INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLÔRES DA CUNHA

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Developmental Teaching

By James Mursell

CAPITULO 7 - O desenvolvimento do pensamento racional la -pag. 190 a 222

tradutora Inge Strack

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO RACIONAL LA Relacional

Outra linha mestra do desenvolvimento mental está no que é chamado ora abstrato, ora quantitativo, ou "pensamento relacional". Por várias razões o último dêsses têrmos parece ser o melhor,

O pensamento relacional trata do conteudo puramente lógico da experiência. Quando se reconhece que uma cousa ou uma coleção é a maior que outra; que uma cousa vem após a outra; ou que é a terceira a partir do fim; que $1/2 = 2/4$; que a linha reta é a distância menor entre dois pontos; que se A= B e B=C então A= C; que 2x2 = 4 e 3x2 = 6 e que isto corresponde a 2 + 2 e a 2+2x2 2+2+2; que se a libra de alguma cousa custa $ 2 então 10 libras custarão $20; estamos tratando com experiencias em têrmos puramente relacionais.

O pensamento relacional é a substância da matemática. A matemática não consiste em somas adições e computações. É a ciência das relações. Todos os seus ramos, como a aritimética, geometria, álgebra , trigonometria e assim por diante, são formas ou áreas especiais do pensamento relacional. A matemática é mal ensinada e aprendida e encarada como uma espécie de espetro curricular normal é porque apresentada como se tratasse principalmente de adições e operações de rotina enquanto / sua essência é a compreensão das relações, e o progresso nela é equivalente ao crescimento nesta compreensão.

A SEQUÊNCIA DO DESENVOLVIMENTO : BASE PSICOLÓGICA

1 - O pensamento relacional e o seu desenvolvimento envolvem toda a personalidade. Êste ponto é de extrema significação. Não há nenhuma outra disciplina no currículo em que os valores da personalidade sejam tão dramàticamente importantes como o são na matemática. Também não há nenhuma outra disciplina no ensino em que êstes valores sejam tão mal manipulados.

Geraldine, com 17 anos de idade e um Q. I. de 105, foi interrogada que sôbre distância pode uma pessoa percorrer em 10 segundos , se percorre 6 pés em 1/2 segundo. Ela não soube responder. "Quando eu examino um problema aritimético " - disse ela -"minha mente fica confusa e eu não posso pensar em nada". Isso tudo é bem característico das atitudes predominantes com relação à matemática. Numa agência de informações foi proposto que $ 64 deveriam ser divididos entre 10 pessoas, perguntou-se quanto tocaria a cada uma. Ninguém soube responder. Uma do na de casa decidiu procurar o fornecedor de gêlo e solicitou-lhe o total de sua conta. Ela tinha adquirido 1425 libras de gêlo a 50 cents cada 100 libras. Primeiro ela pensara que sua conta fôsse de \$365,25. Isto lhe pareceu exagero, assim fez o cálculo novamente, que deu \$17. O fornecedor, entretanto, estava certo, êle cobrara \$17,13. Sessenta por cento dos recrutas no Exercito dos E.E. U.U. erram problemas como, p. ex.; achar 18% de 135, ou a soma de 2/3 e 3/4. E descobriu-se que a má vontade de certas crianças relativa à matemática é tão extrema que ao serem forçadas a estudá-la podem adoecer fìsicamente.(125,Hildreth).

Tudo isso seria compreensível se o conteúdo da matemática fôsse remoto ou muito artificial e se para aprendê-lo fôsse necessário passar pela série repugnante e anti-natural dos esforços que o elefante passa para pôr-se de pé sobre uma cuba. Mas, isto, simplesmente não é verdade. O pensamento relacional, ou melhor, o comportamento relacional, tratando com experiências nos têrmos de seu conteúdo relacional, é básico para a natureza humana. Aparece mesmo nas crianças muito pequenas. Ninguém pode progredir sem êle. Não requer nenhuma espécie de habilidade especial. É um dos caminhos normais e essenciais com que os homens resolvem os problemas da vida. Certamente, existem diferenças na distância que as pessoas podem percorrer nesta estrada, mas literalmente, cada uma é capaz de percorrer uma parte dêste caminho. Assim, para Geraldine com seu Q I. de 105, não havia nenhuma razão para ela não resolver certo, os cálculos elementares, nenhuma razão exceto, ensino mal orientado.

Além disso, o desenvolvimento do pensamento relacional é, em si mesmo, um processo de esclarecimento, um processo no qual a pessoa se torna mais capaz de conduzir-se na vida e enfrentar seus desafios. Existem fenômenos sociais e econômicos e problemas que não podem ser entendidos, em relação aos quais não se pode estabelecer atitudes inteligentes, a não ser quando se é capaz de pensar em termos relacionais. Como duas sugestões simples, considerai o seguinte. As pessoas falam constantemente sôbre médias, sem o mais leve conhecimento, seja das armadilhas, seja da significação real do conceito. Ou então, professôres e alunos, tanto uns como os outros têm noções sôbre testes, e estas noções afetam, profundamente, seus sentimentos e suas ações. Mas, se a gente lhes conta, o que é, obviamente, o caso, que todo o valor de um teste gira em tôrno de sua capacidade de reduzir a probabilidade de êrro em predições futuras, êles acham a noção assustadora e nova.

Esta é a razão porque os fracassos matemáticos têm uma seriedade muito além de sua inconveniência prática, imediata. Quando não se pode confiar nas contas dos empregados, quando os recrutas do exercito não podem somar simples frações, quando uma mulher não sabe fazer a conta do gelo que comprou, muito mais está envolvido que ineficiência em alguns estratagemas úteis. É um inválido matemático, a pessoa incapaz de pensar e, por conseguinte, de sentir e agir, em têrmos que constituem, de certo modo, os valores mais altos da instrução pessoal.

A causa dêsses desastres é clara. É o tratamento persistente da matemática, envolvendo, apenas, habilidades intelectuais isoladas. Essas habilidades são, na verdade, aqueles tantos cubos sôbre os quais o pobre elefante deve colocar-se de pé, fazendo um esfôrço fora do natural. Tem pouquíssima relação com qualquer cousa da vida normal, e o seu efeito sôbre o desenvolvimento e ajustamento total é quase sempre desastroso.

Se pelo contrário, a matemática é tratada tendo como base o pensamento relacional, então estamos lidando com um processo normal e significativo e um instrumento poderoso que pode ajudar o indivíduo a chegar a um acôrdo consigo mesmo e com o mundo.

2- O desenvolvimento do pensamento é contínuo. Há razões em se acreditar que seus primeiros vislumbres aparecem na vida animal, muito antes do estágio em que os números, como tais, têm significação. Muitos animais inferiores parecem responder a configurações, como, p. ex., o rebanho, os ovos de um ninho, sem qualquer espécie de enumeração. O número 6 parece ter um valor decisivo. As crianças pequenas parecem diferençar agrupamentos até 6, mas não além (235, Ress). De tão humildes começos se originam as conquistas de um Newton e de um Einstein, por uma evolução constante, um crescimento gradual e contínuo.

O comportamento pré-numérico de um tipo relacional se manifesta cedo. Pode tomar a forma de "juntar", como quando a criança pequena acumula pinhas, uma por uma; ou a forma de separar como quando come as ervilhas de seu prato, uma por uma.

Num nível precoce, os números podem ser usados, não, entretanto, como símbolos gerais, mas como nomes de eventos sucessivos. Experiências neste sentido e respostas a eventos sucessivos, nesta base, são frequentes. Dá-se uma transição quando a criança descobre que as relações entre números e cousas dependem de um arranjo, p. ex. que o terceiro degrau de uma escada, não é o nome de um degrau particular , mas, é determinado por onde se começa , de cima ou de baixo. Aqui se inicia o processo da contagem. É digno de nota que as crianças podem enumerar nomes antes de poder contar, isto é, como nomes de eventos específicos. A transição para a contagem significa uma mudança da enumeração dos nomes dos números para as coisas, para a combinação das coisas com as séries de números. Um outro aspecto do número que evolue na mentalidade infantil é a função de agrupar. Quando a criança se tornou capaz de contar, isto é, de começar com um de seus brinquedos, compará-lo com a série de números e descobrir que tem 10, o último número da série vale por tôda a coleção. Assim os números vêem a ser usados como símbolos de coleção e a compreensão dessa significação mais extensa, chega subitamente, muitas vêzes. (235 - Ress.)

A transição da contagem para a compreensão das operações é significante. Todavia não há uma quebra brusca no desenvolvimento. A idéia básica da adição precede à da subtração porque a criança já está condicionada a"contar para diante" , isto é , em direção a números mais altos, em vez de para"trás". É preciso ser atendido que em um certo nível do desenvolvimento mental, a contagem é a melhor prática no trato com relações por meio do número de que a criança é capaz, e que já é um avanço o uso de números como nome para coisas ou eventos particulares. As operações envolvem um tipo mais alto de integração, principalmente trabalhando com coleções e manipulando coleções -A adição é uma combinação de coleções; a subtração é tirar coleções de coleções: a multiplicação e a divisão são elaborações dêsses dois modos de manipulação. Assim é que devem ser entendidos. Estas operações, muitas vêzes, são ensinadas como puras rotinas ou"habilidades" de memorização, mas nunca são com segurança aprendidas ou incorporadas à personalidade nem nunca provêm uma base para subsequente crescimento do pensamento racional até que sejam "entendidas".

Mais adiante na mesma linha de desenvolvimento do pensamento relacional vem a transição da aritmética para a algebra, A aritmética requer uma resposta ou resultado específico. A álgebra trata das relações e indica processos de um modo mais geral. Assim esta mudança é uma espécie de repetição num nível mais alto de transição, da enumeração dos números para a verdadeira contagem. (67 - Everett). A álgebra, portanto, não é uma disciplina separada, a não ser num sentido restrito e artificial, mas uma fase na constante evolução do "insight" racional. A continuidade de ramos mais altos da matemática, dificilmente necessita ser demonstrada aqui, É universalmente reconhecida pelos especialistas dêste setor. Analítica, trigonometria, cálculos são inter-relacionadas. Tôdas tem pensamento relacional ou discernimento lógico, como conteúdo essencial.

3- A natureza da mudança que toma lugar com o desenvolvimentos do pensamento relacional, foi suficientemente esclarecida nas ilustrações já mencionadas, Depende dos processos de encadeamento da diferenciação e integração, Já vimos como o comando dos conceitos dos números evolui, Os números progressivamente diferenciados da experiência quantitativa pré-numeral, como nomes para coisas e eventos específicos, como símbolos para a ordem e disposição de coisas, e finalmente, como símbolos de coleções (números cardinais).Com tais diferenciações há melhores padrões de integração. Num certo nível uma criança que tem dois brinquedos e recebe mais três, precisa contar se deseja saber quantos tem ao todo. Depois que os números se estabeleceram como conceitos de coleção, torna se possível, para ela somar. Levando o discernimento das relações de coleção um pouco mais adiante, a multiplicação torna-se possível. A noção de inteiro e de parte está obscuramente presente desde os primeiros anos de vida. Pode-se vê-la em função no comportamento de uma criança que deseja tomar todo o alimento que está contido na sua xícara ou recusa parte dele. Quando diferencia e se torna claro, é possível a compreensão e o uso das frações. A diferenciação mais avançada, quando se percebe que é possível lidar / não sòmente com êste ou aquêle número particular, mas com "qualquer número", é que torna possível novas integrações da álgebra.

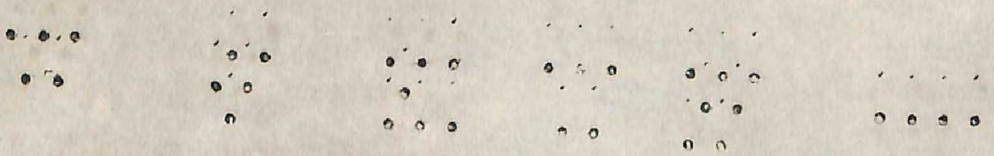
4- Junto com esta diferenciação progressiva e integração vai um comando evolutivo dos termos abstratos, processos abstratos e pensamento abstrato. A criança adquire uma compreensão da adição através de numerosas experiências, entre as quais também se contam experiências com coleções. Ela descobre que quando se combina uma coleção de cinco cousas com uma coleção de três, tem-se uma nova coleção de oito cousas. Depois descobre que existem símbolos que oferecem uma maneira rápida de escrever e registrar êste resultado e relembrá-lo para uso futuro, de modo que a expressão 5+3= 8 vem a ter significado para ela. A significação dos símbolos fracionários, também, vem a ser entendida através da experimentação e manipulação com todos e partes.

Eis um exemplo de pensamento, de um grupo de alunos do 6º grau, que estabelece compreensão das relações fracionárias: "Qualquer coisa é um todo por si mesma. Eu poderia cortar fora a orelha do Mickey e então ter dois inteiros, Se você tirar uma lasca de um barril, seria uma fração, mas então seria uma lasca ou um todo. Se eu tomasse uma parte de uma maçã, eu não saberia, mas seria um todo. Se você não vê que é uma parte da maçã, você pode pensar que é um todo". (235 Ross, pag 159 - 160) Isso tudo envolve a compreensão que símbolos tais como 1/2 ou 1/4 podem ser compreendidos e manipu lados com entidades em seu próprio direito, ou com "standing" para partes ou entidades maiores. Muitissimas vêzes na instrução da matemática, as abstrações, isto é, os símbolos e sua manipulação são ensinados através da regra e da memorização, na crença de que esta maneira se consegue que a criança pense e opere em têrmos relacionais. Mas êstes símbolos e abstrações só podem funcionar como resultados de um longo e intrincado processo de crescimento. A maneira apropriada de ensiná-los é através de uma evolução da compreensão; porque quando não são compreendidos, mas apenas memorizados, são aprendidos inseguramente e não proporcionam uma base para desenvolvimento futuro do pensamento e compreensão relacional.

SIGNIFICÂNCIA PRÁTICA: O PROGRAMA TOTAL E SUA ORGANIZAÇÃO

1 - A Linha do desenvolvimento progressivo: A matemática tem sido definida como "ciência das relações necessárias" (102 - Hamley, pag. 2) Assim o ensino da matemática desde o comêço deveria estar baseado na compreensão das relações, isto é, no pensamento relacional. No ensino da matemática, a consideração chave é desenvolver o discernimento das inter-relações do sistema numérico, pelo qual, os métodos crus através dos quais as crianças lidam com relação à quantidade, pode ser levado adiante para a competência e maturidade (281 Thiele). A mesma ênfase, embora aplicada diferentemente, - a ênfase da compreensão, da generalização, do pensamento do insight - deve ter coração como o centro do ensino em todos os outros ramos da matemática tais como ~~em~~ álgebra, geometria, trigonometria e assim por diante. Essa é a linha determinante sôbre a qual deve ser organizado o programa inteiro.

Para ver o que isto significa consideraremos um número de aplicações em diferentes situações, bem como alguns exemplos do ensino da matemática onde a idéia não é levada em conta. Para começar com um dos últimos descobre-se que dificuldade com a matemática, muitas vêzes, começa bastante cedo e gira ao redor do fato de que a grande maioria das crianças nunca estabelece conceitos numéricos adequados. Assim foram mostradas a 1858 crianças do 1º ao 7º grau, "Retratos de números concretos" consistindo dos de 3 até doze pontos em várias configurações, como os que seguem



Foi-lhes perguntado quantos pontos havia em cada figura, e também como o descobriram. Na maioria dos casos provaram usar métodos grosseiros de enumeração, geralmente, contando ponto por ponto. A disposição lógica dos pontos em seis configurações diferentes - quadrado, de diamante, dominó, triangular, desigual e linear - deveria ter sugestionado fortemente o método de análise de coleções, observando a altura e semelhança : Mas êstes métodos não apareceram. Estas criança eram predominantemente "contadoras", operando e lidando com uma situação operacional num baixo nível de integração e compreensão (26 - Browell) .

Este tipo de fraqueza repousa na base da maioria das ineficiências tão notórias em aritmética, comummente encontradas.

No ensino das combinações numéricas (adição, subtração, multiplicação e divisão) o principal é sempre conseguir que a criança compreenda o que a operação significa e o que está realmente fazendo. 5+ 3 = 8 não é um fato a ser memorizado, mas uma generalização baseada nas relações das séries numéricas a ser entendidas. Suponhamos que desejamos ensinár à criança que 7 + .5 = 12. Uma maneira de fazê-lo seria usar 2 coleções, uma de 7 coisas e outra de 5. A criança pode tomar coisas da coleção de 5 e colocá-las na coleção de 7 até que tenha uma coleção de 10 . Depois pode colocá-la de lado e tomar as duas cousas restantes, da coleção original de 5, e colocá-las ao longo da coleção de 10 que havia construido. Dêste modo descobre que 7 + 5 = 10 + 2 = 12. E generalizações tais como 5 + 3 = 8 e 7 + 5 = 12 nunca deveriam ser automatizadas, como precisam ser para o uso prático, enquanto não fôssem entendidas . Assim as séries numéricas e experiências relacionadas com ela podem ser feitas para capacitar a criança a / descobrir generalizações úteis, p. ex. , que qualquer número mais 1 é o número seguinte, que qualquer número mais dois ....(is the next but 1) , que 4+4 é muito parecido com 4 + 5, que 9 + 6 é o mesmo que 10 + 5 , que qualquer número mais 0 (Zero) é o mesmo número, e assim por diante. (281 - Thiete).

Como uma ilustração de generalização mais complexas e aprendizagem em aritmética, considera a significância especial da coleção 10. Podemos tomar 18 objetos, tais como bilhetes, vara, cartas ou livros e mostrar que podem ser entendidos como uma coleção de 10 com 8 mais.

Assim ao escrever os números de 10 a 19 prestamos particular atenção à coleção 10 indicando-a num certo lugar cada vez e assim surge o conceito do valor posicional. Para entender e esclarecer o conceito do valor posicional, as crianças podem estudar um cartão, dando os números de 1 a 100 em colunas de 10, retirando todos os 4, todos os 6 e assim por diante e observando como estão dispostos. Podem fazer isto como uma experiência concreta, fazendo 4 fichas de 10 bilhetes, cada um com 4 à esquerda justamente para verem o que significa quando tem 4 na casa das dezenas e 4 na casa da unidades. A interpretação ainda pode ser levada adiante trazendo à luz o conceito do zêro como " place holder" e observando que 90, 70 ou 80 como aparecem no cartão significam 9 7 ou 8 feixes de 10. Observa como tudo isto leva à compreensão dos processos fundamentais. Temos a soma :

$$\begin{array}{r} 48 \\ \underline{39} \\ 87 \end{array}$$

A criança vê que, quando as unidades são combinadas, dá 17. Êste é constituido por uma coleção de 10 com outras de sua espécie perfazendo ao todo 8 delas. Aqui está a aproximação via "insight" e compreensão do celebrado problema transporte ("carring") o qual tinha sido mencionado como uma ilustração.

Indo adiante, para as frações, muitos alunos fracassaram neste ponto porque nunca apreenderam a idéia básica envolvida. Descobriu-se , várias vêzes, que as crianças não sabem a magnitude relativa de 1/2, 1/4, 1/3, etc. Entretanto, sérios esforços foram feitos para ensinar a estas crianças as regras e processos para a manipulação de en tidades fracionárias. Que possibilidade de uma boa aprendizagem existe, quando há tal ausência de "insight"? Entretanto, as frações podem ser tratadas prontamente, uma vez que a criança perceba que está falando sôbre, partes da unidade, escrevendo sôbre partes de um todo e manipulando partes de um todo - justamente a espécie de cousas que lhe são familiares quando corta pedaços de barbante ou tiras de papel, parte um bolo ou torta ou observa o processo de partir.

a) O conceito de coleção, o conceito de função ou relação, o conceito de coleção 10 como base, o conceito de revolução de uma origem sobre um eixo; todos aparecem nos processos do pensamento da matemática superior.

É um êrro fundamental pensar que a matemática elementar lide com rotinas e somente a matemática superior, com o pensamento relacional.

b) Para acentuar ainda mais nossa noção da linha do desenvolvimento progressivo do pensamento relacional, que é contínuo a partir do início, comparêmo-la com o velho tipo convencional do programa da matemática.

Aquêle programa está cheio de descontinuidades. Aprender a somar significou a aquisição rotineira (routine) de 100 "fatos da adição"; cada um não relacionado com os restantes. A técnica recomendada tem sido dizer à criança, p. ex., que 7 + 5 = 12, e depois exercitá-la nisto. Mais tarde se voltar a esquecer, medidas são tomadas para impedir que obtenha a resposta através da contagem ou por meio do raciocínio em qualquer modo e mais alguns exercícios de rotina são aplicados. Isto quebra a aprendizagem da adição em cem descontinuidades, cada uma a ser aprendida e armazenada para mais tarde, em vez de tratá-lo como, sendo dependente de uma compreensão evolutiva da natureza central do próprio processo.

Assim também, não há continuidade num tal programa entre adição, subtração, multiplicação e divisão, mas sòmente novos processos a serem martelados em casa (26,27, Brownell)

c) Pode ser perguntado se a aproximação da matemática através do pensamento é possível sòmente com alunos mais capazes. Isto é uma pergunta natural e pertinente. Afortunadamente temos material para uma resposta convincente. As combinações *1, dois dos quais se caracterizavam pela inteligência acima da média *2. Um grupo brilhante ~~e um grupo brilhante~~ e um grupo medíocre recebeu ensinamento nos têrmos da espécie de tratamento descrito acima e os outros dois grupos receberam aplicação excepcionalmente cuidadosa do método de exercícios. No fim do ano os escores dos testes dos primeiros grupos ensinados através do pensamento e compreensão, foi, respectivamente, 99 e 76, ao passo que os escores dos testes dos outros dois grupos ensinados por meio de exercício foram 77 e 55 (279, Thiele)

O ESTABELECIMENTO - Setting

Já tem sido apontado, muitas vêzes, que o estabelecimento de uma linha de desenvolvimento na experiência, comportamento e vida pessoal dos seres humanos é um dos momentos mais altos. Eis uns dos fatôres primários na formação de um bom programa de ensino. Como uma linha do desenvolvimento mental é relacionada com a vida atual, com a personalidade, com as realidades da experiência humana e conduta? Tal relação deve ser

*1- da adição foram ensinadas a quatro grupos de crianças...
*2- e outros dois pela inteligência abaixo da média.

~~Tal relação deve ser~~ construtivamente estabelecida na prática, ou todo o esquema do ensino de sesenvolvimento fracassa. É aqui o ponto de vista que está sendo apresentado, oferece uma solução a um dos mais árduos problemas no ensino da matemática

Tem sido dito, com freq"uência, que enquanto a matemática pode ser útil à civilização em geral, tem pouca atualiddde na vida pessoal ordinária, Se assim é, então não podemos organizar um bom "setting" do desenvolvimento progressivo da experiência diária, concreta, dinâmica, interessante. Isto, é, certamente, umax dificuldade, com a qual mais de um professor do matemática se defrontou. Propomos ensinar raiz quadrada, o teorema binominal, equações quadradas. Mas, quando é que as pessoas, em geral os usam? E como é possivel organizar situações com qualquer sôpro de vida e realidade em que os educandos encontrarão qualquer espécie de uso deles? Estas descobertas embaraçosas do senso comum óbvio tem sido reforçados pelos resultados da investigação. Foram feitos registros de tabulações diárias dos usos da aritmética, durante uma semana. Num dêles, que é claramente típico, verificou-se que a aritmética era usada para contar o troco no bar, somar duas contas bancárias, aproximando o preço de 3 1/2 jardas de material , computando o tempo entre dois lugares no horário da estação ferroviária, decidindo se 6 peras por 20 centavos ou 8 por um "quarter" eram melhor negócio, tomando as medidas para um novo tapête e par a as varetas das cortinas, predizendo o tempo total de um trabalho do tempo tomado por parte dêle, fazendo o balanço do livro de cheques, calculando a taxa sôbre uma nova anuidade policial. Um exame de aritmética usada por alunos do 3º grau nos seus afazeres diários mostrou que a adição e a subtração são mais frequentes, cobrindo a maioria dos fatos básicos; enquanto a multiplicação se limitou, principalmente, à taboada do cinco e a divisão ocorreu raramente. (299- Wahlstrom) É bem verdade que os adultos se defrontam, constantemente, com problemas e situações que requerem computações e raciocínios aritméticos, mas na maioria das vezes são bastante elementares (308 Wilson) Poderia parecer, então, que se nós aplicássemos estritamente , as necessidades aproximadas, em verdade , sòmente um mínimo de matemática seria necessário na vida ordinária. Ademais, pareceria indicar que não pode ser ensinada numa organização dinâmica das experiências e atividades vitais, porque, dificilmente entra em tais experiencias e atividades. Se é assim, a matemática torna-se a mais pura espécie do intelectualismo, um complexo e esotérico jôgo, levando a efeito arbitràriamente e sem significação por regras que não têm significância além do jogo em si mesmo.

Existe alguma resposta? Enquanto a matemática fôr equiparada a uma habilidade computacional, não haverá. Mas, igualada ao pensamento relacional, um quadro diferente emerge. A vida tanto da criança como dos adultos, está repleta de desafios ao pensamento relacional. A observância de escores, problemas de notas de venda, jogos numéricos, orçamentos, cardápios, receitas, cálculos dos ordenados de emprêgo de meio período, as reivindicações, compras em prestacões, aquisição de estoques e ações, interpretação dos relatórios das companhias, problemas sociais e economicos mais amplos, conclusões de testes - a lista poderia continuar sem fim. Tudo isso envolve desafios e oportunidades para o pensamento relacional . Quando se pensa que a matemática é pouco usada na vida, a unica conclusão é que o seu ensino é tão mal orientado e tão mecânico que as pessoas nunca chegam a compreender sua essência e possibilidade- e que é ensinada como a tecnica de adições cada vez mais complicadas. Veja o livro texto convencional de matemá tica e o encontrará abarrotado com problemas estremamente remotos e até mesmo absurdos. O tempo de encontro de dois trens, o enchimento de banheiras abertas de duas torneiras correndo, a idade em que um menino pode esperar um presente prometido; êstes problemas e outros semelhantes são considerados exemplos das aplicações da matemática e situações em em que a compreensão melhor pode ser proporcionada. Não é de admirar, portanto, que um certo menino de ginásio que precisa verificar as vendas de jornais e receber dinheiro, guardando o número de jornaes vendidos e não vendidos, ficou espantado de descobrir que isto, era um genuino problema matemático.

Uma fase da matemática que está sendo valorizada como bom procedimento no ensino moderno, é chamada aritmética social. Unidades típicas são: Maneiras de contar o Tempo, O Desenvolvimento de nosso sistema de Taxação, De onde as Escolas adquirem seu dinheiro, as Razões das Cooperativas de Consumidores, Como o Termômetro Têm Ajudado o Homem nas Estufas, Como o Serviço Meteorológico Ajuda Aviadores e Marinheiros, Os gastos do Correio na Entrega de uma carta.

A matemática social gira sobre o estabelecimento de problemas de significação social e problemas de vida envolvendo aritmética. (34 - Bruckner; 97 - Grossnickle)

Isto está absolutamente certo tão longe quanto vai. Mas precisa ser levado um passo adiante. A aritmética social não deveria ser considerada como uma fase ou espécie de aritmética. Deveria ser considerada como uma provisão da espécie de estabelecimento que deveria ser usado sempre e em qualquer parte do desenvolvimento do pensamento relacional. A espécie certa de estabelecimento torna-se imediatamente possível, quando paramos de considerar a matemática como efetuação de adições e a memorização de técnicas e começamos a encará-la como pensamento relacional.

MUDANÇA DE DESENVOLVIMENTO PROGRESSIVO

O programa de matemática em todos os níveis, pode exemplificar magnificamentee, os processos de diferenciação, integração e aparecimento da precisão e abstração que são as características da alteração do desenvolvimento progressivo.

Por exemplo, muitas dificuldades com multiplicação que ocorrem no 5º grau são devidas ao "transporte". Assim um aluno a quem se mandou multiplicar 43 por 8 *1 vezes 3 são 24, escreveu 4 e esqueceu de transportar o 2, dando a resposta 324. Professôres convidados a estudar êste exemplo, fizeram sugestões corretivas que tiveram pouco valor. Acreditavam tais professôres que essas dificuldades poderiam ser corrigidas exigindo maior "cuidado" dos alunos, ou pelo bom e velho cura - tudo, o "exercício, exercício, exercício". É necessário entretanto, saber em quê se deve tomar cuidado e o exercício deve ter um ponto para ser útil. A fraqueza girava em tôrno de uma falha da compreensão, a qual, por sua vez, pode ser considerada como uma falha em diferenciar os aspectos essenciais da operação e numa falha, por conseguinte, em estabelecer o padrão integrativo apropriado.

Uma das dificuldades persistente na solução de problemas é a quebra de hábitos rotineiros de computação, quando são requeridos em situações novas.

Os alunos sabem somar, subtrair, multiplicar e dividir, quando explicitamente solicitados a fazê-lo, mas não sabem selecionar a operação certa e efetuá-la corretamente em resposta às exigências gerais de um problema. Isto mostra que a significação das operações, as diferenças essenciais entre elas e por conseguinte, sua adequação, não foram apreendidas (100 - Hall). Igualmente foi constatado que problemas verbais de matemática se

*1 - começou dizendo que 8 vêzes . . .

tornam-se mais difíceis quando enunciados de modo que contenham dados supérfluos e desapropriados. A solução do problema é adquirida, segundo um uso, como uma habilidade de rotina, supondo que o enunciado do problema é completo e não contém nada desnecessário. Quando esta condição é modificada aparece uma inabilidade em discriminar entre material pertinente e desapropriado (61 - Dayly) Isto nasce do processo de abstração.

É sempre importante verbalizar compreensões, e em nenhuma parte é tão valioso como em matemática. As crianças ~~para com~~ precisam crescer na compreensão da linguagem simbólica, e manejar tabulações, graficos e formulários em relatórios significativos. Mas um estudo dos meios ou instrumentos abstratos da linguagem matemática não produz "insight" por si mesmo. Tem de ir além do "insight", ou é a pior espécie de verbalismo. Isto significa que os alunos de todos os níveis deveriam, êles mesmos, fazer relatórios e sumários do conteúdo relacional da experiência, em forma de gráficos, tabelas, formulas e também pelo uso de têrmos como média, avaliação, perímetro e assim por diante . Quando uma classe de geometria examina uma figura, na qual estão englobadas algumas relações, alcança um conhecimento de seus aspectos chaves, por meio da discussão, verifica como uma demonstração pode ser feita, formula o teorema envolvido, na linguagem mais clara e concisa possível e compara esta formulação com sua apresentação no livro texto; o processo de abstração tem sido usado como deveria ter sido usado, isto é, para estruturar um "insight" que foi desenvolvido.

Também é preciso compreender que precisão e perfeição emergem do processo de desenvolvimento progressivo. Ser capaz de resolver uma dada operação pelo padrão comum, obter a resposta certa, discorrer corretamente sôbre a prova de um teorema, não são, de modo algum garantias de precisão do pensamento. Uma criança pode dispor dois 3 "place number" , corretamente, para adição, de modo que as centenas, dezenas e unidades estejam exatamente, umas em baixo das outras, e pode obter a soma certa . Mas, isto pode significar é que esteja seguindo instruções e sendo claro, talvez sem qualquer compreensão do que está envolvido no "transporte". Muitos alunos, nos graus mais adiantados, sabem computar rápida e corretamente e isto sugere que para êles a aritimética é um instrumento útil. Mas podem estar usando métodos que, seguramente, impedirão progresso posterior em matemática. Precisão de pensamento e compreensão são mais importantes que precisão de habilidade.

A maneira como, atualmente, essa precisão se estabelece, está bem ilustrada no curso de geometria sôbre a natureza da prova, que já foi descrito. Na seqüência do pensamento relacional , que foi a substância dêste curso, apareceu a questão das paralelas. A definição de linhas paralelas como linhas que nunca se encontram por considerada sujeita a objeções, porque isto nunca pôde ser verificado. Foi então sugerido que as paralelas poderiam ser definidas como linhas que tinham a mesma rotação sôbre uma linha reta interceptora. Como crítica foi apontado que isso só poderia resultar em ângulos iguais. A definição final foi que linhas paralelas são linhas que tem ambas a mesma quantidade e a mesma direção de rotação sobre uma linha que as intercepta. (69- Tawcett).

Nunca será demasiadamente acentuado que um desenvolvimento apropriado do pensamento relacional não pode ser assegurado pelo método comum de ensinar fatos não relacionados, conclusões estabelecidas e provas elaboradas. Assim, ensinar os diferentes fatos da adição independentemente um do outro, de modo algum é diferenciação; porque êste processo significa o aparecimento ou formação explícita de diferenças significantes e não a acumulação de itens não relacionados. O ensino desta espécie tende fortemente, para um "trabalho terapêutico" em aritimética, o qual poderia ser definido como um demorado ataque aos sintomas produzidos pelo mau ensino.

O que é preciso acima de tudo em aritimética é um programa menos extenso e mais reflexão. Os alunos no curso de geometria sôbre "A natureza de Prova" vieram com menos teoremas que os exigidos no curso standard, mas aprenderam muito mais geometria. Para desenvolver compreensões e estabelecer uma seqüência sadia de crescimento, requer tempo, particularmente nos primeiros estágios, porque depende de reflexão e experimentação, de exploração e descoberta. No programa de matemática nada pode compensar a falta de insight.

Significância prática : II Certas conclusões decisivas

1 - A unidade do programa

Do ponto de vista do desenvolvimento progressivo, o programa de matemática é uma seqüência unificada com relação à ideia em redor do pensamento relacional. Muitas vêzes, é feita uma distinção entre a aritimética informal e a aritimética formal; isto é, a aritimética aplicada a situações concretas com adequadas aprendizagens aritiméticas, surgindo incidentalmente, por um lado e por outro, o ensino direto das técnicas aritiméticas. Outra distinção muito comum é entre aritimética "social" e "computacional" , isto é, entre aritimética em situações, tais como trabalhar num correio de aula, ou loja, nos níveis mais inferiores, ou problemas sociais e econômicos mais amplos nos níveis mais adiantados, por um lado ou o ensino direto das técnicas computacionais, por outro.

Ainda uma terceira distinção comum é feita entre uma prontidão ou estágio pré-aritimético e o estudo adequado da aritimética formal. Todas essas distinções, são, pelo menos , duvidosas . Do ponto de vista do desenvolvimento progressivo o que sempre deveria se dar é o benefício do pensamento relacional em "settings" que sejam ricos, variados, significantes e compreensíveis para os alunos. Assim também as distinções entre aritmética , álgebra, geometria, trigonometria e cálculo são, na maioria, superficiais e geralmente, meras conveniências - ou talvez melhor, obstáculos. O programa deveria ser considerado como um resultado contínuo generalizações, progressivamente, mais amplas, melhores abstrações, precisões mais altas, diferenciações mais refinadas e integrações mais efetivas.

2 - A SEQÜÊNCIA DO PROGRAMA

Esta questão surge do que acaba de ser dito, porque muitas vêzes, é sugerido que, enquanto as situações usadas em aritimética social não necessitam seguir uma ordem determinada, estando dentro da capacidade geral da maturidade dos alunos, a aritmética computacional tem de sem ensinada numa seqüência sistemática do simples ao complexo.

A idéia do arranjo do simples ao complexo das habilidades computacionais parece muito convincente, mas, em realidade, é duvidosa. O mais completo estudo feito sôbre esta questão resultou em uma disposição dos / processos fundamentais em ordem de dificuldade, Para ilustrar certas combinações consideradas, especialmente difíceis, p.ex. 7+6, 5+9, 9+8, 16-9, 13-8, 11-3, 8 vêzes 7, 9 vêzes 6, 54 divididos por 9 (53 -Clapp); e êstes resultados foram independentemente confirmados (303 Washburne and Vogel) O método básico usado foi averiguar o número médio de crianças que acerta e erra cada combinação nos diversos níveis . Graduação e disposição em seqüência, do material para reconhecer estas diferenças em dificuldade, foi recomendada, e as sugestões foram largamente observadas e praticadas. Porém, do ponto de vista do desenvolvimento progressivo a inteira noção de uma ordem fixa de dificuldade é enganadora. As médias não contam a verdadeira história . O que é difícil para uma pessoa pode ser comparativamente fácil para outra; e nós estamos ensinando indivíduos e não médias. Na maioria das vêzes uma dificuldade qualquer depende muito de como é tratada, e sobretudo de seu "setting" na seqüência total do desenvolvimento. Quando as combinações são ensinadas de cor, os exemplos acima mencionados podem ser particularmente árduos. Todavia, já vimos que a tabuada do nove, considerada como muito difícil, pode ser prontamente tratada através da compreensão, isto é, ajudando as crianças a descobrir que há uma ordem descendente nos algarismos das unidades e uma ordem ascendente nos algarismos das / dezenas, que a soma dos algarismos em cada produto é 9, que 45 e 90 podem ser usados como pontos de referências, e assim por diante (281 -Thiele). Ademais foi descoberto que muitos alunos do 6º grau podem compreender percentagens enquanto muitos alunos do 7º grau não o podem ; que muitos do 4º grau sabem resolver divisões com dois algarismos, ao passo que muitos do 5º grau não podem(304, Wheat) Essas diferenças não dependem primàriamente de classificação em graus ou idade cronológica ou até mesmo da idade mental. O fator mais importante é o desenvolvimento prévio no pensamento relacional, o aparecimento do "Insight", das diferenciações, das integrações. Assim é certo dizer que não há ordem fixa de dificuldade, e, por conseguinte, não há ordem lógica, fixa, para a seqüência do programa .Isto é indubitavelmente verdade em toda sua extensão.

Outro aspecto da questão de seqüência que foi advogada nos últimos anos, é o adiamento da matemática. O trabalho mais notável neste sentido foi o de Benezet(q.v.) Êle adiou o estudo da matemática para o 6º grau sem quaisquer resultados desastrosos. Neste caso e em conexão com o adiantamento é que as crianças aprenderão melhor quando forem mais velhas. Existe uma verdade nisto; porque foi demonstrado que uma pessoa pode aprender melhor aos doze anos que aos 5, melhor aos 18 que aos 12 e que alcança o máximo aos 22 (287 - Thorndike)

Mas isto não é realmente um motivo para o adiamento. Benezet mostrou que um adiamento radical da aritmética, parece não piorar os resultados. Mas, certamente, não os melhoram e considerando quão precários são atualmente, o melhoramento, é o que desejamos. Além disso há evidência contra Benezet que o adiamento pode ocasionar prejuízo. Assim quando foi aplicado o "Battery A of the Public School Achievement Test" (um teste americano), em 5.961 crianças inglesas de 11 anos, excederam as normas do EE. UU. por 18 meses em computação e por 15 meses em solução de problemas (177 - Mc. Gregor) Também foram testadas 5.000 crianças de 6º grau sôbre habilidades aritméticas. Um têrço delas havia começado aritimética no 1º grau, 1/3 no 2º grau, 1/3 no terceiro. Em 11 das 12 habilidades testadas, a vantagem estava com aquelas crianças / que começaram mais cedo (302 - Washburne).

Entretanto, seria um grande êrro pensar que começar cedo significa exercitar cedo. O início em aritmética deveria ser como o início em leitura, onde tão excelentes resultados foram alcançados. Deveria haver situações livres, interessantes, ricas, com muita oportunidade de pensar em têrmos relacionais sôbre cousas que tem significação para a criança. Assim como começar cedo em leitura é uma vantagem, não para estudar sôbre uma habilidade especializada, mas para auxiliar as crianças a se tornarem leitores, assim começar cedo em aritimética representa uma oportunidade para ajudá-las a se tornarem pessoas cada vez mais capazes de pensamento relacional.

3.

O VALOR E O LUGAR DO EXERCÍCIO (Drill)

Durante 2 0 anos mais ou menos entre 1908 e 1930, o interêsse pelo exercício esteve no seu apogeu. Apareceram muitas investigações sôbre o lugar e o processo do exercício em aritmética. Tratara detalhadamente de assuntos como, a duração apropriada dos períodos de exercício, o espaçamento adequado das pausas, o efeito de várias técnicas e processos. De modo geral deve ser dito que as descobertas sôbre a maioria dêstes pontos específicos foram bastante inconsistentes e pouco concludentes. Ninguém sabe, por exemplo que duração deveria ter o período ideal de exercício sob uma determinada série de circunstâncias ou quanto tempo deveria passar antes do próximo período. O principal resultado dêste enorme trabalho foi estabelecer o fato óbvio de que o exercício produz aprendizagem. Isto talvez não pareça tão digno de nota. Mas, em quase todos êsses estudos havia uma admirável limitação, que tem considerável significância. Quase invariàvelmente, trataram de exercícios nos graus intermediários e no ginásio e quase invariàvelmente, lidaram com o progresso de uma capacidade já formada e não com sua formação original ....,levantaram a questão do "quão bem" (how will) mas não a questão "como vem" (how come) 29 Brownell and Chazal)

Com interêsse e ênfase crescente do ponto de vista em matemática, outra série de questões foi levantada na pesquisa. Qual é o efeito do exercício prematuro? O que acontece quando exercitamos funções e / capacidades que não foram adequadamente estabelecidas? Como se comparam os efeitos do exercício com os de outras formas de aprendizagem? Aqui se chegou a algumas respostas decisivas. Exercício prematuro leva a verbalização superficial, impede a compreensão e "insight" e prepara o caminho para técnicas e métodos de trabalho deficientes. Isto é, exatamente, o que Snoddy (269) descobriu no estudo já mencionado, o qual mostrou que trabalhar para uma complexa e difícil coordenação motora, uma pessoa que exercita demasiado cedo e com demasiado afinco pode fracassar completamente. A atitude de desenvolvimente progressivo com relação ao problema do exercício, é o mesmo em matemática como em qualquer campo.

As computações e combinações numéricas necessitam ser compreendidas acima de tudo e o fato de os adultos realizá-las automàticamente, não é razão para acreditar que as crianças devam apreendê-las desta maneira (38 - Buckingham). A idéia de exercícios "estabelece" uma capacidade é basicamente, falsa. A essência da "Teoria do Exercício" que faz dêste processo a principal maneira de aprendizagem, é que uma capacidade complexa deveria ser partida em seus componentes, que êstes devem ser aprendidos de cor e isoladamente, que devem ser aprendidos na forma em que serão usados e que então serão combinados. Foi provado, sem a menor dúvida, que em prática, isto dá resultados muito incertos, inexatos e passageiros (27 - Brownell). A razão é que isto é enganador em cada particularidade. Os componentes devem ser diferençados antes / que possam ser significantes. É impossível apreendê-los bem, sem compreendê-los. Sempre que tal cousa é tentada o que acontece, atualmente, é aprendizagem deficiente e insegura. É impossível aprender componentes isolados na forma em que serão usados no futuro, porque serão usados de todos os modos e jeitos. Lembre-se que um dos obstáculos na solução de problemas é a incapacidade de usar técnicas computacionais de rotina em situações novas. Aqui, novamente a única resposta é a compreensão que produz, não hábitos fixos, mas domínios flexíveis. Geralmente, o que acontece nas situações de exercício prematuro é que o aluno aprende, como sempre pode, em têrmos de seu nível de maturidade, assim, neste caso aprende deficientemente.

4 - SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A solução de problemas é um aspecto especial do ensino da matemática convencionalmente organizado. Como um instrumento para o desenvolvimento do pensamento relacional e do "insight" está exposto a sérias objeções: a) o típico livro texto de problemas é externamente artificial em seu conteúdo. A situação que apresenta é, usualmente, muito improvável de ocorrer na vida real e no uso prático do pensamento matemático. B) É puramente verbal. c) Apresenta sòmente os dados necessários para a solução, e nada mais. d) Não expõe, nem pune em si mesmo, uma solução errada, como aconteceria, por exemplo, se fôsse cometido um êrro no traçado de uma cancha de tênis pelo teorema de Pitágoras. e) Está muito ligado a algum tópico ou processo específico, por exemplo, a equação linear com uma variável.

De um modo geral parece legítimo dizer que o problema típico, verbal, não é mais que um exercício do tipo de enigma. De modo algum está designado a conduzir a uma melhor compreensão da lógica das relações ou da grande significância desta lógica na vida humana. Que a solução de problemas, de fato, não ajuda, consideràvelmente, o desenvolvimento do pensamento relacional, está perfeitamente claro, através de várias investigações sôbre a atuação dos estudantes de agora. Êstes estudos revelam enormes percentagens de soluções erradas, incapacidade geral de lidar com problemas, métodos de solucionar que são muitas vêzes inúteis, parecendo faltar qualquer espécie de direção inteligente, e dificuldades criadas por qualquer variação do vocabulário do livro- texto(194, Monroe)

Vários recursos práticos foram propostos e experimentados para corrigir essas experiências. Foi dito que os estudantes deveriam ser ensinados a ler problemas mais cuidadosa e eficientemente, que deveria ser dada mais ênfase ao estudo dos têrmos técnicos, que aos alunos deveria ser ensinado a atacar qualquer problema, começando a classificá-lo de acôrdo com seu tipo geral.

Também um certo número de questionários foi preparado para auxiliar os alunos na sistematização de seu ataque a um problema, exigindo dêles, que escrevam o que se pede, o que deve ser provado, que conexões e relações são indicadas, e assim por diante.

Nenhum dêsses procedimentos e recursos ajudam na melhora, porque só tratam dos sintomas . A verdadeira dificuldade está ligada com a natureza mesma dos problemas. O pensamento relacional deveria ser desenvolvido em ocupações e situações da vida atual. É perfeitamente verdade que os alunos do curso primário e do ginásio não serão capazes de manejar com todo conteúdo relacional de tais situações, porque, muitas vezes, uma grande quantidade de matemática complexa está envolvida. Mas serão capazes de lidar com alguns deles e para os propósitos do ensino de desenvolvimento progressivo, isto é suficiente. Existem, por exemplo, muitas situações de vida, aparentemente simples, que envolvem equações diferenciais e estas estariam além do alcance do estudante primário. Mas, um grande esclarecimento seria possível através de tabulações, gráficos, fórmulas de ensaio e êrro, etc. Será relembrado que bastante cedo, em aritmética, aparece a significância da coleção 10 e isto é muito conveniente, embora o conceito de um logarítmo para a base 10 ainda esteja num futuro remoto. É precisamente esta apreensão de um significado parcial que é válido até agora, mas incompleto; e sua progressiva transformação, extensão, profundidade e esclarecimento que é a essência do processo de desenvolvimento progressivo.

Evidentemente, se a solução de problemas é vista como acima indicada, isto é, como um ataque com reflexão sôbre algumas características do conteúdo relacional de uma situação de vida - cessa de ser um aspecto especial do ensino da matemática e torna-se o processo principal, com exercício e o estudo direto dos processos, teoremas, e assim por diante. Isto é uma inversão exata da ordem convencional, na qual, o estudo direto e, muitas vêzes, rotineira dos tópicos da matemática e exercícios de técnicas matemáticas, são a matéria principal e o trabalho sôbre problemas enigmas.

Significância prática: III - Situações de Ensino

Como sempre, ao lidar com situações de ensino - aprendizagem e processos, o requisito essencial é que deveriam tratar a referida aprendizagem como um autêntico processo de desenvolvimento progressivo. Grande parte das discussões, em geral, de como ensinar matemática giram em tôrno do que, em realidade, são questões de metodologia. Deveria ser ela ensinada como matéria separada, em alguns níveis, ou em todos os níveis? Deveria ela ser organizada numa base de correlação o que significaria usar problemas e matérias de outras disciplinas escolares, por exemplo, ciências naturais, ou estudos sociais ou, talvez, as artes? Será que o que é chamado integração (integration) é a resposta adequada? Isto significaría a organização de planos ou atividades, amplas tais como uma loja ou correio de aula, com o conteúdo matemático envolvido, salientado como um dos principais objetivos do ensino. Não há dúvida que um ensino excelente e efetivo pode ser sob qualquer um dêstes planos, e cada um dêles tem suas vantagens e desvantagens. Mas fazer uma escolha rígida entre êles como matéria de princípio, é um êrro. Porque o ponto vital é sempre a aplicação de princípios psicológicos profundos e a organização da aprendizagem como um processo de desenvolvimento progressivo em bem próxima relação à linha central do desenvolvimento progressivo, de todo o programa. Em todo o ensino da matemática deveria ser dada ênfase constante ao pensamento relacional como um tipo de comportamento humano altamente significativo. E enquanto a questão do método particular a ser usado, está longe de ser sem importância, a ênfase e a organização apropriada pode ser atingida de muitos e diferentes meios.

1 - Contexto e Foco: Cada trabalho separado de aprendizagem deve ser organizado ao redor de um centro contralador, o qual está integrado com a linha de desenvolvimento progressivo. Seja o que fôr, o que estamos ensinando, conceito de número, combinações numéricas, frações decimais, percentagens, fórmulas, teoremas geométricos, gráficos ou qualquer outra cousa, o essencial é que o aluno "compreenda". Êste é sempre o foco contralador adequado, o ponto de ênfase. Dêste modo todos êstes tópicos separados tornam-se aspectos ou manifestações específicas do pensamento relacional e o estudo dêles ajuda a promover o desenvolvimento do pensamento relacional. Ademais o foco comtralador precisa ser colocado num contexto significante, concreto e manejável. Nas várias investigações sôbre o ensino da matemática, tem sido salientado, com freqüência, que um padrão de pensamento é melhor estabelecido através do uso de várias situações, em vez da repetição da mesma situação. Aqui está uma daquelas idéias que tem sólida base psicológica e que virá a ser reconhecida como de grande importância em várias disciplinas. É parte do padrão do ensino efetivo que vemos emergindo no pensamento educacional na prática de hoje e está muito bem exemplificada no ensino da matemática.

Uma discussão de alguns exemplos concretos, mostrará o que está envolvido na organização de situações de ensino-aprendizagem que têm a espécie de foco e contexto deséjáveis.

Nosso primeiro exemplo é uma unidade de 4ºano na área de aritmética, sendo o tema: "A medição do tempo é o meio mais útil de promover cooperação em larga escola". A unidade constava de 4 grandes tópicos.

I - Como o homem das cavernas contava o tempo:

1 - A sombra na rocha.

2 - O relógio de sombra.

3 - Relógio de corda.

4 - O "flower clock"

II - Relógios antigos e modernos:

1 - O relógio solar

2 - The water thief

3 - The time candle

4 - A ampulheta

5 - Relógios e pêndulos

7 - Relógios menores e relógios de pulso

8 - Eletricidade e relógios

III - Como o mundo obtém o tempo:

1 - A causa dos dias e das noites

2 - As linhas em tôrno do globo.

3 - Montagem de relógios

4 - A luz do dia economizando tempo.

IV - A história do calendário:

1 - O que a lua contou ao homem.

2 - Calendários antigos e modernos.

3 - A reforma do calendário.

Ao desenvolver esta unidade o professor achou necessário preparar e mimeografar considerável quantidade de material adequado de leitura. Houve discussões simples do que os alunos já sabiam; leituras em que os artigos eram lidos para responder perguntas, fazer relatórios, salientar pontos, etc.; preparação e apresentação de relatos; planejamento de atividades; a elaboração de cópias fiéis de peças antigas; coloração de mapas para mostrar as zonas do tempo; resolução de problemas referentes a relógios; leitura de horários. Em geral não há dúvida de que um admirável contexto foi organizado nesta unidade.

A focalização específica do pensamento relacional talvez não tivesse sido tão marcada quanto deveria ser. Entretanto, foi desenvolvida uma compreensão de têrmos e conceitos tais como, tempo standard, reforma de calendário. tempo dia luz, pêndulo, rotação, tempo record. E "para alguma extensão, ao menos os alunos foram conduzidos a encarar a matemática como algo mais que disciplina vazia - a encará-la como instituição social, imaginada como um instrumento de precisão" (249 -Shaeffer

Nos dois exemplos seguintes, a conceituação sôbre certos aspectos de pensamento relacional, foi muito mais específicoo. No primeiro, seis projetos inter-relacionados foram organizados como contexto para o ensino das frações. O primeiro projeto foi venda de doce como propósito de juntar dinheiro para projeto seguinte, o qual era um lanche para as mães das crianças. Em seguida, duas cestas foram preparadas para duas famílias necessitadas. Depois houve um lanche para o 1º grau. A seguir foi feita uma coberta para o hospital de crianças. Por fim um lanche para os professôres foi planejado e servido. Os numerosos problemas envolvendo frações que surgiram à medida que êste trabalho progredia - p. ex., ao calcular receitas para vários números de pessoas, ou colocar os moldes para a coberta e cortá-la - foram cuidadosamente analisados e estudados. Não surgiram em qualquer ordem do simples para o complexo, no entanto, isto não teve efeitos adversos sôbre a aprendizagem. De fato, num cuidadoso teste dado relacionado com êste assunto, descobriu-se que havia sido alcançado um domínio superior na manipulação de frações. A direção foi concreta e variada e favoreceu a compreensão de conceitos relacionais e foi significante e importante, o que estabeleceu uma atitude desejável para a matemática (104 - Harap and Mapes; 183 - Mapes and Harap).

Uma seq"uência muita parecida de projetos foi organizada para o ensino das decimais. Neste caso havia 13 atividades, entre elas, o banco escolar, records de ortografia (spelling), fabricação de dentifrício, jardins. Um exemplo mostrará como o estudo das decimais foi conduzido. Uma receita para 1/4 de verniz de móveis foi trazida pelo professor. Trinta e sete alunos desejaram fazer amostras de 4 onças. Isto perfazia 48 onças ao todo, o que era igual a 9,25 pints. A primeira receita trazida encerrava 32, 75 onças, assim precisava ser aumentada 4,51 vêzes. Muito melhores resultados foram produzidos por êste método de ensino que pelo convencional. As crianças envolvidas eram as mesmas que haviam planejado sôbre frações no ano anterior. Nenhum trabalho posterior foi feito sôbre frações; mas quando foi aplicado um reteste sôbre as técnicas e conceitos, o escore foi de 16% mais, que o resultado obtido imediatamente no fim de planejamento de frações. (105 - Harap and Mapes). É desnecessário dizer que êste crescimento contínuo durante um período de - assim chamado - "desuso" é extremamente significativo. Indica que as compreensões foram generalizadas, que se tornaram mais claras e melhor estabelecidas por causa das experiências muito além daquelas, originalmente, usadas no ensino. Isto raramente acontece, mas deveria, isto é óbvio.

Dois planos de 3º ano sôbre venda, oferecem um contraste instrutivo. Como exercício em experiência social, uma "loja" foi organizada em cada aula sob a direção do professor. Foi provida de um balcão, prateleiras, e mercadoria para ser comprada e vendida, e os alunos se revezavam, desempenhando ora o papel de balconistas, ora de fregueses Neste ponto a identidade parou. Numa classe, essa unidade de trabalho foi realizada com o fim de estimular a aprendizagem das adições e subtrações simples e algumas multiplicações simples. Na outra classe, a foi desenvolvida para providenciar um dos muitos meios de praticar as aplicações significativas dos processos simples, "após" haverem sido apreendidos e compreendidos pelos alunos. Numa das classes, as operações aritméticas foram empregadas como uma espécie de atividades recreativas, sôbre as quais o professor insistiu, como sendo necessárias para as outras atividades da loja, que possuem significação; e quando o professor diminuia sua insistência, as outras atividades seguiam tão bem, sem as operações aritméticas, como com elas. Na outra classe, as operações aritméticas não eram separadas, pelos alunos, das

[illegible] não

outras atividades, mas eram usadas para dar-lhes uma exatidão que não poderiam ter de outra maneira. Em ambas as classes foi manifestada um considerável interêsse pelas experiências tidas, nas situações soci-ais apresentadadas, na aritmética "social" proporcionada; havia, porém uma diferença no caráter do interêsse manifestado (304- Wheat, págs. 85 - 86).

Isto mostra, claramente, que a focalização não deve ser complicada o contexto, o que pode muito bem acontecer. Entretanto seria perigoso recomendar o ensino dos processos, mais tarde, a ser aplicado como um exercício regular. Não há dúvida que o contexto significante contribuiu para alguma cousa, mesmo neste caso, mas deveria fazer algo mais que emprestar "exatidão" às operações. Deveriam, isto sim, trazer uma compreensão dela, um "insight" sôbre elas.

Empreendimentos muito menos ambiciosos que êsses descritos, podem proporcionar excelente contexto e excelente foco, porque são sempre os princípios psicológicos que importam e não tanto os aspectos externos e os detalhes do esquema. O brincar com dinheiro, a chamada, ou melhor, a freqüência, os registros diários da temperatura, a observação de barômetros, o manuseio, o uso de talões, e assim por diante, todos apresentam aportunidades para o desenvolvimento de "insights" relacionais numa série de experiências variadas, significativas e cconcretas (200 - Mursell págs. 112 - 113).

2 - A socialização - Os fatôres sociais da situação deveriam ser organizadas para contribuir e facilitar a aprendizagem. Isto, entretanto, tem maior possibilidade de ser realizado quando a ênfase central está na compreensão, do que quando a idéia principal é incutir algo na cabeça dos alunos por meio de exercícios. É dêste ponto de vista que o pre-ensino (preteaching) dos processos aritméticos, no segundo dos dois projetos sôbre hoje, acima mencionados, é, em geral, questão aberta. O propósito de boa socialização não é, meramente reforçar aprendizagens, já estabelecidas, ou demonstrar que, o que foi

aprendido, pode realmente, ser usado, mas ajudar a aprendizagem atual em si mesma.

....

3 - Individualização - Quando as situações de ensino são organizadas para a aprendizagem rotineira, em massa, uma solução genuína do problema da individualização é, pràticamente impossível. A classe pode ser dividida nos, assim chamados, grupos homogêneos, por meio de qualquer critério. Mas a dificuldade consiste no fato de que um grupo homogêneo, num sentido, pode ser completamente heterogêneo em outro, de igual importância. E geralmente, a única diferença essencial no ensino é que vários grupos se movimentam em ritmos diferentes de velocidade ao trabalharem com os processos de rotina. Ou também, o esquema pode ser conduzido ao seu complemento lógico através da organização do atendimento individual dos alunos. Isto pode ser feito com livros adequados ao aluno, que contenham exercícios de acôrdo com o ritmo de cada criança, com a supervisão do professor que são, essencialmente, processos de estudo individual. Aqui, é claro, os valores de socialização efetiva ficam imediatamente, perdidos. E, além disso, sòmente, atendem as diferenças individuais na velocidade do trabalho.

Quando, ao contrário, a ênfase é colocada sôbre a compreensão, ... torna-se, imediatamente, possível uma solução, ou uma esperança de solução do problema da individualização. Podem ser providenciados materiais e divisadas situações que permitem ao educando trabalhar, não sòmente no seu próprio ritmo, como também na sua própria maneira, o que é, sem dúvida, muito mais importante.

Tomemos, p. ex., a aquisição da palavra "divisão". No meio do seu estudo num grupo de oito, digamos, o professor levanta esta questão: "Quantos dois há em oito?" Ninguém sabe, é claro, e ninguém sabe encontrar a solução. O professor dispõe diante dos alunos uma coleção de oito: 0 0 0 0 0 0 0 0

O professor e os alunos contam os dois: "um, dois, três, quatro. Há quatro dois em oito", é a resposta a qual todos chegam. Quando as crianças compreendem o que implica a pergunta e o que requer, cada um. arranjam a coleção de oito, em coleções de dois. A pergunta pode ser feita, oralmente, ou escrita desta maneira: $2\overline{)8}$. Ou dispõe essa coleção em coleções de dois sôbre a carteira de um aluno: 00 00 00 00 Em cada caso o aluno encontra a resposta por si mesmo e dá a resposta que êle descobre. Em seguida, perguntas parecidas são feitas: "Quantos 3 há em doze?" "quantos 2 há em dez?" $3\overline{)12}$; $2\overline{)10}$, etc, e para cada pergunta cada aluno descobre e dá a sua resposta: "Quatro três em doze." O principal é que cada aluno esteja aprendendo a significação da divisão. Os exercícios em divisão continuam. Em cada exercício aumenta a significação da divisão, tornando-se mais clara e tornando-se cada vez uma posse mais clara e mais pessoal. Finalmente, no momento adequado, o professor dá o nome: "Nós chamamos isto divisão". (304 - Wheat, págs. 104-105).

Isto mostra como pode ser mantido um bom equilíbrio entre a aprendizagem individual e a de grupo através do uso de material adequado. Ao ensinar a significacão dos números inteiros, p. ex., convém ter material de duas qualidades: suficientemente grande para ser usado em frente à classe. Por um lado coisas, tais como moedinhas, talões de cartolina, tampinhas de garrafa ou tubos de pasta, e por outro lado, cadeiras, livros, envelopes grandes, caixinhas, alfinetes grandes, podem ser exemplos. Com os objetos pequenos o aluno pode fazer as suas próprias descobertas, p. ex., saber quanto é gasto para uma bola a 4 cents ou um livro a 9 cents. Podemos dispor duas coleções de moedas e depois contá-las de um a treze. Também podemos fazer uma coleção de 10 e depois uma de 3. Dêste modo cada aluno trabalha de acôrdo com seu próprio nível de maturidade. Para a apresentação de conceitos à classe podem ser usados objetos maiores em frente dos alunos. P. ex., pode ser feito um cartão de números em conexão com feixes de alfinetes. Mostra-se aos alunos que um feixe de 10 pode ser pensado como uma dezena ou 10 unidades, que quando escrevemos 10 nós o consideramos 10 porque escrevemos o 1 numa nova posição e colocamos o zero no lugar das unidades. (247 - Sauble).

Os alunos naturalmente, necessitam orientação em tais manipulações individuais. Isto está ilustrado no seguinte processo para o ensino do retôrno na subtração (247 - Sauble, pág. 167).

<u>Situação social</u>: Jane subiu no bonde com 4 "dines" em sua carteira. A passagem custavá 6¢ os quais Jane colocou na caixa. Que coisa Jane tinha de pedir ao condutor para fazer para ela a fim de que ela pudesse colocar os 6¢ na caixa?

<u>Materiais</u>: Dinheiro de brinquedos - dines e penies.

<u>Método</u>: Manipulações individuais do aluno.

<u>O Professor</u>: Mostre o dinheiro que Jane tinha em sua carteira.(os alunos mostraram 4 dines).

<u>Professor</u>: Quanto dinheiro é? (O professor escreve 40 ¢ no quadro mural).

<u>Professor</u>: Suponhamos que o condutor trocou um "dine" de Jane em "penies". Vocês podem mostrar como ficou o seu dinheiro então? (No quadro o professor pode trocar 40 ¢ assim):

3 10

~~4~~ 0 ¢

e os alunos podem ter sôbre suas carteiras 3 "dines" e 10 "penies".

<u>Professor</u>: Jane poderia agora colocar 6¢ na caixa? Vocês todos podem tirar 6 penies e colocá-los no canto da carteira.(No quadro o professor pode completar a representação simbólica):

3 10

\- 6 (preço da passagem)

4¢ (resto)

<u>Professor</u>: Suponhamos que Bob tivesse 4 dines e devesse 13¢ a Tom Como é que vocês escreveriam isto em números? 40¢ - 13¢

<u>Professor</u>: Explica, que troca Bob teria de fazer antes que pudesse pagar o que devia a Tom.

<u>Explicação</u>: Quando Bob tinha 4 dines possuia dinheiro suficiente

para pagar 1 dine e 3 penies, mas êle não tinha êsse dinheiro nas moedas certas. êle precisou trocar uma moeda que valia 10 cents em 10 penies.

A individualização é pràticamente feita pelo uso de tais auxílios, porém, realmente, depende de algo que vai além dêles. Isto representa uma ênfase constante à compreensão e "insight" mais dó que em rotinas uniformes. Esta é a razão porque pode ser alcançada efetivamente sem qualquer ordem de processos e porque seguido aparece melhor em grupos ativos de discussão e pensamento.

....

4 - <u>Verificação</u>. Aqui como em qualquer parte a verificação bem entendida é parte da aprendizagem e parte do ensino e não um processo separado. Um bom teste, quasi sempre, pode ser transformado num material de ensino e vici-versa. Isto é possível enquanto a ênfase seja colocada na compreensão e no "insight".

Por exemplo, é sempre importante para ambos, tanto para os alunos como para o professor, compreender as razões, isto é, as falsas compreensões e os métodos errôneos que ocasionam os erros. Isto geralmente requer uma combinação de observações e entrevistas que podem ser estabelecidas como um processo de verificação distinta ou podem continuar na seqüência regular do ensino. O problema de achar o preço da libra de uma certa mercadoria, se um pacote de 12 onças custa 27¢, foi apresentado e em certa classe foram usados os seguintes processos errados:

(1) $27 : 3/4 \; ; \quad 3/4 \times 1/27 = 36$

(2) $\begin{array}{r} 2 \\ 12\overline{)27} \\ -24 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \times 16 = 32 \\ +\ 2 \\ \hline 35 \end{array}$

(3) $\dfrac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{4}{\cancel{16}}} \times 27 = \dfrac{81}{4} = 21$

O primeiro aluno disse: "eu troquei as frações. Trinta e seis é a resposta certa?" Êle estava confuso porque obtivera a resposta certa por êste método, antes.

O segundo aluno disse: "Você acrescentou o resto". O terceiro aluno disse: "Você multiplicou, não é?" Êle nem siquer percebeu que uma libra tinha que custar mais que uma fração de libra (206 - pág. 142).

Para verificar a capacidade do aluno de entender a utilidade de um processo computacional, pode-se apresentar uma questão como esta: "Se você sabe quantos pintinhos Mr. Allem comprou e quantos morreram, como você achará o número que êle perdeu?" Ou pode-se pedir aos alunos que organizem problemas envolvendo multiplicação, divisão, etc.

Para verificar a compreensão da relação de um processo para outro, pode-se pedir às crianças que mostrem como se corrige uma multiplicação pela divisão e que digam, porque isto funciona. Para verificar a compreensão das frações pode-se mostrar desenhos de círculos divididos em várias partes coloridas em côres diferentes; e perguntar qual representa um têrço, dois terços, três quartos, etc. É claro que tais processos e técnicas, embora sugeridos para testar, podem prontamente ser transformados em um processo de ensino (206 - pág. 142).

....

A verificação sempre deveria ser pensada como um processo que ajuda o educando a desenvolver o pensamento relacional, ao tornar-se consciente do que está fazendo e porque. (Certamente inclue a verificação como tal).