$$

Se o par de parcelas é 8 e 5, então, a soma é 13.

A adição é denominada uma operação binária porque, atuando sôbre dois números naturais produz sempre um terceiro número natural (resultado). A adição atua sôbre dois valôres de cada vez; mesmo quando lidamos com várias parcelas, somamos duas, a esta soma adicionamos uma terceira e assim por diante.

PROPRIEDADES ESTRUTURAIS

No conjunto dos números naturais, a adição possui as seguintes propriedades estruturais, que decorrem das propriedades da operação reunião entre conjuntos:

FECHAMENTO

$$2 + 3 = 5$$

De modo geral, temos:

$(a + b) \in N$ para qualquer $a \in N$ e $b \in N$ e diz-se que o conjunto N é fechado para a operação de adição.

Concluímos que a soma de dois números naturais é sempre um número natural.

COMUTATIVA

$$2 + 3 = 5$$
$$3 + 2 = 5$$

De modo geral, temos:

$a + b = b + a$ para qualquer $a \in N$ e $b \in N$ significa que, como a igualdade é simétrica e transitiva, trocando-se a a ordem das parcelas, a soma obtida é sempre a mesma.

Concluíndo, a ordem das parcelas não altera a soma.

ELEMENTO NEUTRO

$$2+0=2 \quad e \quad 0+2=2$$

$$3+0=3 \quad e \quad 0+3=3$$

De modo geral, temos:

$$a+0=0+a=a \text{ para qualquer } a\in N$$

$$b+0=0+b=b \text{ para qualquer } b\in N$$

significando que no conjunto N existe o zero, que é o único número que adicionado a outro, em qualquer ordem, dá para soma êsse outro número.

ASSOCIATIVA E DISSOCIATIVA

A expressão do tipo:

$$2+3+4$$

não tem agora sentido porque definimos adição sòmente para pares de números inteiros. Para operar com pares de números, devemos fazer o seguinte:

$$(2+3)+4=2+(3+4)$$

De modo geral, temos:

$$(a+b)+c=a+(b+c) \text{ para qualquer } a\in N,\ b\in N,\ c\in N$$

Concluímos que a adição de três números naturais é feita associando-se as duas primeiras ou as duas últimas parcelas.
Do mesmo modo, temos:

$$15+20=5+10+20$$

É permitido, então, dissociar um número nas parcelas a cuja soma êle corresponde. É a dissociatividade ou propriedade dissociativa, que é a recíproca da propriedade associativa.

TÁBUA PARA A ADIÇÃO

Costuma-se construir tábuas para as operações, que nada mais são do que a reunião das já conhecidas tabuadas:

+	0	I	2	3	4	5
0	0	I	2	3	4	5
I	I	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6	7
3	3	4	5	6	7	8
4	4	5	6	7	8	9
5	5	6	7	8	9	I0

MULTIPLICAÇÃO

Consideremos dois conjuntos finitos A e B:

$A = \{ a,b,c \}$ onde $n(A) = 3$

$B = \{ x,y \}$ onde $n(B) = 2$

Efetuando o produto cartesiano dêsses conjuntos, obteremos:

$$P = AXB = \{ (a,x),\ (b,x),\ (c,x),\ (a,y),\ (b,y),\ (c,y) \}$$

onde $n(P) = 6$

Consideremos o número de elementos de cada um dêsses conjuntos:

$$\begin{array}{ccc} (A,\ B) & \longrightarrow & P \\ \downarrow\ \ \downarrow & & \\ 3\ \ 2 & \longrightarrow & 6 \end{array}$$

e adote-se a seguinte lei como operação de multiplicação:

- a que associa ao par (3,2), formado pelos números de elementos dos conjuntos dados, o número de elementos do conjunto produto cartesiano, isto é, 6.

Esquemàticamente:

$$(3,2) \longrightarrow 6$$

$$3X2 \longrightarrow 6$$

ou

$$3.2 \longrightarrow 6$$

onde: a- 3 e 2 são os têrmos da operação e se chamam fatôres

b- X ou . são os sinais da multiplicação

c- 6 é o resultado da operação, denominado produto

De modo geral:

$$(a,b) \longrightarrow P$$

$$aXb \longrightarrow P$$

ou

$$a.b \longrightarrow P$$

onde os têrmos a e b são os fatôres e o resultado P, o produto.

A parcela que é repetida chama-se <u>multiplicando</u> e o número de vêzes que ela se repete é dado pelo <u>multiplicador</u>; o resultado é o <u>produto</u>. Vê-se, então, que o multiplicando tem papel passivo e o multiplicador, papel ativo.

- A multiplicação pode ser caracterizada como uma adição de parcelas iguais. É uma "adição" em grau mais elevado.

<u>-A multiplicação é uma operação binária porque, atuando sôbre dois números naturais, produz sempre um terceiro número natural (resultado).</u>

<u>PROPRIEDADES ESTRUTURAIS</u>

<u>FECHAMENTO</u>

$$3 \times 2 = 6$$

De modo geral :

$$(a \times b) \in N \text{ para qualquer } a \in N \text{ e } b \in N$$

<u>Concluímos que o produto de dois números naturais é sempre um número natural.</u>

<u>COMUTATIVA</u>

$$3 \times 2 = 2 \times 3$$

De modo geral:

$$a \times b = b \times a \text{ para qualquer } a \in N \text{ e } b \in N$$

significando que, como a igualdade é simétrica e transitiva, trocando-se a ordem dos fatôres, o produto obtido é sempre o mesmo.

<u>Concluímos que a ordem dos fatôres não altera o produto.</u>

<u>ELEMENTO NEUTRO</u>

$$3 \times I = I \times 3 = 3$$

$$2 \times I = I \times 2 = 2$$

De modo geral:

$$a \times I = I \times a = a \text{ para qualquer } a \in N$$
$$b \times I = I \times b = b \text{ para qualquer } b \in N$$

significando que no conjunto N existe I, que é o único número que, multiplicado por outro, em qualquer ordem, dá para produto êsse outro número.

ASSOCIATIVA

A expressão do tipo:

$$3 \times 2 \times 4$$

não tem agora sentido porque definimos multiplicação sòmente para pares de números inteiros.

Para operar com pares, devemos fazer o seguinte:

$$(3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4)$$

De modo geral:

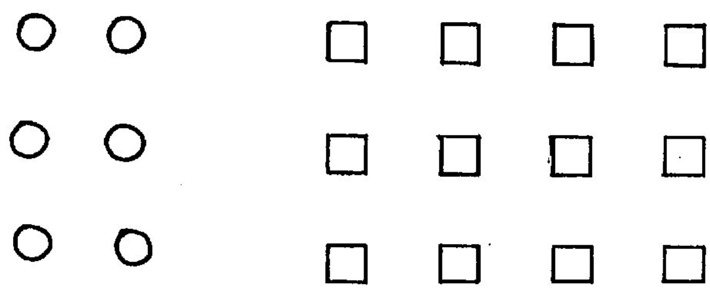
$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \text{ para qualquer } a \in N,\ b \in N,\ c \in N$$

Concluímos que a multiplicação de três números naturais é feita associando-se os dois primeiros ou os dois últimos fatôres.

DISTRIBUTIVA

DISTRIBUTIVA EM RELAÇÃO À ADIÇÃO

Consideremos a figura abaixo, constituída de botões circulares e botões quadrados, dispostos na ordem apresentada a seguir:



O número de botões pode ser calculado de várias maneiras, entre as quais as relacionadas abaixo:

a) Em cada linha temos dois botões circulares e quatro botões quadrados, ou seja, (2+4) botões em cada linha; como são três linhas, tenho um total de botões igual a

$$(2+4) \times 3$$

b) Temos duas colunas com três botões circulares cada, ou seja;

(2×3) botões circulares

quatro colunas com três botões quadrados cada, ou seja:

(4×3) botões quadrados

O número total de botões é, portanto:

$$(2 \times 3) + (4 \times 3)$$

Como nas duas contagens o número de botões é o mesmo, é certo que:

$$(2+4) \times 3 = (2 \times 3) + (4 \times 3)$$

Generalizando:

Quaisquer que sejam a,b,c inteiros, temos:

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Visto a multiplicação ser comutativa, a propriedade distributiva é feita nos dois sentidos, isto é:

$$(b+c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

Tomando outro exemplo, temos:

$4 \times (5+3)$
$=(5+3)+(5+3)+(5+3)+(5+3)$ pela definição de multiplicação
$=(5+5+5+5)+(3+3+3+3)$ pela propriedade associativa da adição
$=(4 \times 5)+(4 \times 3)$ pela definição de multiplicação

Concluímos que para se multiplicar um número por uma soma indicada, pode-se multiplicar o número pelos têrmos da soma e adicionar os produtos obtidos. Isto significa que a multiplicação " se distribui" pelos têrmos de uma adição.

DISTRIBUTIVA EM RELAÇÃO À SUBTRAÇÃO

$$2 \times (4 - I) = (2 \times 4) - (2 \times I)$$
$$(4 - I) \times 2 = (4 \times 2) - (I \times 2)$$

De modo geral:

$$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$
$$(b - c) \times a = (b \times a) - (c \times a)$$

Para se multiplicar um número por uma diferença, pode-se multiplicar o número pelos têrmos da diferença e subtrair os produtos obtidos.

Inversamente não se pode distribuir a adição ou subtração em relação à multiplicação, pois:

$3 + (4 \times 5) = (3 + 4) \times (3 + 5)$ É falso

TÁBUA PARA A MULTIPLICAÇÃO

Com a técnica operatória da multiplicação temos a seguinte tábua:

X	0	I	2	3	4
0	0	0	0	0	0
I	0	I	2	3	4
2	0	2	4	6	8
3	0	3	6	9	I2
4	0	4	8	I2	I6

BIBLIOGRAFIA:

- Matemática para o Ginásio - Lydia Condé Lamparelli e outros
- Matemática - Curso Moderno - Osvaldo Sangiorgi
- Matemática - Curso Liceu

AUTO-AVALIAÇÃO DA REALIZAÇÃO DO TRABALHO SÔBRE AS OPERAÇÕES EM MATEMÁTICA

Inicialmente gostaria de explicar que nosso trabalho foi realizado em grupo: combinamos estudar as quatro operações e escolher uma parte do estudo para ser aprofundada e elaborada por cada participante do grupo. Optamos por esta forma de trabalho porque mais se ajustou as nossas diferenças de horários e compromissos. Tivemos como objetivo commum: guardar a unidade do trabalho.

Escolhi as operações de "adição" e "multiplicação" para desenvolver o estudo. Não encontrei difèculdades porque já havia debatido o tema no ano passado, quando preparava o trabalho de meus alunos do curso Primário.

Como nova descoberta, destacarei a impossibilidade de operar com expressões de três parcelas ou fatôres, face ao atual conceito de adição e multiplicação, que se baseia em pares de números inteiros, isto é, a necessidade de aplicação da propriedade associativa.

Consultei todos os livros indicados (conforme bibliografia anexa ao trabalho), com excessão do autor francês Papi, pois encontraria dificuldades na tradução para o português.

A medida que lia os livros de Matemática, fazia anotações dos ítens mais importantes de cada livro. O trabalho é , portanto, a compilação de várias consultas , onde destacava os ítens mais interessantes ou os que completavam os anteriormente apontados.

Gostei do trabalho porque nos levou a consultar vários livros, debater e organizar idéias, reformulando conceitos matemáticos.

Pôrto Alegre, 30 de novembro de 1970

Vera Walker Christini

Vera Walker Christini

Muito bom trabalho

Nível A

Arquivado em 8/09/81

S U B T R A Ç Ã O

Conceito:

Considerando-se dois números naturais, 6 e 4 , a operação que permite encontrar um terceiro número natural que somado ao segundo, dê como resultado o primeiro, é denominada subtração.

Ou:

Subtração é a operação que faz corresponder a um par ordenado de números inteiros, com o primeiro $\geq$ ao segundo, a diferença entre o primeiro elemento e o segundo.

Portanto, considerando-se o par (x , y) sabemos que z é a diferença porque

$$z + y = x$$

Se x é minuendo e y subtraendo, decorre a relação fundamental:

subtraendo + diferença = minuendo

A indicação da subtração é feita pelo sinal – (menos).

Nomenclatura:

Minuendo e subtraendo são designados os têrmos com que operamos na subtração. Podem ser também chamados de aditivo e subtrativo respectivamente.

O resultado da operação subtração é sempre uma diferença. A situação em que êste resultado estiver envolvido e que autoriza a batizá-lo de resto, falta, excesso ou diferença.

A subtração é uma operação binária. Ela atua com dois têrmos de cada vez. O minuendo sofre a ação que existe em subtrair. O subtraendo age e o minuendo suporta a ação. Pode-se dizer então que o minuendo tem papel passivo e o subtraendo papel ativo.

Possibilidades:

Na subtração, entendida como a inversa da adição teremos um minuendo que fôra soma, e, portanto êsse minuendo não poderá ser menor do que o subtraendo. Nêste caso as subtrações serão sempre possíveis.

Mas ocorrem situações como:

$\square - \triangle$ onde,

$\square$ e $\triangle$ guardam o lugar de qualquer número natural. Para que esta subtração se realize é necessário que:

$$\square \geq \triangle$$

Suponhamos então que:

$\square - \triangle = C$ e que a subtração é possível. Podemos então chegar ao valor C na operação-

1º- Se $\square = \triangle$ teremos $C = 0$

Utilizando os números naturais:

$8 = 8$, então $8-8 = 0$

2º- Se $\square = 15$

$\triangle = 10$, teremos $C = 5$.

Se conservarmos $\triangle = 10$ e alterarmos $\square$ para 16, 17, 18, 19, 20, veremos que C aumentará de valor conforme o valor de $\square$ aumenta. E se diminuirmos o valor de $\square$ o valor de C também diminuirá. O valor da diferença varia diretamente com o valor do minuendo.

Mas se tivermos

$\square - \triangle = C$ e

$\square = 25$

$\triangle = 10$, conservando-se o valor de $\square$ e aumentando o valor de $\triangle$, observa-se que à medida que $\triangle$ aumenta o valor , o valor de C diminui. Do mesmo modo quando $\triangle$ diminui de valor, C aumenta de valor.

Concluímos: O valor da diferença varia inversamente com o valor do subtraendo.

Aplicação do símbolo da equivalência entre a adição e sua inversa, a subtração.

Símbolo da equivalência: $\Longleftrightarrow$

$8 - 3 = 5$

$8 - 3 = 5 \Longleftrightarrow 5 + 3 = 8$,

onde $\Longleftrightarrow$ indica a equivalência entre as igualdades. Pode-se então escrever:

minuendo − subtraendo = diferença $\Longleftrightarrow$ diferença + subtraendo = minuendo.

A equivalência permite calcular qualquer um dos têrmos de u ma subtração usando a adição correspondente:

$$\square + \triangle = \star \iff \begin{cases} \square = \star - \triangle \\ \triangle = \star - \square \end{cases}$$

Propriedades

Observemos a tábua de subtrair:

Subtraendo

—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	1	0	.	.	.	.	.	.	.	.
2	2	1	0	.	.	.	.	.	.	.
3	3	2	1	0	.	.	.	.	.	.
4	4	3	2	1	0	.	.	.	.	.
5	5	4	3	2	1	0	.	.	.	.
6	6	5	4	3	2	1	0	.	.	.
7	7	6	5	4	3	2	1	0	.	.
8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	.
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Minuendo

Vamos verificar se a subtração é comutativa.

A subtração não é comutativa porque

$6 - 2 = 4$ mas

$2 - 6$ não é possível no conjunto dos naturais. Na subtra - ção a ordem dos têrmos interessa para a operação.

Verificaremos agora a associatividade-

$25 - 10 - 5$, vejamos ,

$(25 - 10) - 5$ ou

$25 - (10 - 5)$ e teremos,

$15 - 5 = 10$ e

$25 - 5 = 20$ verificamos que,

$(15 - 5) \iff (25 - 5)$

Não sendo associativa, não será também dessociativa.

Propriedade do elemento neutro.

O elemento zero não altera o valor do minuendo.

$14 - 0 = 14$

Considerando a inexistência da propriedade comutativa não poderemos ter, $0 - 14$. O elemento neutro por sua definição exigiria esta situação. Assim :

$14 - \triangle = \triangle - 14 = 14$

Não há valor para $\triangle$ no conjunto dos natuais, portanto a subtração não goza da propriedade de elemento neutro.

A condição de anulamento que é a diferença igual a zero é satisfeita com o minuendo = subtraendo:

$\triangle - \triangle = 0$

Propriedade de fechamento.

Nem tôda a subtração é possível no campo dos números naturais. Não podemos subtrair dois números naturais quaisquer, em qualquer ordem:

$5 - 3 = 2$ mas,

$3 - 5 =$ não encontra resultado no conjunto dos naturais.

Para o conjunto dos naturais ser fechado em relação à subtração exigiria

$x \in Nn \wedge y \in Nn \Longrightarrow (x - y) \in Nn$

Concluímos então que, dados dois números naturais, x e y, se $(x - y)$ fôr possível então o resultado é um número natural.

ASSOCIAÇÃO DE ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES.

1. Propriedade fundamental da diferença de dois números.

Somando ou subtraindo um mesmo número aos têrmos de uma subtração, a diferença não se altera

$8 - 5 = 3$

$(8 + 4) - (5 + 4) = 3$

De um modo geral; se

$a - b = d$, com $a \geqslant b$, então

$(a + c) - (b + c) = a - b$

$(a - c) - (b - c) = a - b$ (com $a \geqslant c$ e $b \geqslant c$)

2. Subtração de uma soma indicada.

Para subtrair de um número uma soma indicada de diversos nú ros, é suficiente subtrair sucessivamente cada um dos têrmos de sôma. O resultado será o mesmo da subtração do número pela soma indicada.

Assim:

$$40 - (2 + 3 + 5) = 40 - 2 - 3 - 5$$

De um modo geral:

$$a - (b + c + d) = a - b - c - d$$

Faltou fundamentar na complementação de conjunto. B

B I B L I O G R A F I A :

Matemática - Ed. Liceu
Matemática - Curso Moderno - Castrucci
Matemática - para o ginásio - Edart
Matemática - Curso Moderno - Sangiorgi

Avaliação

Antes de iniciar o trabalho reuni a bibliografia fornecida pela professôra e outros livros de matemática. Procurei ter uma visão geral do conteúdo que me propunha desenvolver.
A partir desta consulta inicial, comecei a elaborar o trabalho, baseada em várias obras.
O assunto pareceu-me acessível e de fácil compreensão.

A subtração se tornou mais significativa porque compreendi sua fundamentação e propriedades. Muitas vêzes nós operamos e não nos ocorre o "porquê" dos processos matemáticos. Com êste trabalho, esta parte ficou bem clara e foi fácil chegar à fundamentação e propriedades das demais operações.
A matemática, assim, não é difícil, nem tão misteriosa!

Isto é o que posso dizer do trabalho.

No momento em que, em grupo, discutimos a tarefa e relacionamos os conteúdos, verificamos ter atingido uma visão clara e significativa das operações que estudamos.

Alda Beatriz Rotz

Arquivado em 8/9/81

I. NOME: D̲ I̲ V̲ I̲ S̲ Ã̲ O̲

II. UNIVERSO: N= {0, 1, 2, 3, 4 ...}

III. CARACTERIZAÇÃO:

Operação de 2º grau, inversa da multiplicação, porque decompõe conjuntos.

<u>Binária</u> porque envolve, de cada vez, um operando (passivo) e um operador (ativo). Faz corresponder a um par de valôres dado, um terceiro valor: o resultado.

IV. CONCEITO:

A operação DIVISÃO faz corresponder ao par de números naturais (a,b), com <u>a</u> múltiplo de <u>b</u> e <u>b</u> diferente de zero, um nº natural <u>q</u>.

a chama-se dividendo

b chama-se divisor

q chama-se quociente

Indicação: $a:b = q$

Exemplo: Seja o par ordenado $(12,4) \in N$

Existe $q \in N$ que associado a (12,4) tal que $q \times 4=12$?

Sim: $q=3$ pois $3 \times 4 = 12$

Indicação: $12 : 4 = 3$

As sentenças $\boxed{q \times 4 = 12}$ e $\boxed{12 : 4 = q}$ significam a mesma coisa. Dar uma delas é o mesmo que dar a outra.

V. SIMBOLISMO:

$a : b = q \qquad q \times b = a$

$(a, b) \overset{:}{\longrightarrow} c$

VI. SINAL:

: ÷ - ou /

VII; TÊRMOS: (dados)

- dividendo
- divisor

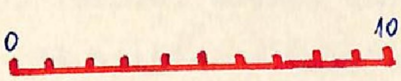
VIII. RESULTADO:

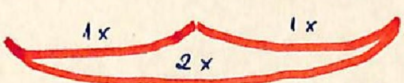
- quociente

IX . DIVISÃO PARTITIVA E DIVISÃO - MEDIDA:

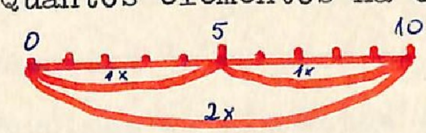
Sendo a divisão baseada na separação de um conjunto dado em conjuntos equivalentes, apresenta dois aspectos, a saber:

a) Determinar o nº de elementos de cada um dos subconjuntos equivalentes que serão formados: Divisão partitiva.

Dividendo: 

Divisor: 

Quociente: Quantos elementos há em cada um dos subconjuntos?



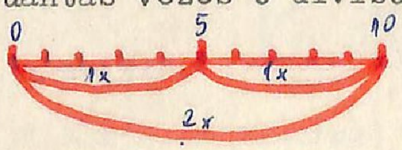
Problema: Deseja-se distribuir, igualmente, 15 maçãs a 3 pessoas. Quantas maçãs receberá cada pessoa?

b) Determinar quantos são os subconjuntos equivalentes em que um conjunto dado será medido: Divisão- medida.

Dividendo: 

Divisor: 

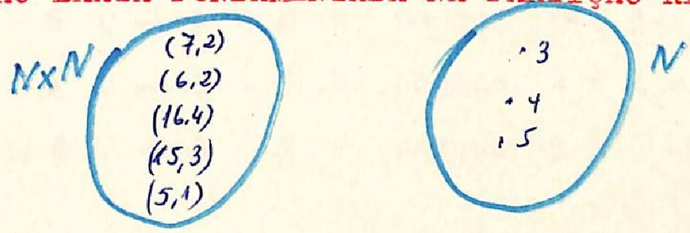
Quociente: Quantas vêzes o divisor cabe no dividendo?



Problema: Deseja-se distribuir, entre algumas pessoas, 15 maçãs.

Quantas são as pessoas?

X. DIVISÃO EXATA FUNDAMENTADA NA PARTIÇÃO REGULAR:



Temos: o Produto Cartesiano NxN e o conjunto N

os pares ordenados (a,b) e b$\neq$ 0

e a lei: Divisão

Tomamos qualquer um dos pares ordenados de NxN, por e xemplo, o per ordenado (7,2).

Verificamos que não existe nº N que associado a (7,2) satisfaça à lei: q.7 = 2, porque nenhum nº natural multiplicado por 2 é igual a 7.

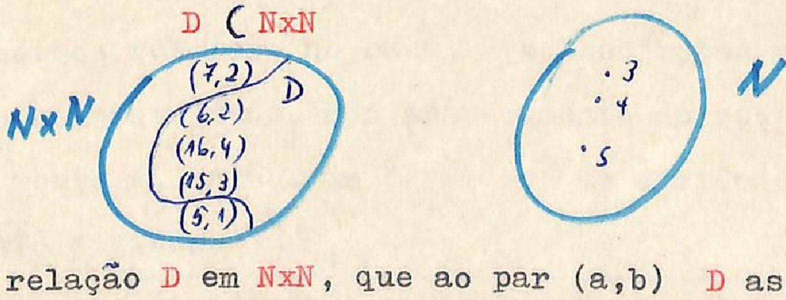
Concluimos, então, que:

- Só existe q$\in$ N, tal que q.b = a, se a fôr múltiplo de b.

Consideramos, então, no Produto Cartesiano NxN sòmente os pares ordenados (a,b) para os quais b$\neq$ 0 e a múltiplo de b.

Reunimos os elementos (6,2), (16,4),(15,3) formando um subconjunto de NxN, que chamaremos D.

D $\subset$ NxN



A relação D em NxN, que ao par (a,b) D associa o nº q N, tal que q.b = a é uma APLICAÇÃO.

$\boxed{(a,b) \in D \rightarrow q \in N \; / \; q.b = a}$

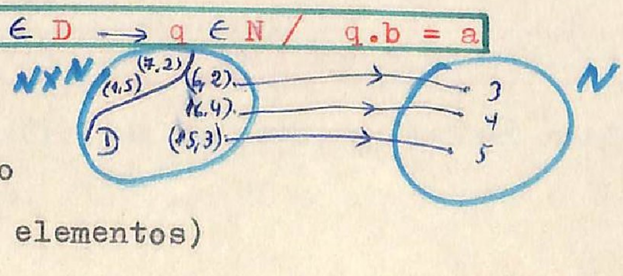


Diagrama da Relação

(sòmenta pº alguns elementos)

E finalmente, temos:

- os pares mencionados pertencentes a NxN estão associados a elementos de N (resultados) pela divisão, ou seja:

$(6,3) \in D \longrightarrow 2 \in N$ porque $2 \times 3 = 6$

$(16,4) \in D \longrightarrow 4 \in N$ porque $4 \times 4 = 16$

$(15,3) \in D \longrightarrow 5 \in N$ porque $5 \times 3 = 15$

Assim, podemos afirmar:

A OPERAÇÃO DE <u>DIVISÃO</u> É A APLICAÇÃO QUE A CADA PAR ORDENADO $(a,b) \in D$ ASSOCIA $q \in N$, DE TAL MANEIRA QUE $q.b=a$;

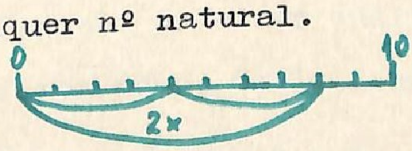
D É O SUBCONJUNTO DE NxN DOS PARES (a,b) , PARA OS QUAIS $b \neq 0$ E $q.b= a$.

$$(a,b) \longrightarrow q$$

XI. DIVISÃO INEXATA:

A divisão inexata é um nôvo aspecto e surge da extensão de sua própria idéia, isto é se dividimos qualquer nº natural por qualquer nº natural.

10:4=



Podemos retirar, no caso, 2 subconjuntos mas restam 2 elementos no conjunto dado. É o aparecimento do <u>resto</u> na divisão.

O <u>resto</u> é, então, um "resíduo" do dividendo que não é divisível pelo divisor.

Assim: $\boxed{\text{dividendo : divisor = quociente} \quad \text{resto}}$

Generalizando:

$\boxed{\text{dividendo = quociente x divisor} \quad \text{resto}}$

Se o resto fôr igual a zero, a divisão será exata e inversa da multiplicação.

XII. IMPOSSIBILIDADES NA DIVISÃO:

Temos que : $\frac{a}{b} = q \qquad q \times b = a$

Examinemos o <u>zero</u> na divisão:

a) ZERO COMO DIVIDENDO:

$$\frac{0}{b} = q \qquad b \neq 0$$

O resultado é: ZERO

Porque: é o que satisfaz à sentença : $b \times q = 0$, sendo $b \neq 0$.

$\frac{0}{b} = 0 \qquad 0 \times b = 0$ (condição de anulamento da multiplicação)

Ex: $\frac{0}{4} = 0 \qquad 0 \times 4 = 0$

b) ZERO NO DIVIDENDO E NO DIVISOR:

$$\frac{0}{0} = q \qquad q \times 0 = 0$$

O resultado é: INDETERMINADO

Porque: pode ser qualquer nº pois sabemos que a presença de um fator nulo, anula o produto.

$\frac{0}{0} = 0 \qquad 0 \times 0 = 0$

$\frac{0}{0} = 1, 2, \ldots \qquad 1 \times 0 = 0, 2 \times 0 = 0 \ldots$

c) ZERO COMO DIVISOR:

$$\frac{a}{0} = q \qquad a \neq 0$$

O resultado é : IMPOSSÍVEL

Porque: não há valor, diferente de zero, que multiplicado por zero dê um valor diferente de zero.

$\frac{2}{0} = ? \qquad ? \times 0 = 2$

Conclusão:

Zero como divisor conduz a : INDETERMINAÇÃO

ou : IMPOSSIBILIDADE

XIII; TÁBUA DA DIVISÃO:

:	0	1	2	3	4	5	6	7
0	?	0	0	0	0	0	0	0
1	?	1	?	?	?	?	?	?
2	?	2	1	?	?	?	?	?
3	?	3	?	1	?	?	?	?
4	?	4	2	?	1	?	?	?
5	?	5	?	?	?	1	?	?
6	?	6	3	2	?	?	1	?
7	?	7	?	?	?	?	?	1

? - não existe o quociente

XIV. PROPRIEDADES:

FECHAMENTO:

Não há fechamento do conjunto dos Naturais em relação à divisão, pois exigiria: a $\in$ N, b $\in$ N, $\exists$(a:b) $\in$ N, para quaisquer valôres de a e b. Isto não se verifica, sempre, como constatamos na tábua da divisão.

COMUTATIVA:

Não está presente na divisão, pois: 9:1 $\neq$ 1:9

Então: $\nexists$ $\forall$ (a,b) $\in$ NxN, (a:b) = (b:a)

ASSOCIATIVA:

A divisão não é associativa porque:

$a : b : c$

$(a : b) : c \neq a : (b : c)$

Ex: $8 : 2 : 2$

$(8 : 2) : 2 \neq 8 : (2 : 2)$

$4 : 2 \neq 8 : 1$

$2 \neq 8$

DISSOCIATIVA:

Não sendo associativa, também não é dissociativa.

DISTRIBUTIVA:

A divisão é distributiva com relação à adição e à subtração - à direita- se estas operações apresentam têrmos divisíveis pelo divisor:

Ex: $(18 + 21) : 3 = 39 : 3 = \underline{13}$

$(18 : 3) + (21 : 3) = 6 + 7 = \underline{13}$

$(10 - 8) : 2 = 2 : 2 = 1$

$(10 : 2) - (8 : 2) = 5 - 4 = 1$

ELEMENTO NEUTRO:

Não existe elemento que associado a outro, pela divisão, tenha como resultado êsse outro.

Ex: $6 : 1 = 6$

$6 : 6 = 1$

$0 : 4 = 0$

ELEMENTO ABSORVENTE:

Não existe, sempre, elemento que associado a outro, pela divisão, tenha como resultado êle mesmo.

Ex: $9 : 1 = 9$

$7 : 1 = 7$

7

Contra-exemplo: $0 \div 1 = ?$

XV. PRINCÍPIOS DA DIVISÃO:

1º) QUOCIENTE varia diretamente com o dividendo:

a) Dividendo é zero, quociente é zero:

$a = 0 \quad q = 0$

$0 : 5 = 0$

$0 : 1 = 0$

b) Dividendo aumenta, quociente aumenta:

$a : b = q$

$$\times 3 \quad \begin{array}{l} 15 : 5 = 3 \\ 45 : 5 = 9 \end{array} \quad \times 3$$

c) Dividendo diminui, quociente diminui:

$$:2 \quad \begin{array}{l} 64 : 4 = 16 \\ 32 : 4 = 8 \end{array} \quad :2$$

d) Dividendo e divisor iguais entre si: quociente= 1

$100 : 100 = 1$

$2 : 2 = 1$

2º) QUOCIENTE varia inversamente com o divisor:

a) aumentando o divisor, quociente diminui:

$$\begin{array}{l} 48 : 12 = 4 \\ \quad\ \ \times 2 \qquad\quad :2 \\ 48 : 24 = 2 \end{array}$$

b) diminuindo o divisor, quociente aumenta:

$$\begin{array}{l} 80 : 40 = 2 \\ \quad\ \ :10 \qquad\quad \times 10 \\ 80 : 4 = 20 \end{array}$$

XVI. BIBLIOGRAFIA:

MATEMÁTICA I - Curso Liceu

Cap: 6 -- Ítens: V e VI E I

10 -- Ítens: IV

MATEMÁTICA - Curso Moderno- Vol. I - Osvaldo Sangiorgi

Cap: 2 -- Ítens: 1, 19 a 22.

MATEMÁTICA PARA O GINÁSIO I - Lýdia Lamparelli e outros

Cap: -- Ítens:

MATEMÁTICA Pº ESCOLA MODERNA - 1º série - Scipione Di Piero Neto

Cap: III

.-.

Maria Helena Schaan de Quadros

Não ficou fundamentada partição regular. Sôbre êsse título está, isso sim, o conceito de divisão como aplicação de $D \subset N \times N$ sôbre N.

Nível B

APRECIAÇÃO INDIVIDUAL

Inicialmente, devo dizer que distribuimos as tarefas no grupo, cabendo a cada uma das participantes uma parte do trabalho, em virtude da impossibilidade de encontros entre nós.

Coube a mim realizar o trabalho sôbre: Conceito de operação e Divisão.

Quanto ao trabalho, pròpriamente dito, comecei consultando as fontes indicadas e me dediquei, em cada uma, a compreender e analisar o enfoque que cada um dos autores desenvolveu em seu trabalho.

Tive a oportunidade de enriquecer meus conhecimentos / sôbre a divisão e, realmente, tive a oportunidade de me dedicar à sua fundamentação, encontrando aspectos no trabalho, novos para mim, como seu conceito dentro da partição regular / do conjunto e suas propriedades.

Sinto que êste esfôrço em estudar em tôdas as fontes e em cada uma, me proporcionou um embasamento profícuo para o estudo das outras operações e, também, para o meu trabalho profissional.

Apresento, pois, o meu trabalho como uma reunião de / tudo o que lí, estudei e concluí, tendo tentado realizar o melhor.

Aprovado em 8/3/81

Maria Helena Schaan de Quadros

Maria Helena Schaan de Quadros