

## Teoria dos conjuntos:

- formação
- representação
- relações de pertinência e inclusão
- conjunto unitário e vazio
- conjunto universo
- subconjunto e conj. partição

Imaginando uma classe de 2º ano, que no 1º já tenha trabalhado com conjuntos, sugerimos ao professor os conteúdos que seguem:

É imprescindível que o prof. que se propõe a desenvolver, com seus alunos, a teoria de conjuntos, tenha bem claro, as seguintes noções:

- conjunto não se define;
- conj. é uma ideia, uma criação da mente humana e depende das nossas experiências;
- na caracterização de um conj. não pode haver ambigüidade. Devemos procurar propriedades claras e deixar de lado as subjetivas, por ex., conj. de pessoas de olhos verdes, não serve;
- necessidade de clareza quanto à relação de pertinência: ser possível identificar prontamente, se um elemento faz parte de um determinado conjunto ou não;
- não nos interessa a ordem dos elementos de um conjunto.

Na formação de conj. o professor deve se valer, preferentemente, das situações que se põem na sala de aula.

Imaginemos, que a profª solicite que os alunos que tenham brinquedos em casa, tragam para a aula no dia seguinte.

Neste dia, antes de os alunos entrarem, a professora colocará perto da porta uma caixa grande. Ao entrar na sala, cada criança irá colocando nesta caixa, o brinquedo que trouxe.

Depois de todos acomodados em seus lugares, a professora tomará a caixa e perguntará:

- O que temos aqui?

Como já dissemos anteriormente, ~~que~~ estes alunos já possuem noção de conj., esperamos <sup>nestas</sup> que a resposta seja:

- Temos um conjunto de brinquedos.

No caso de não chegarem a esta resposta, terão de ser conduzidos até ela.

Continuará seu trabalho, explorando este conj., com referência à relação de pertinência através de perguntas como:

- De que não resolvemos que seria o nosso conj.?

- A pasta da Rocinha pertence a este conj.?

- É esta boneca pretinha?

- Por que este nosso conj. só pode ser de brinquedos?

Com este trabalho, levar a criança à compreensão de que, os conjuntos somos nós que criamos, que podemos criar todos os que quisermos, mas que uma vez criado, pensamos dizer claramente se um elemento pertence ou não ao nosso conj. universo.

Estas noções são importantíssimas para a criança.

Após a realização de vários exercícios com material concreto a professora poderá passar a trabalhar no flanelógrafo com objetos simbolizados.

Ex: conj. de flores ou próprio conj. de brinquedos.



Já colocando as flores no planelógrafo. Fimido este trabalho poderá perguntar:

— Como faremos para limitar esse conj pois agora não temos mais a caixa?

Enviei as respostas dos alunos até chegar ao diagrama. É claro que as crianças não usaram este termo, mas poderão dizer que vamos passar uma linha em volta ou outra resposta semelhante.

Neste ponto, já poderá propor um nome para o conj. convidando-as já a representar este nome por uma letra maiúscula. Por ex., no conj. de flores usarão o F. No conj. de brinquedos usarão o B.



Após convidarem os alunos para desenhar conjuntos. Dará liberdade para este trabalho, permitindo que o aluno crie os mais variados conjuntos.

O prof. deverá acompanhar este trabalho individualmente e fazendo perguntas:

- De que é o conj. que tu criaste?
- Este elemento pertence ao teu conj.?
- etc.

Numa outra fase, poderá formar conj. mais

abstratos. Deve haver um cuidado muito grande, para que este trabalho siga uma linha progressiva, partindo do concreto para o abstrato.

Ex: - Conj. dos nomes dos alunos que comecem pela letra do nome da professora.

- Conj. das marcas dos lápis dos alunos que sentam na 1ª fila, etc.

Quando se tratar de conj. cujos símbolos dos elementos sejam palavras <sup>(substantivos próprios)</sup>, para representar no diagrama, estas deverão aparecer por extenso para não criar confusões com a linguagem.

N  
Margareth  
Yarisa Yonics

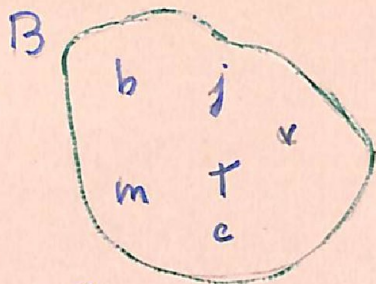
Ter sempre o cuidado de que o conj. tenha nome e ainda mais, ter claro que, quando os conjuntos não têm propriedades características, têm de ser designados de forma extensa.

Ex. conj. do meu lápis, da minha caneta e da minha bola. Podemos usar uma letra minúscula por ex O mas teremos de dizer: conj O formado pelo meu lápis, minha caneta e minha bola, sempre por extenso, mas há uma propriedade característica.

Gradativamente, este estudo vai se tornando cada vez mais abstrato e assim tem de ser, do contrário não seria matemática. Temos de chegar ao símbolo pois as palavras são a ling. comum e as letras, linguagem matemática. Faz-se matemática sobre representações.

Podem então, passar a representar os elementos por letras minúsculas.

No conj. dos brinquedos:



- b - boneca
- j - jeep
- v - olhos
- t - taxi
- m - mamadeira
- c - caminhos

Em todos os exercícios ter sempre bem presente a objetividade e permanência do elemento e a relação de pertinência.

Passará após ao uso das chaves.

$$B = \{ \text{brinquedos de nossa aula} \}$$

$$B = \{ b, j, v, t, m, c \}$$

Depois de muitos exercícios usando símbolos tanto no diagrama como nas chaves introduzirei os sinais:  $\in$  pertence  $\notin$  não pertence

- s pertence ao conj. de brinquedos de 2:ano?
- b " " " "
- v pertence a B?
- i pertence a B?

Então:  $v \in B$   
 $i \notin B$

Insistirei sempre que este estudo todo deve ser feito com muita calma, com muitos exercícios e levando a criança a realizar descobertas.

Nesta altura, os alunos já deverão ter clareza e usar com toda naturalidade e compreender os vocábulos: conjunto, elemento, pertence, não pertence, representação.

É necessário também, que haja na sala de aula, caixas, cordões coloridos, giz de cor, flanelógrafo, etc.

Será ainda conteúdo desta classe, conjunto unitário e conj. vazio. Mas será assunto novo pois concretamente, já trabalharam com isto no 1:ano.

Num momento em que estamos levando

a crianças a criar conj., no caso de nunca ter aparecido conj. unitário e conj. vazio propiamente a formação de conj. em que já sabemos que há um só elemento ou nenhum.

ex: conj. de alunos do 2.º ano que têm olhos.

conj. das mesas da professora.

conj. de armários da aula.

conj. de fogões na sala de aula.

conj. de alunos do 4.º ano na sala do 1.º ano.

conj. de alunos que não possuem material escolar.

etc.

Levar a crianças a sentir que, elas tendo liberdade de criar os conj. que quiser, pode acontecer que elas criem conj. onde só haja um elemento ou nenhum. Chamamos <sup>conj.</sup> as conj. com um elemento - conj. unitário e as conj. sem nenhum elemento - conj. vazio.

Seguir a sequência que foi seguida anteriormente até chegar a abstração.

Quando representarem no diagrama o conj. vazio a prof. combinará que sempre que isto acontecer o gráfico será riscadinho (hachurado).



Conseqüentemente, a representação entre chaves e uso do símbolo.

$$E = \{ \} \text{ ou } E = \emptyset$$

É necessário levar a crianças, através de muitos exercícios, a passar da linguagem simbólica para a corrente e vice-versa para que isto sirva de auxílio à compreensão abstrata.

No conj. vazio, a prof. tem de ter bem claro

que este nos é igual ao zero. O zero é o nome do número do conj. vazio, é uma propriedade de conj., uma propriedade numérica.

A profa. deve também procurar fazer o aluno sentir que a simbologia é convenção, que foi feita para nos auxiliar e que pode mudar.

No uso da simbologia o que mais interessa é o raciocínio que está atrás dela.

Deve haver bastante cuidado para que um mesmo sinal nos represente dois elementos numas mesmas situações.

É necessário bastante clareza em relação ao conj. universo, geralmente representado por  $U$ , <sup>universo</sup> e sempre aquele grande conj. do qual tiramos os nossos subconj. Sempre é necessário precisar qual o conj. universo que nós tomamos.

No momento em Subconjunto que o prof. sentir que estas primeiras noções estão bem dominadas, poderá aprofundar um pouco mais este estudo, através da noção de subconj.

"Parte de um conj. é todo conj. formado com elementos do conj. dado." Este novo conj. é chamado subconjunto.

Aproveitando o mesmo conj. universo de brinquedos, a profa. poderá propor a formação de novos conj., que sejam parte do conj. B.

Ex.: Colocar em uma caixa os veículos. ~~que~~  
Em outra caixa as bonecas e assim por diante.

Fará diversos exercícios com material concreto levando a criança, a partir do conj. universo dado, formar novos conj. que sejam partes do mesmo.

Estes novos conj. somente serão parte <sup>em subconj</sup> de B se todo o elemento que pertencer ao novo conj. pertencer também ao conj. B. A partir daí a profª passará a usar os termos contém e está contido, mas contém e não está contido.

Ex.: A classe está dividida em equipes de trabalho e cada equipe tem um nome. Poderá solicitar estas:

- Formem um conj. com o material escolar da equipe Duque de Caxias.

- Separem, colocando em caixas diferentes:

L) os livros de leitura

B) os lápis

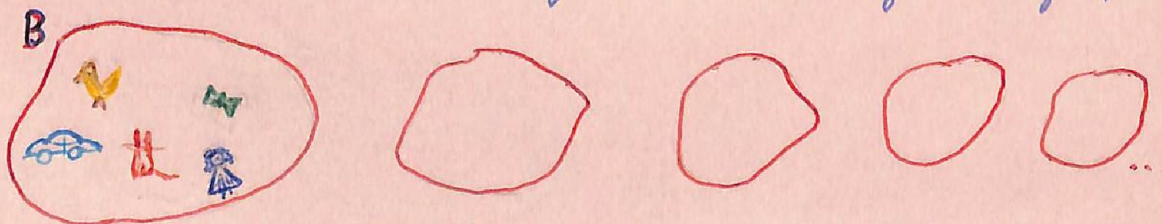
C) os cadernos

Levá-las a concluir que cada um destes novos conjuntos é parte do conj. do material escolar ou melhor, está contido ou não está contido no conj. universo.

Poderá apresentar exercícios para a criança dizer se é falso ou verdadeiro.

Nesta fase do trabalho, já poderá usar o termo subconj., passando a uma etapa mais abstrata, trabalhando no plano lógico ou no quadro.

Apresentará o diagrama e solicitará que as crianças criem subconjuntos, tanto quanto for possível.

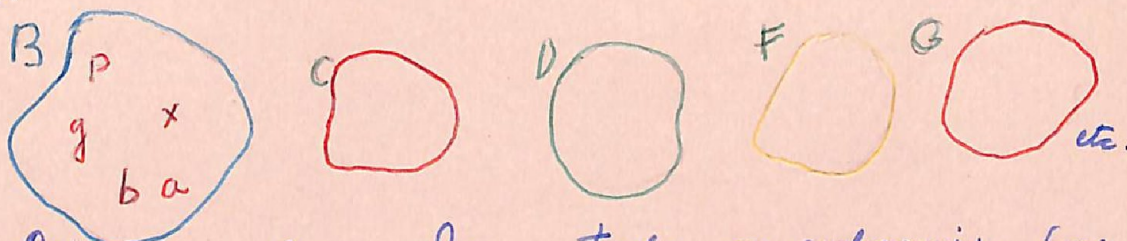


No caso de aparecer um subconj. vazio, a profª deverá conduzir até que a criança chegue a compreender que o conj. vazio sempre é subconj.



junto de outro conj., uma vez que, como eles já sabem, podem criar os conj. que quiserem, podem muito bem imaginar uma parte que não esteja contida no conj. universo.

Depois adiante, já substituído os elementos por letras. Ex.



Deixar o aluno fazer todos os subconj. possíveis, sempre tendo o cuidado de estabelecer relação de inclusão entre as partes e o seu universo através de sentenças assim:

- O conj. A está contido no conj. B? ou
- O conj. B contém o conj. A?
- O conj. L está contido no conj. B? e

assim por diante.

Numa outra fase, passar às chaves.

$$B = \{ \text{letriguados de nome azul} \}$$

$$B = \{ b, j, m, t, v, e \}$$

$$C = \{ b, j \} \quad D = \{ b, m \} \quad E = \{ t, v \} \text{ etc.}$$

Em seguida já estabelecendo relação de inclusão.

$$\{ b, j, m, t, v, e \} \text{ contém } \{ b, j \} \text{ ou}$$

$$B \text{ contém } C$$

$$\{ b, m \} \text{ está contido em } \{ b, j, m, t, v, e \} \text{ ou}$$

$$D \text{ está contido em } B$$

$$\{ b, j, m, t, v, e \} \text{ não contém } \{ s, l \}$$

B mas contém L

$\{s, l\}$  mas está contido em  $\{b, f, m, t, v, e\}$  em

L mas está contido em B

A seguir o prof. passará a usar os símbolos:

$\supset$  contém

$\not\supset$  mas contém

$\subset$  está contido

$\not\subset$  mas está contido.

## Conjunto Partição

É uma ação muito importante e que pode ser realizada concretamente.

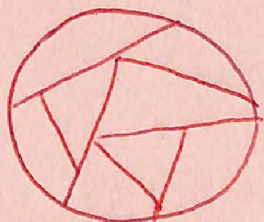
Para que haja partição são necessárias as seguintes condições:

- conj. disjuntos
- possibilidade de fazer o conj. universo
- mas pode haver conj. vazios
- cada parte tem de estar incluída no conj. universo.

Partição mas é uma nova operação, é um novo conj. formado com os elementos do primeiro conj.

Ex.: Tomar cartolinas coloridas e riscar quebra-cabeças.

Este trabalho será novamente.



A criança mesma fará

Depois recortará e armará

Fazê-la observar que reunindo

todas as partes, reconstruímos o conjunto inicial, que todas elas estão contidas neste conj. inicial, que nenhuma parte é igual a outra e não há nenhum conj. vazio. Este novo conj. recebe o nome de conj. partição.

Outro ex. estocar o mapa de P. Mape com seus bairros e realizar o mesmo trabalho.

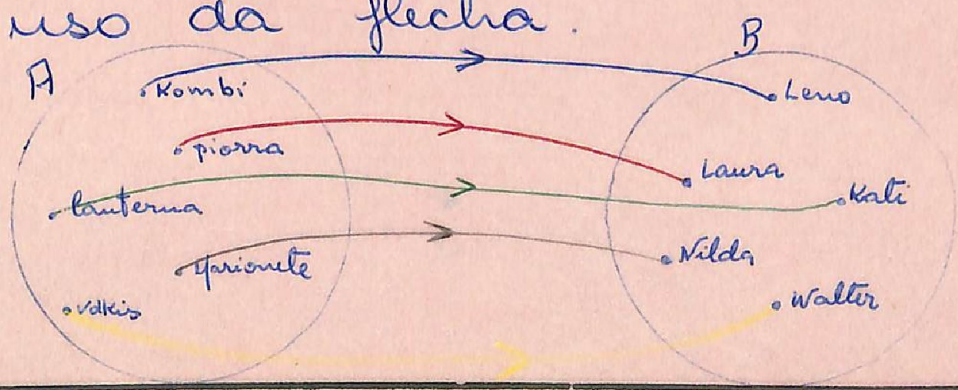
## Relações

Partindo do conjunto de brinquedos criado pelas crianças estabelecer a relação "ser dono de tal brinquedo"... A professora poderá escrever no Quadro verde o nome do brinquedo e ao seu lado o (do) nome do dono do brinquedo.

Exemplo:

- Kombi - Leno
- piorra - Laura
- guitarra - Maria Helena
- volkís - Walter
- Lanterna - Kati
- Marionete - Nilda

Após relacionar todos os brinquedos com os seus respectivos donos pedir às crianças que representem graficamente o conjunto de brinquedos de um lado e do outro lado o conjunto dos donos dos brinquedos, ligando posteriormente cada brinquedo ao seu dono. Não importa que tipo de ligação a criança fará primeiramente. Mais tarde a professora poderá sugerir que a ligação entre os elementos dos conjuntos, seja feita com lápis colorido, aconselhando o uso da flecha.



*esta representação da relação tem como dono*

Os gráficos poderão ser representados tanto com símbolos (verbais) palavras escritas ou <sup>com</sup> desenhos.

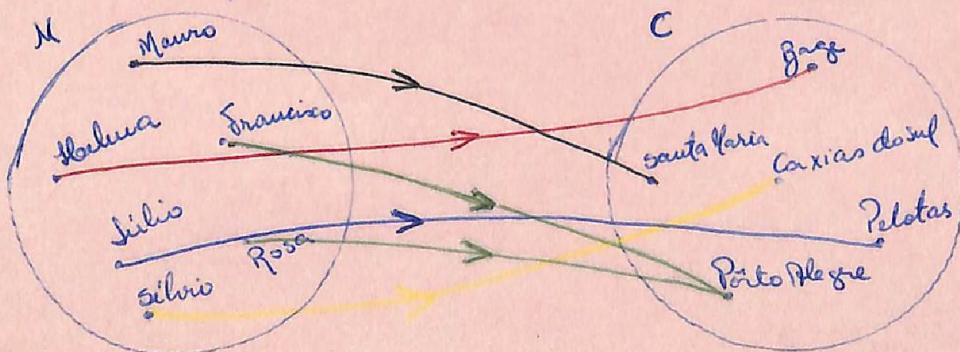
Vamos dar um nome a cada conjunto que representamos acima. Poderíamos chamar de A o primeiro conjunto e de B o 2º conjunto.

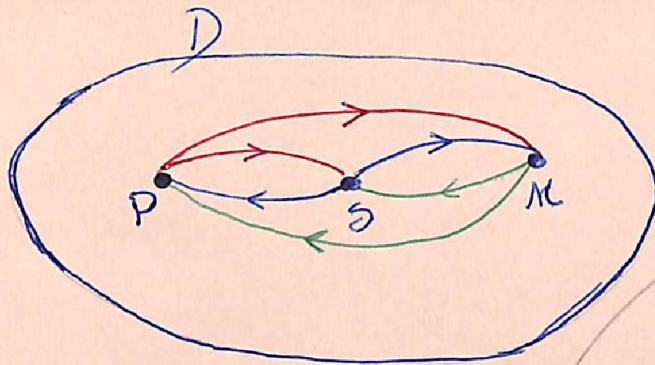
Também poderíamos apresentar o mesmo gráfico de maneira diferente, então ficaria assim:

Kombi	→	Leno
piorra	→	Isaura
guitarra	→	Maria Helena
volkswagen	→	Walter
lanterna	→	Kati
marionete	→	Silda

a lei é "Ter como dono"

No primeiro gráfico ligamos os elementos do conjunto A com os elementos do conjunto B, mediante a determinação da lei: "ser dono de tal brinquedo". Então quando ligamos os elementos de um mesmo conjunto ou elementos de conjuntos diferentes mediante determinação de uma lei dizemos que estabelecemos uma relação. É o que vamos fazer a seguir, estabelecendo uma relação mediante a determinação da seguinte lei: "os alunos desta aula têm como cidade natal".



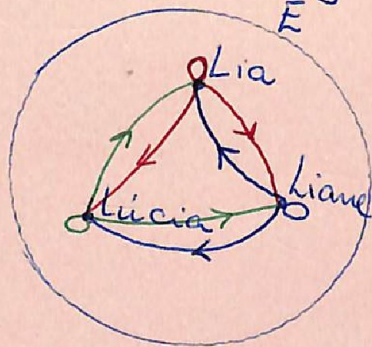


→ Cada letra tem uma representação única, as relações podem ser representadas de diferentes maneiras.

No gráfico acima estabelecemos a relação "... per irmão". Se Paulo é irmão de Sérgio, Sérgio é irmão de Maria, Maria é irmã de Paulo.

Aqui nos encontramos com propriedades das Relações as quais são simétrica e transitiva.

Se estabelecemos a relação determinada pela seguinte lei: "alunos que têm o nome iniciando pela mesma letra", temos a seguinte representação gráfica:



Esta relação acima representada goza das seguintes propriedades reflexividade, simetria e transitividade.

E assim poderíamos apresentar inúmeros gráficos de relações como por exemplo:

... "ter como endereço"...

... "ter o dobro de"...

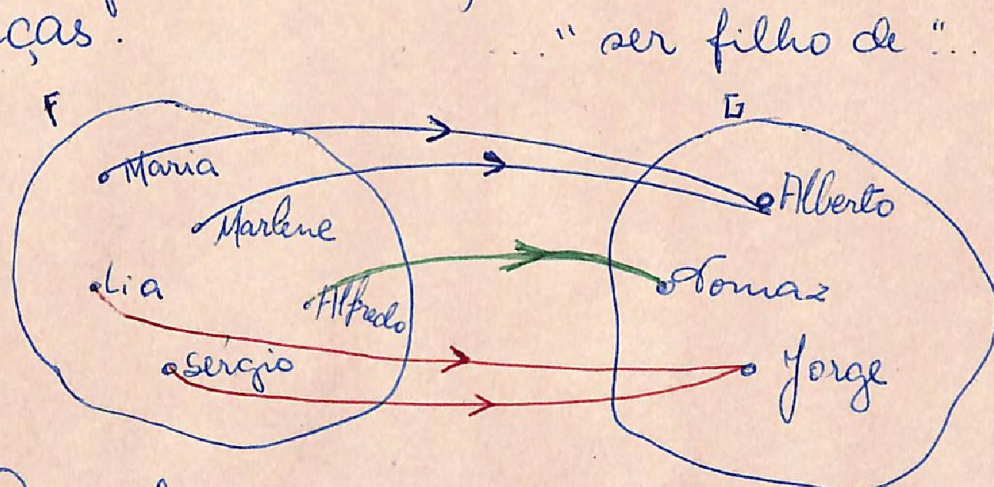
... "ser par de"...

... "ser menor (número)"...

- ... "nome com nome"...
- ... "pré-nome com pré-nome"...
- ... "pré-nome com nome"...
- ... "nome com pré-nome"...
- ... "ser divisor"...

Chegaremos ao estudo das funções analisando os gráficos anteriormente feitos, levando as crianças a notarem as diferenças que os mesmos apresentam.

Os gráficos devem ser feitos em folhas em branco e de tamanho razoável para facilitar o reconhecimento das diferenças.

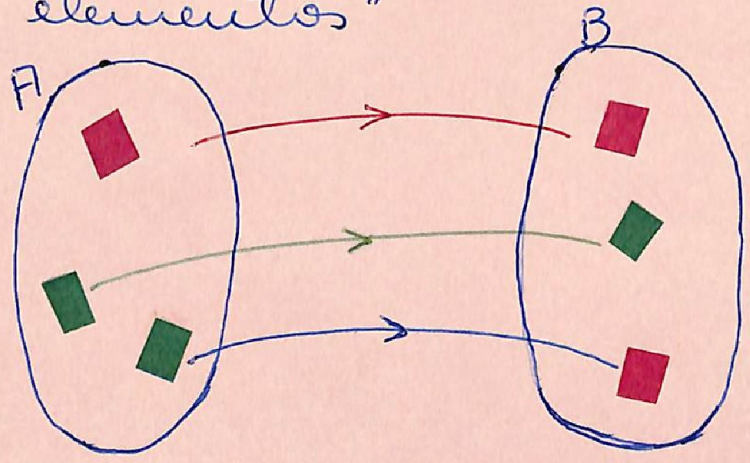


Ao observarmos o gráfico  $F \rightarrow G$ , reconhecemos tratar-se de uma relação determinada pela lei ... "ser filho de". Notamos que parte uma flecha de cada elemento de  $F$  para elementos de  $G$ . Quando isto ocorre dizemos que é uma relação especial que recebe o nome de função. O professor poderá trabalhar com as crianças com os vários tipos de gráficos de funções sem contudo referir-se a nomes específicos.

É importante que o professor conheça, realmente o assunto relações. Que relações é o conjunto de duplas. Que Relações podem ligar elementos de um mesmo conjunto ou elementos de conjuntos diferentes. O nível da classe é que fará o professor perceber até que ponto poderá avançar com referência ao conteúdo.

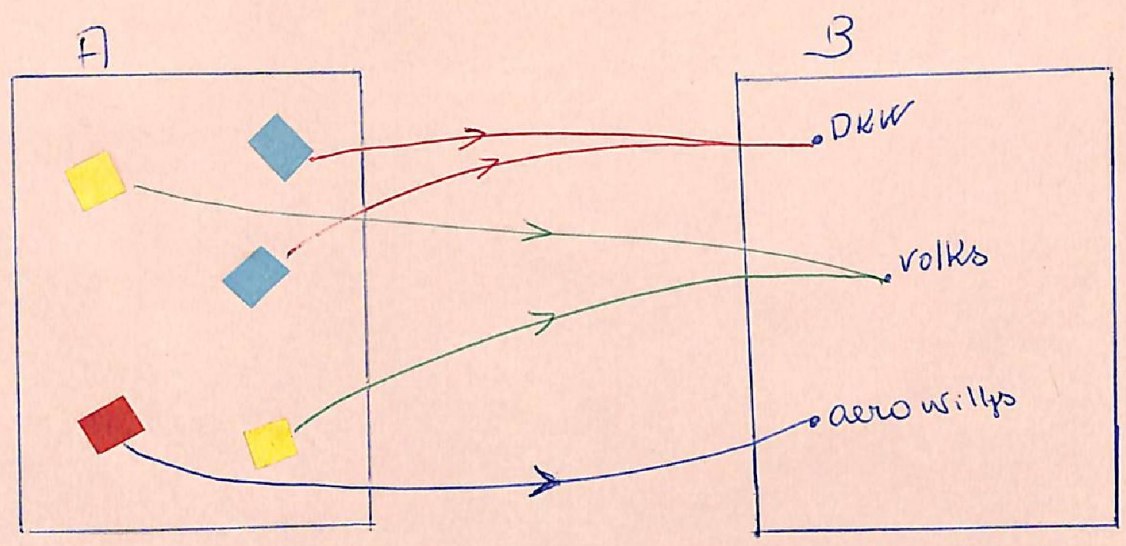
Assim poderemos estabelecer uma série de outras relações, aproveitando os exemplos dados pelas crianças.

Vamos estabelecer uma relação entre os conjuntos abaixo, determinada pela seguinte lei: "ter o mesmo número de elementos"

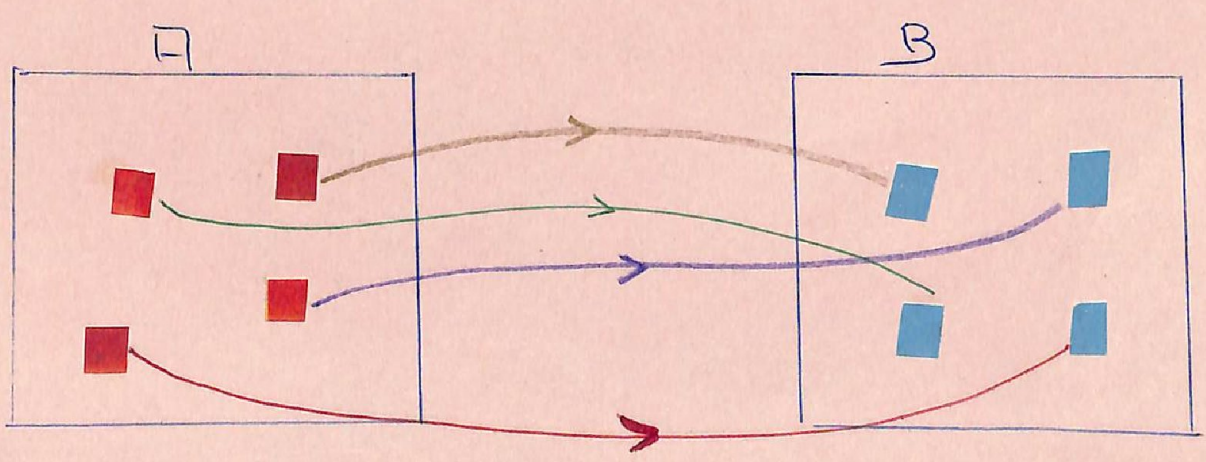
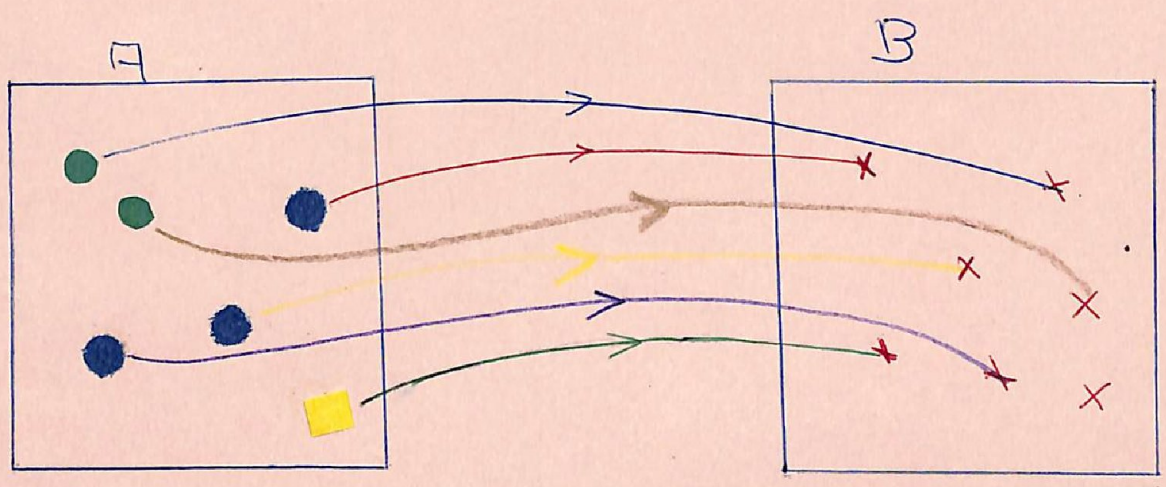


Assim se a dois conjuntos está associado o mesmo número, este fato permite dizer que o nº de elementos de um conjunto é igual ao nº de elementos do outro conjunto.  $\#A = \#B$

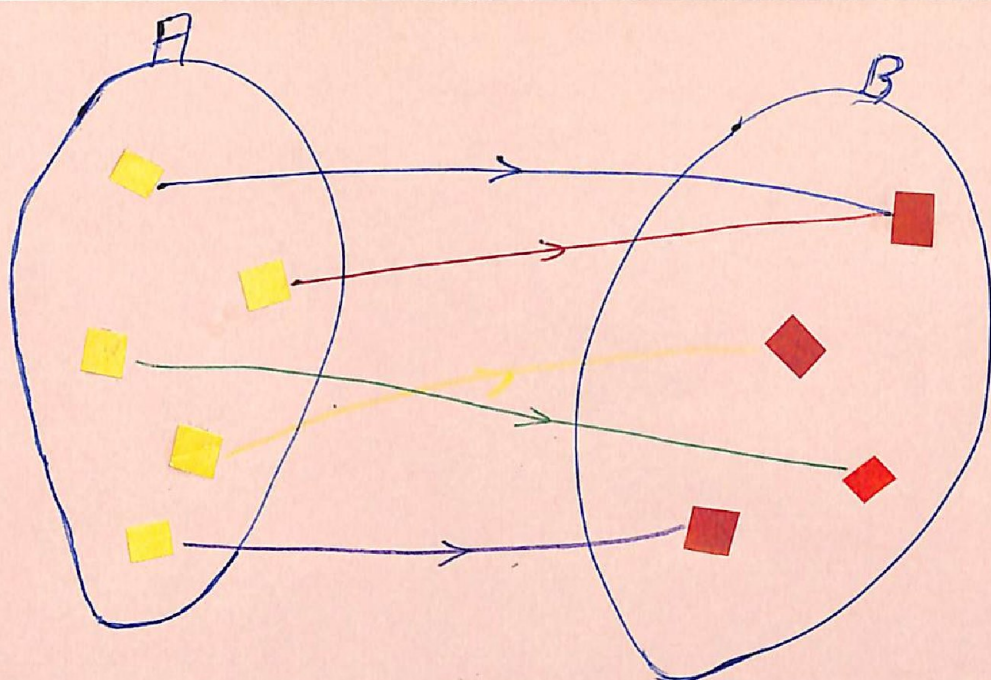
O sinal = é o símbolo da importante relação de igualdade, onde A é o primeiro (termo) membro e B é o segundo.



... "ser da marca" ...







É assim através dos mais variados gráficos o professor irá levando as crianças a perceberem as diferenças existentes entre uns e outros. Dessa forma a matemática vai se desenvolver de modo mais atraente, permitindo uma tomada de consciência de suas noções fundamentais através das situações de vida quotidiana, tornando o ensino mais vivo e eficaz.

Vilma Brenhadoro