

Qualquer pessoa que se dedique ao assunto "Problemas" verificará imediatamente, em grande número de autores, a tendência / para tratá-lo apenas como "maneiras mais práticas de resolução" / ou "como resolver tal tipo de problema" ou ainda "como levar a criança a tal tipo ideal de solução".

Isso, porém, não satisfaz uma tonada de posição que leve / em consideração a psicologia infantil, já que não são respeitadas as diferenças individuais; não satisfaz também as exigências da Didática, já que a criança não é levada a comparar diversas soluções e a escolher por si, a melhor; não satisfaz, enfim, os fundamentos de uma educação com base na filosofia de vida que adotamos.

Será necessário, para que haja esta satisfação, um respeito e uma observância totais dos fundamentos da educação, bem como / um conhecimento maior do assunto que deu título a este trabalho, ou seja, o início; parte integrante e encerramento dentro do assunto "problemas".

O pensamento relacional é uma potencialidade do educando / que, uma vez desenvolvida, poderá levar a uma constante aprendizagem verdadeira, através da compreensão, da vivência, da experiência, da valorização dos aspectos novos e não da repetição mecânica e despida de significado.

É inestimável o valor da oportunidade de realização que se dá ao educando, pois a personalidade de cada um possui características próprias que podem revelar-se pela criação, oferecendo a seu possuidor ocasião de realizar-se plenamente.

Um trabalho didático que leve em consideração o pensamento relacional nos diferentes graus em que ele pode existir em cada um, seria grandemente beneficiado por essa oportunidade de criação dada ao educando.

Murseell considera o pensamento relacional como a linha mestra do desenvolvimento mental e demonstra ser ele parte integrante da vida humana, em todos os setores, começando desde muito cedo a manifestar-se.

Desde o momento em que a criança, pequenina ainda, começa a perceber que uma coisa ou coleção é maior que outra, temos as / primeiras manifestações do pensamento relacional.

Mais tarde, verá que um objeto está após outro, que algo é o terceiro a partir do fim ou do começo, que  $1/2$  é igual a  $2/4$ , que a linha reta é o caminho mais curto entre dois pontos, numa constante compreensão de relações. Isso, se uma direção mal feita da aprendizagem da Matemática não sufocar suas aptidões naturais e, encarcerando-a na rotina sem significação, acabar por / conduzi-la para a aversão e a não aprendizagem.

Ilustram muito bem os sentimentos de muitos, ante a imposição de determinadas soluções, os pensamentos de G. Polya, grande matemático húngaro, professor da Universidade de Stanford, nos EE.UU., quando ainda era estudante, transcritos no livro "The / Teaching of Mathematics", de Raleigh Scherling:

"Sim, a solução parece ir adiante, parece ser correta, mas como é possível inventar tal solução? Sim, esta experiência está certa, isso parece ser um fato, mas como se podem descobrir tais fatos? E como posso inventar e descobrir tais coisas por mim mesmo?" Esses pensamentos do então jovem estudante podem muito bem ter sido o germen do futuro grande matemático, pois constituíam um desejo, uma necessidade, um interesse na resolução de algo em que certamente foi empenhada toda uma personalidade. O resultado

teria de ser uma real e efetiva aprendizagem.

A Matemática é a disciplina do currículo em que os valores da personalidade são importantes. Não se pode ~~outra disciplina~~ ~~em~~ nenhum dos aspectos do processo educativo, mas principalmente em Matemática. Sendo o pensamento relacional e seu desenvolvimento algo que envolve toda a personalidade, está ele enquadrado dentro das exigências da Psicologia da educação.

"O comportamento relacional é básico para a natureza humana. É um dos caminhos normais que os homens seguem para a resolução de seus problemas, é, em si mesmo, um processo de esclarecimento através do qual a pessoa se torna mais capaz de conduzir-se na vida e enfrentar seus desafios", diz Mursell.

A evolução do pensamento relacional é contínua e o comportamento pré-numérico do tipo relacional manifesta-se cedo.

O problema da Escola Primária é possuir um direção de aprendizagem tal que se constitua na continuação desse comportamento dentro de uma sistematização e de um desenvolvimento progressivo.

Estará realizando isso quando, por exemplo, considerando as fases da contagem, procurar proporcionar à criança oportunidade para que ela chegue à conclusão de que números não são nomes para coisas.

Há, igualmente uma relação de progressão e de significação quando a criança vai da contagem para as operações.

É esta, também, a razão que orienta a direção de aprendizagem para a adição antes da subtração, pois a criança está habituada a "contar para diante", isto é, em direção aos números mais altos.

As operações, naturalmente, envolvem um nível mais alto da integração, principalmente no trabalho com coleções.

Assim, somar poderia ser definido como juntar coleções, subtrair, como tirar coleções de coleções com qualquer número.

A importância do pensamento relacional, dentro do capítulo "Problemas", é enorme. Brueckner e Grossnickle, em seu livro "Making Arithmetic Meaningful", afirmam que "a aprendizagem, num programa que dá ênfase à compreensão, à significação, é grandemente baseada na resolução de problemas".

Diante disso é fácil compreender que a Direção de Aprendizagem da Matemática, dentro do assunto "Problemas", vai exigir do professor bastante desenvolvimento do próprio pensamento relacional.

Um capítulo do livro "Building Mathematical Concepts" de Peter Spencer e Marguerite Brydegard evidencia um ponto fundamental desta direção da aprendizagem com uma história bastante interessante: "Conta-se a história de um professor que estava perdido do num território montanhoso e que tentou encontrar um caminho para algum lugar habitado, mas sem resultado, finalmente, encontrou um nativo, que não era muito brilhante, mas ao menos parecia saber onde ia. Quando o professor pediu auxílio, ocorreu a seguinte conversação:

"Desculpe-me, amigo, mas parece que estou perdido. Poderia você dizer-me como chegar a Jayville?"

"Não, senhor. Eu nunca estive interessado em Jayville."

"Bem, onde leva este caminho que sigo agora?"

"Não posso dizer. Eu nunca me interessei por ele."

"Ben, que caminho poderia eu seguir para chegar a Smith's Place?"

"Não conheço nenhum Smith's Place".

Desta vez, o professor ficou aborrecido e, exasperado, exclamou:

"Diga, você não sabe muito? Sabe?"

"Não. Eu não calculo bem, mas não estou perdido".

Nessa história vemos duas atitudes diferentes: a do professor, que vivia o problema e a do indígena, para quem não havia / problema algum. O que constitui um problema para uma pessoa não / é necessariamente problema para outra. A direção de aprendizagem não pode ignorar isto.

No capítulo do mesmo livro intitulado "Desenvolvimento de / idéias concernentes às relações matemáticas" (pág. 299), os auto-  
res dizem: - "O processo de sentir, descobrir, experimentar, es-  
tabelecer, aplicar e testar as relações matemáticas básicas é um  
muito significanté tipo de resolução de problemas".

Isso se opõe à utilização constante do livro-texto como ori-  
entador da aprendizagem, chegando mesmo a quase eliminá-lo. Mur-  
sell apresenta como desvantagens da utilização do livro-texto o  
seguinte:

- a) conteúdo artificial
- b) verbalismo exagerado
- c) dados não reais
- d) exercícios tipo enigma
- e) não condução à lógica

São numerosas as críticas de diversos autores a esse mesmo /  
aspecto, os levantamentos das diferentes deficiências da Direção  
da Aprendizagem, alén das coleções infundáveis de sugestões prá-  
ticas propostas para solucionar o problema. Tudo isso tem gran-  
de valor como parte de um estudo, mas não como sua totalidade. /  
Marsell pensa e declara que não chegou a uma solução definitiva /  
porque esses processos e conselhos só tratam dos sistemas, sem //  
chegar a procurar suas causas e compreender algo para eliminá-las.  
Julga que o pensamento relacional, presente na vida, deveria en-  
contrar, na escola, oportunidade de desenvolvimento.

No que se refere às situações surgidas em relação com a capa-  
cidade do educando nesse determinado momento, sugere uma gradação  
de dificuldades de um significado válido até certo momento, mas /  
incompleto e permitindo uma progressiva transformação, extensão, /  
profundidade e esclarecimento. É o caso da multiplicação aprendi-  
da, inicialmente, como adição de parcelas iguais, ou fatos duplos  
para mais tarde ser compreendida através da proporção que realmen-  
te a define:

Multiplicar é relacionar o multiplicador com a unidade pondá  
também em proporção o produto com o multiplicando. Assim, em  $4 \times 5 =$   
 $= 20$ , temos:  $5/1 :: 20/4$

Outra importante conclusão de Marsell é a de que "se a solução  
dos problemas é vista assim, como ataque com reflexão sobre algu-  
mas características do conteúdo relacional de uma situação de vi-  
da, cessa de ser um aspecto especial e torna-se o processo princi-  
pal do ensino da Matemática."

Isso é uma inversão da ordem convencional, na qual o estudo /  
direto e muitas vezes rotineiro dos tópicos, os exercícios de téc-  
nicas matemáticas, são a matéria prima, e o trabalho referente à  
problemas transforma-se em solução de verdadeiros enigmas.

Para que isso não continue a suceder em nossas escolas, é ne-  
cessário que se faça um trabalho de Direção de Aprendizagem tendo  
em vista todos os fatores que interferem numa educação como a com-  
preendemos.

MÉTODO HEURÍSTICO

Bety Coiro Dias

LIVRO: Enseñanza de la Matemática

EDITORIA: Editorial Kapelusz

BIBLIOTECA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

AUTOR: Fausto S. Toranzos

CAPÍTULO VIII: Sobre la Conducción del Método Heurístico

PÁGINA: 137 a 147

Obra pertencente à Biblioteca do Laboratório de Matemática do I.E.

G. Polya, eminente matemático húngaro, atualmente professor nos EE. UU., escreveu em inglês um notável livro "How to solve / it" - Como resolvê-lo - no qual trata do problema da aprendizagem heurística da Matemática.

Para Polya, o método heurístico constitui o verdadeiro método de direção de aprendizagem da Matemática.

Seu livro está apresentado sob forma muito original, em 3 / capítulos: - 1º - 31 páginas - "En la classe"; 2º - 4 páginas - diálogo sobre o mesmo assunto; - 3º - Maior parte do livro, 168 páginas - "Breve diccionario de heurística". Mais do que definir as palavras, busca este dicionário precisar suas relações com o método heurístico.

1º capítulo: plano para realizar a direção heurística da / aprendizagem:

- a) Entender o problema.
- b) Imaginar um plano.
- c) Realizar o plano.
- d) Examinar a solução obtida.

No 1º passo, "entendendo o problema", procura-se levar o aluno a compreendê-lo e a estabelecer a incógnita, os dados e as / condições, estudando a compatibilidade, suficiência e unidade de / todos eles. Para realizar isto, Polya sugere as seguintes perguntas e recomendações para facilitar ao aluno o seu trabalho:

Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? É possível satisfazê-la? É a condição suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou é redundante? Ou é contraditória?

Desenhe uma figura. Introduza uma conveniente notação. Divida a condição em suas partes. Pode escrevê-las?

Se desta análise resultar que as condições são insuficientes ou redundantes, ou contraditórias, deve-se abandonar o problema que é, logicamente, imperfeito.

2º passo - Inaginando um plano. Esta é a 1ª parte do método heurístico, propriamente dito. Seu objetivo é levar o aluno a estabelecer um plano que conduza à solução.

Nesse ponto, o aluno já terá se tornado um pequeno investigador, que necessita apelar para a própria intuição e imaginação, pondo à prova sua sagacidade e habilidade em busca do que alguns psicólogos chamam "iluminação" e Polya denomina "bright idea" ou "idéia-chave" da solução. (idéia esclarecedora da solução).

Perguntas e recomendações visando dar ao aluno capacidade / de utilização de analogia, especialização, generalização, decomposição, recomposição e introdução de elementos auxiliares: - Você viu isto antes? Você viu o mesmo problema em forma ligeiramente diferente? Você conhece um problema relacionado com o dado? Você conhece um teorema que possa ser útil? Olhe a incógnita e tente pensar em um problema relacionado com este, resolvido anteriormente, e com a mesma incógnita. Eis aqui um problema relacionado com o seu e resolvido antes? Pode você utilizá-lo? Pode você uti

seus resultados? Pode você utilizar seus métodos? Poderia você introduzir elementos auxiliares com a finalidade de tornar possível seu uso? Pode você variar o problema? Pode variá-lo de maneira diferente? Volte às definições.

Se você não pode resolver o problema proposto, trate de resolver primeiramente alguns problemas relacionados com ele. Você pode imaginar algum problema mais acessível relacionado com o / que foi dado? Ou um problema mais geral? Ou outro mais especial? Ou um análogo? Pode você resolver uma parte do problema? Tome somente uma parte da condição, abandonando as demais. Como se afasta da solução assim encontrada? Como pode variar? Você pode deduzir algo de útil dos dados? Pode fornecer outros dados apropriados para determinar a incógnita? Você pode mudar os dados, ou a / incógnita, ou ambos, se necessário, de tal modo que a nova incógnita e os novos dados estejam próximos dos que foram apresentados? Você usa todos os dados? Usa a condição inteira? Tomou em / conta todas as noções essenciais contidas no problema?

Polya acha que, de início, o aluno encontra alguma dificuldade, e que deve recorrer, primeiramente, à analogia. Como 2º recurso, quando falha o primeiro, aconselha a variação do problema.

3º passo - Realizando o plano. De posse do plano, cumpre realizá-lo, efetuando as demonstrações e operações necessárias, geométricas, algébricas ou aritméticas.

Recomendações: Realize seu plano controlando cada passo. Pode você ver claramente que cada passo é correto? Você pode provar que são corretos?

Por este caminho, o aluno provará a correção de cada um dos passos do plano, partindo da hipótese até chegar à tese.

4º passo - Olhando para trás. Nesta parte, o aluno efetuará revisão crítica do trabalho realizado. Adquirirá a convicção da correção da solução através da auto-crítica.

Deverá também o aluno, nesta fase, ser levado a generalizar o problema e encontrar aplicações.

Perguntas auxiliares? Você pode constatar o resultado? Pode derivar resultados diferentes? Pode ser isto à primeira vista? / Pode usar o resultado ou método para outros problemas?

O 2º capítulo segundo está escrito em forma de diálogo, no qual se formulam e se respondem uma série de perguntas de grande interesse, referentes ao plano enunciado no 1º capítulo.

No 3º capítulo, "Breve dicionário de Heurística", tratam-se com mais detalhes dos conceitos mais importantes e de cada um / dos passos que constituem o plano.

Os conceitos ou expressões estão tratados desde o ponto de vista do autor em sua tese, isto é, no que estas noções têm de comum com o método heurístico.

Aparecem também as biografias de quatro matemáticos que se ocuparam do método: Bolzano, Descartes, Leibnitz e Pappus.

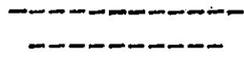
Observações ao livro de Polya (feitas por Fausto Toranzos)

Representa uma corrente de opinião resguardada pela autoridade do autor e muitos outros eminentes matemáticos, com respeito ao problema básico de pedagogia da Matemática, no que se refere a fins, valor educativo e métodos de aprendizagem desta disciplina.

Há 2 aspectos na obra de Polya: 1) - A tese pedagógica - mais importante - propiciada por Hadward, Poincaré e Klein desde princípios do século - apesar de sua importância, não é adotada na / prática. Resume-se em colocar o estudante "em pequeno, na atitude do investigador que procura descobrir verdades através do esforço de suas atitudes criadoras". Essa tese contém elementos básicos / para a solução do problema pedagógico da Matemática com a condição de não ser tomada como solução metodológica única e absoluta.

É bom que se busque incentivar no aluno a atividade criadora. Esse método é, pois, o limite, nem sempre executável, até o qual deve tender a pedagogia da Matemática.

2) - No aspecto metodológico, Polya nos oferece um plano de trabalho. Os passos e perguntas constituem auxiliares de valor, mas sempre que se tenha em conta que a atividade criadora é algo de muito pessoal e, portanto, muito variada, não devendo ser submetida a formas e normas rígidas e únicas. O procedimento estandardizado deve ser posto de lado, o que não impede que as indicações de Polya sejam, em geral, de grande utilidade, se lhes dermos a elasticidade necessária para realizar a adaptação conveniente.



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Eunice Lozza Schreinert

Obra - A Nova Metodologia da Aritmética  
Assunto - Resolução de problemas  
Autor - EDWARD LEE THONRDIKE

OS PROBLEMAS NO PASSADO

Os mestres do passado adotavam o problema apenas como disciplina mental. Não lhes interessava se o problema estava ou não atendendo as necessidades do educando, se era de seu interesse e à altura de sua capacidade.

Para encontrarmos justificativa para tal maneira de encarar os problemas só podemos apelar para o fato de constituírem eles/ verdadeiros e eficientes testes de inteligência.

NOVOS METODOS

Os novos métodos para a resolução de problemas prevêm os problemas como atividades capazes de preparar o educando para a vida. Decorre daí, a preocupação em verificar como as situações problemáticas surgem na vida real, para então apresentá-las, sempre que possível nos problemas na escola. Recomendamos, também, atendimento das diferenças individuais, a graduação dos problemas é uma técnica científica de apresentação dos mesmos.

CONDIÇÕES DE UM BOM PROBLEMA, SEGUNDO OS NOVOS METODOS

- I - Versar sobre situações que têm todas as probabilidades de surgir na vida;
  - II - Tratar tais situações do mesmo modo como o seriam na vida prática;
  - III - Apresentar-se sob forma, nem muito mais fácil, nem muito mais difícil de entender do que seriam se a própria realidade os apresentasse aos sentidos do aluno;
  - IV - Despertar, de certo modo, o mesmo interesse que acompanha a resolução das situações que se apresentam na vida real.
- O afastamento desses padrões é previsto para contingências em que a situação real é impossível.

ANÁLISE DAS SITUAÇÕES NOS PROBLEMAS

- Os problemas giram, na vida real, em torno de:
- I - Situações ou fatos de existência real;
  - II - Situações que a própria pessoa propões a si mesma;
  - III - Situações apresentadas por outra pessoa.
- Esta última situação é a que menos surge.