

Direção da Aprendizagem em Mat.

Roteiro do trabalho sobre a Adição

1. Definição . Termos .
2. Propriedades
3. Fatos básicos
4. Graduação de dificuldades
5. Família dos fatos relacionados
6. Fases da aprendizagem
7. Apresentação da operação
8. Prova.

Bibliografia:

Pesquisa em trabalhos do arquivo do
Laboratório de Matemática.

Matemática de Silvio Todeschi
" de Ary Quintella .

Componentes do Grupo:

Lucy Schirmer

Flávia B. Baum

Luci Maria Faucher de Souza

Bem documentado.

Direção da Aprendizagem em Mat.

Adição

Definição:

"Adição é a operação que tem por fim achar um nº que contenha todas as unidades de dois ou mais nº dados, e somente essas." Ary Quintella - Mat. p.º a 1.ª série Ginasial pag. 28.

"Adição é a operação que tem por fim reunir em um só nº todas as unidades contidas em dois ou mais nº dados." Maeder

Para Marguerite Bruydegard as operações da adição consistem em mudanças quantitativas e para Esther Svenson, se resumem em reagrupamentos.

A Escola deve ter o cuidado de valorizar essas duas situações, pois, ambas aparecem na vida cotidiana diária da cr. A adição como agrupamento é porém a mais usada.

A apresentação de um fato fundamental deve surgir de uma situação real e bastante objetivada.

Para dar significação às operações, a criança precisa saber que a adição resolve situações de juntar e que só podemos adicionar objetos da mesma espécie.

Os têrmos de uma adição chamam-se parcelas e o resultado da operação é denominado soma. A palavra soma emprega-se com dois sentidos: resultado e expressão.

Propriedades da adição

Segundo Jodeschi a adição possui 5 propriedades:

1) A adição é uma operação unívoca ou unifórmula porque ela nos conduz sempre a um resultado bem determinado.

Se $a + b = c$ e $a + b = c'$ conclui-se que $c = c'$
Ex: $46 + 36$ somente apresenta 1 resultado que é 82.

2) A adição é uma operação comutativa, porque a soma de 2 ou mais números não se altera, mudando-se a ordem das parcelas. Assim sendo a e b , dois números quaisquer, temos: $a + b = b + a$

Ex: $6 + 7 = 7 + 6$

3) A adição é uma operação associativa, porque o seu resultado não se altera qdo. se substituem 2 ou mais parcelas pela sua soma efetuada. Assim:

$$a + b + c = a + (b + c) \text{ ou}$$

$$5 + 8 + 6 = 5 + (8 + 6) \text{ ou } 5 + 14$$

4) A adição goza da propriedade dissociativa, pois a soma de 2 ou mais números não se altera, quando se substitui qualquer uma das parcelas pela soma de duas ou mais das quais a mesma é a soma. Assim:

$$a + (b + c) = a + b + c$$

A soma efetuada $(b + c)$ fica substituída pela soma indicada $b + c$. Ex: $8 + 22 = 8 + 20 + 2$

5) A adição é uma operação monotônica. Com efeito, somando-se o mesmo número aos membros de uma desigualdade,

obtem-se outra desigualdade do mesmo sentido. Assim, dados os n.ºs diferentes a e b sendo $a > b$, somando c a cada um deles temos: $a + c > b + c$
Ex: sendo 5 > 3, somando 2 por ex. a cada um deles temos: $5 + 2 > 3 + 2$ ou $7 > 5$
Como se vê a desigualdade conserva o mesmo sentido.

Fatos básicos

100 fatos básicos

-19 " " com zero

81 " " (com 9 duplos)

-9 " duplos

72 " básicos (parcelas desiguais: um fato direto e outro inverso com a mesma resposta)

Catharine Stern e também outros autores não consideram como duas combinações a direta e a inversa, sendo assim os 72 fatos ficam reduzidos a 36 e se quiséssemos adicionarmos os 9 duplos temos o mínimo de 45 fatos básicos.

Graduação de dificuldades:

"Wilson apresenta a graduação de dificuldades dividido em 10 grupos os fatos básicos e apresenta uma série de passos que levam o aluno à habilidade de cálculo. Depois de aprendidas as combinações com os números dígitos (fatos básicos) a seq. será conduzida a aprendizagem da adição de parcelas formadas de dezenas, de colunas com zeros, com reservas, lacunas, sempre graduando as dificuldades.

No teste de Sangren, aplicado para verificar as deficiências, também encontramos graduações das dificuldades:

1. Fato básico, não ultrapassando a dezena: $\frac{3}{2}$
2. Fato básico ultrapassando a dezena: $\frac{5}{6}$
3. Dezena sem reserva: $\frac{13}{2}$
4. Coluna simples: $\frac{5}{4}$
5. Coluna dupla sem reserva: $\frac{20}{49}$
6. Reserva de um: $\frac{26}{25}$
7. Reserva de dois: $\frac{44}{39}$
 $\frac{28}{}$
8. Reserva de unidades e dezenas: $\frac{507}{334}$
 $\frac{672}{}$
9. Reserva de unidades, dezenas e centenas: $\frac{6347}{4103}$
 $\frac{2344}{1382}$
10. Espaços vazios e zero: $\frac{25}{40}$
 $\frac{302}{207}$
 $\frac{32}{5}$

No livro *Arithmetic we need*, a adição apresenta a seguinte sequência:

1. Próprio fato básico
2. Coluna revisora: $\frac{6}{3}$
3. Dezena sem reserva: $\frac{10}{9}$
4. 3 parcelas com lacuna: $\frac{32}{9}$
5. 3 parcelas, sendo uma zero: $\frac{000}{}$
6. Adição de dezenas exatas: $\frac{20}{30}$
7. Dezenas sem reserva e sem lacuna: $\frac{12}{23}$
8. Adição com reserva: $\frac{64}{8}$
9. 4 parcelas com lacuna e reserva: $\frac{15}{30}$
 $\frac{13}{}$
10. Adição de centenas exatas: $\frac{300}{200}$
11. Adição de centena com lacuna e reserva: $\frac{173}{40}$
12. Adição de centena, reserva de unidades e dezenas: $\frac{549}{298}$
13. Adição de centena com lacuna e reserva: $\frac{439}{78}$

O zero e a lacuna constituem geralmente grandes dificuldades para a criança no aprendizado da adição.

A fim de saná-las, o professor lançará mão de material adequado que levará o aluno a vencer esta fase.

Família dos fatos relacionados:

Segundo Marguerite Bruydegard e Peter L. Spencer (pag. 126 a 127), as relações básicas matemáticas são de maior significância na conduta do que exercícios de cálculos memorizados, isolados. Não devemos negligenciar o ensino do cálculo, pois, ele é necessário na sociedade de hoje. Entretanto, os processos de memorização de fatos numéricos e habilidades com exigências isoladas envolvem um tremendo dispêndio de tempo e esforço.

Através de um processo fundamental - família de fatos relacionados, impede-se que haja esse dispêndio de tempo e esforço. Temos por ex.

$$4 + 4 = 8$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$8 - 4 = 4$$

$$8 \div 4 = 2$$

$$2 \times 4 = 8$$

Através dos fatos relacionados levamos a ex. a estabelecer relações, a fim de que possa chegar a generalização. Cdo. tais generalizações são desenvolvidas, muito do tempo e do esforço da aprendizagem dos fatos primários podem ser dispensados.

Fases da aprendizagem da adição

de Alfedina de Paiva e Louza.

- 1ª) Base contagem e reconhecimento de n.º até 9
- 2ª) Grupamento de objetos até total 5. Representações gráficas de objetos em dois grupos (cole

ções) até total 5. Sinal +
 Domínio oral das combinações 1+1, 1+2 e 2+1,
 1+3 e 3+1, 1+4 e 4+1, 2+2, 2+3 e 3+2.

Sinal =
 3º) Substituição dos objetos e representações gráficas
 pelos símbolos numéricos; cálculos indicados e
 cálculos armados até total 5. Cálculos dessas
 combinações com lacunas:
 $2 + \dots = 5; 1 + \dots = 3; \dots + 1 = 4; 5 = 2 + \dots$ etc.

4º) Estudo das combinações com total 6, depois
 total 7, total 8, total 9 (simultaneamente estudo
 dos inversos dessas combinações). Apresentação
 dos cálculos com lacunas.

5º) Combinações com zero e seus inversos até
 total 9. Apresentação dos cálculos com lacunas.

6º) Estudo das combinações com total 10 e seus
 inversos. Depois total 11, total 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.
 Apresentação dos cálculos com lacunas.

7º) Transferência oral, das combinações fundamen-
 tais da adição, para as dezenas superiores, sem
 acréscimo nas dezenas.
 $\frac{2}{3} \quad \frac{22}{3} \quad \frac{32}{3} \quad \frac{52}{3}$

8º) Transferência oral, das combinações fundamen-
 tais da adição, para as dezenas superiores, com
 acréscimo nas dezenas $\frac{5}{8} \quad \frac{25}{8} \quad \frac{45}{8}$

9º) Adição de dois números de dois algarismos,
 sem reservas: $25 + 12 =$

Depois, de dois números de 3 algarismos, sem
 reservas: $315 + 213 =$

10º) Adição de dois números de dois algarismos,
 com reserva: $35 + 28 =$

Depois de dois números de 3 algarismos com
 reservas para dezenas e para centenas: $487 + 295 =$

11º) Adição de três números de um algarismo,
 até total 9. $1 + 2 + 5 = 2 + 1 + 4 =$

12º) Adição de três números de um algarismo,
 com total de 10 a 18: $2 + 7 + 5 = 5 + 1 + 9$

13º) Adição de três números de um algarismo,
 com total de 19 a 27: $5 + 8 + 7 = 4 + 8 + 9$

14º) Adição com zeros intercalados ou finais,
 $1420 + 7035 + 2103$ - Desprezar zeros durante
 o processo.

15º) Adição com ordens vagas; alinhar da
 direita para a esquerda; desprezar ordens
 vagas durante o processo: $45 + 1287 + 403$

Apresentação da operação

Sobre este aspecto, as opiniões dos autores
 variam. Enquanto, uns opinam ser mais
 fácil a horizontal, outros, pelo contrário,
 apontam a de sentido vertical.

É mais aconselhável iniciar pela 1ª for-
 ma, visto que, ao apresentarmos um pro-
 blema para a cr. como:

3 balas mais 5 balas é igual a 8 balas,
 teremos, após ter levado a cr. a uma signi-
 ficação, oportunidade de substituir as pala-
 vras mais e igual pelos sinais corresponden-
 tes.

Mais tarde, deverá ser apresentada a
 forma vertical, afim de que a cr. seja leva-
 da a efetuar a adição nas duas direções,
 isto é, de cima para baixo e de baixo
 para cima. É conveniente realizar a opera-
 ção nas duas direções porque assim a cr.
 se tornará mais segura na habilidade

de cálculo e formará o hábito de tirar a prova.

Prova da adição (Ary Quintella - 1ª série ginás. pag. 30)

"Chama-se prova a uma segunda operação que se efetua com o fim de verificar a exatidão do resultado da primeira. Podemos fazer a prova da adição de duas maneiras.

1ª) Alterando a ordem das parcelas.

O resultado deve ser o mesmo, de acordo com a propriedade comutativa. Em geral, para evitar nova cópia das parcelas, efetua-se a adição de baixo para cima, caso tivessem sido realizada de cima para baixo.

$$\begin{array}{r} \text{ex:} \quad 45 \\ + 12 \\ \hline 78 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \\ P. + 12 \\ \hline 45 \\ 78 \end{array}$$

2ª) Reunindo as parcelas em grupos de duas ou mais e adicionando os resultados parciais obtidos.

O resultado deve ser o mesmo, de acordo com a propriedade associativa, ex.:

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 34 \\ + 123 \\ \hline 185 \end{array} \quad \begin{array}{r} P. \quad 62 \\ 123 \\ \hline 185 \end{array}$$

Direção da Aprendizagem em Matemática

Roteiro do trabalho sobre A Subtração:

1. Definição.
2. Propriedades.
3. Princípios básicos.
4. Prova.
5. Termos e resultado.
6. Início do aprendizado.
7. Situações.
8. Gradação de dificuldades.

Definição:

"A subtração é a operação pela qual se determina um número que, somado com b dá a : $a - b = c \Leftrightarrow c + b = a$ " (Baraça)

"Subtração é a operação que tem por fim, conhecendo a soma de duas parcelas e uma delas, obter a outra" (Maeder)

Propriedades:

1. A subtração é operação que conduz sempre a um resultado único. Assim, a subtração é operação unívoca.

$$a = a' \quad 4 + 4 = 8 \quad 2 + 5 = 7$$

$$b = b' \quad (4 + 4) - (2 + 3) = 8 - 5$$

$$a - b = a' - b' \quad \text{Dadas 2 igualdades,}$$

para ensinar o sinal, deve haver uma separação.

Para que não haja dificuldade e confusão, nos primeiros contatos, convém que o sinal da subtração seja feita só depois que a criança tenha dado significação e dominado o sinal da adição.

Quando trabalhar com a subtração, a criança vai dar maior significado à adição.

O início do aprendizado da subtração são os fatos básicos.

Situações:

1. Decomposição - Consiste em desagrupar coleções. Neste caso temos as perguntas:

Quanto resta?

Qto. sobra?

Quanto fica?

Exemplos:

Maria tem ^{inha} 5 maçãs. Comer 2. Quantas restaram?

Fernando tem ^{inha} 6 balões. Restaram 3. Quantos ficaram?

De 4 laranjas comi 1. Quantas sobraram?

2. Comparação. Consiste em comparar coleções, de modo que respondam às perguntas:

subtraindo membro a membro 2 igualdades, obtêm-se outra igualdade.

2. Subtraindo o mesmo número de uma desigualdade, obtêm-se outra desigualdade do mesmo sentido. Esta propriedade da subtração chama-se monotônica.

$$\begin{aligned} a < b & \quad 4 < 8 \\ a - c < b - c & \quad 4 - 2 < 8 - 2 \end{aligned}$$

Princípios básicos:

1. A diferença de dois números não se altera, somando-se ou subtraindo-se o mesmo número ao subtraendo e ao minuendo.

$$15 - 7 = (15 + 3) - (7 + 3) = 8$$

2. Para somar um número à diferença indicada de dois outros, basta somá-los ao minuendo e do resultado subtrair o subtraendo.

$$(9 - 5) + 4 = (9 + 4) - 5 = 8$$

3. Para subtrair de um número uma soma indicada, subtraem-se, desse número sucessivamente as parcelas da soma.

$$15 - (3 + 4) = 15 - 3 - 4 = 8$$

4. Para subtrair de um número uma diferença indicada, soma-se esse número ao subtraendo e do resto (resultado) subtraí-se o minuendo.

Quanto mais?

Quanto menos?

Qual a diferença?

Exemplo:

Teresa ganhou 7 bananas. 5 estavam verdes. Quantas bananas verdes tem mais do que maduras.

3. Adição: é o processo mais usado no comércio. Da-se o subtraendo e o resto para se achar o minuendo.

Exemplo:

Comprei uma régua a R\$ 27,00. Dei R\$ 30,00 para pagar. (A caixa para dar o fiôco contava: 28, 29, 30) Sobraram R\$ 3,00.

Graduação de dificuldades:

Em primeiro lugar, temos que considerar, as diferenças individuais da classe. Conhecendo seus alunos, o professor saberá melhor como dirigir o trabalho.

No teste americano para verificação das 4 operações, na parte relacionada com subtração, encontramos a seguinte graduação:

- 1- O próprio fato básico $\begin{array}{r} 5 \\ 4 \end{array}$
- 2- Dezena sem ^{retorno} empréstimo e com lacuna $\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 2 \end{array}$
- 3- Dezena com ^{retorno} empréstimo $\begin{array}{r} 13 \\ 8 \end{array}$

4- Dezenas no minuendo e no subtraendo, sem ^{retorno} empréstimo $\begin{array}{r} 25 \\ 14 \end{array}$

5- Centena no minuendo e no subtraendo sem ^{retorno} empréstimo $\begin{array}{r} 204 \\ 103 \end{array}$

6- 2 algarismos, sendo um com zero $\begin{array}{r} 29 \\ 10 \end{array}$

7- 3 algarismos sem ^{retorno} empréstimo $\begin{array}{r} 648 \\ 224 \end{array}$

8- 3 algarismos com um ^{retorno} empréstimo na 1ª coluna $\begin{array}{r} 191 \\ 112 \end{array}$

9- 3 algarismos e ^{retorno} empréstimo só na segunda coluna $\begin{array}{r} 429 \\ 261 \end{array}$

10- 3 algarismos com ^{retorno} empréstimo na 1ª e 2ª colunas $\begin{array}{r} 324 \\ 188 \end{array}$

11- Lacuna e zero; 9 no subtraendo $\begin{array}{r} 1708 \\ 569 \end{array}$

No plano de Wilson, encontramos as seguintes etapas do processo da subtração:

- 1- Fatos básicos
- 2- Fatos relacionados com as dezenas
- 3- Subtração sem ^{retorno} empréstimo $\begin{array}{r} 36 \\ 23 \end{array}$
- 5- Subtração simples, sem ^{retorno} empréstimo, última subtração 1 zero $\begin{array}{r} 963 \\ 932 \end{array}$
- 4- Subtração simples, sem ^{retorno} empréstimo, zero na resposta $\begin{array}{r} 693 \\ 392 \end{array}$
- 6- Lacuna sem ^{retorno} empréstimo $\begin{array}{r} 27 \\ - \end{array}$
- 7- ^{Retorno} Empréstimo $\begin{array}{r} 65 \\ 28 \end{array}$
- 8- ^{Retorno} Empréstimo, lacuna à esquerda $\begin{array}{r} 60 \\ 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 703 \\ 92 \end{array}$
- 9- Duplo empréstimo $\begin{array}{r} 351 \\ 175 \end{array}$
- 10- Duplo empréstimo com algarismo 9 no subtraendo $\begin{array}{r} 350 \\ 129 \end{array}$

Bibliografia:

Leitura de trabalhos do arquivo do Laboratório de Matemática.
Anotações de aula.
Matemática - Ary Quintella
Matemática - Maeder

Componentes do grupo:

Flávia B. Piana
Lívia Maria Franck de Souza
Lucy Schürmer

Obs: Retorno, ao invés de empiedim.
@BX

$$16 - (7 - 5) = 16 + 5 - 7 = 14.$$

Prova:

É uma segunda operação pela qual verificamos se a primeira está ou não certa.

Apoiamo-nos na definição de diferença para tirar a prova da subtração.

1 - Soma-se o subtraendo com o resto; o resultado deve ser o minuendo

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 13 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ - 15 \\ \hline 13 \end{array}$$

2 - Subtrai-se o resto do minuendo; o resultado deve ser o subtraendo

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 12 \\ \hline 33 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \\ - 33 \\ \hline 12 \end{array}$$

Térmos e resultados:

Suponhamos o problema: Uma fruteira tem 9 laranjas. Se retirarmos 4, quantas ficam?

A coleção que se retira (4 laranjas) denomina-se subtraendo; a coleção da qual o subtraendo é retirado (9 laranjas) chama-se minuendo. A coleção restante denomina-se resto.

A operação, por meio da qual se determina o resto, chama-se subtração, utilizando-se para indicá-la o sinal - (lê-se menos):

$$9 - 4 = 5$$

A coleção restante indica, também, o quanto a primeira coleção (laranjas da fruteira) é maior que a segunda (laranjas retiradas). Quando a subtração tem por fim determinar esse quanto o resultado denomina-se excesso da primeira sobre a segunda ou diferença entre as duas coleções.

Observações: 1.ª A subtração só é possível quando o subtraendo é menor que o minuendo.

2.ª Quando o subtraendo é igual ao minuendo, a diferença é nula, (zero).

Início da Aprendizagem:

No início, o trabalho da aprendizagem da adição e subtração não se separa. O aluno terá oportunidade de adicionar e subtrair, primeiramente com fatos reais. Depois, manipula materiais concretos, semi-concretos, visuais e gráficos. O aluno terá a noção de que a coleção nada mais é do que um conjunto de coisas e que a retirada ou entrada de elementos iguais, podem aumentá-la ou diminuir-la, porém sempre será uma coleção.

Ao chegar, porém, o momento