

# I.E "General Flores da Cunha"

Coordenação Pedagógica - Laboratório de Matemática  
Curso de Atualização sobre o Ensino da Matemática

Nome: \_\_\_\_\_

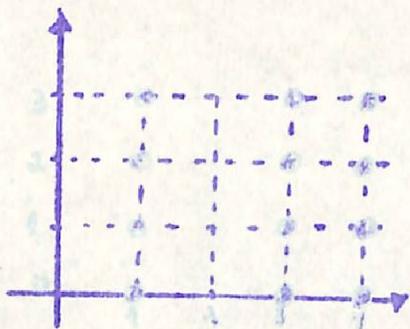
Antes

Depois

Data: \_\_\_\_\_

## Revisando Relações...

1. O gráfico abaixo representa  $A \times B$ . Identifica e determina por extensão  $A$ ,  $B$  e o conjunto dos pares ordenados de  $A \times B$ .



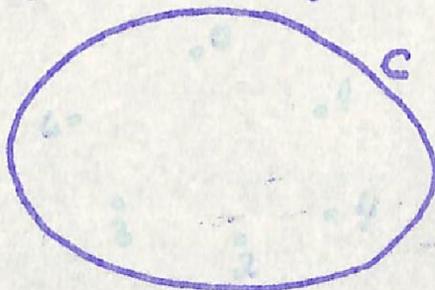
$A =$

$B =$

$A \times B =$

2. Dado o conjunto  $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$  e a relação  $R$  de  $C$  em  $C$  cuja lei ... é múltiplo de ...

a) Constrói o gráfico sagital da  $R$ .



b) Identifica e representa por extensão:

Conjunto de Partida da  $R =$

$D(R) =$

Conjunto de Chegada da  $R =$

$Im(R) =$

$R =$

c) Verifica se  $R$  é Reflexiva, simétrica, anti-simétrica e transitiva. Justifica cada conclusão.

d) Esta relação recebe algum nome especial?

Colega, neste primeiro encontro pretendemos fazer contigo uma revisão dos conteúdos de Lógica, de Conjuntos e de Topologia, que são pré-requisitos para o estudo que nos propomos realizar.

Apresentamos algumas definições, exemplos e exercícios com suas respectivas soluções para que possas te auto-avaliar.

### 1. Introdução à Lógica

1. Sentenças são frases que exprimem um pensamento com sentido completo.

Proposições são sentenças que não envolvem símbolos variáveis, Ex:  $5+2=7$

Sentenças abertas são sentenças que envolvem variável.

Ex:  $x < 8$

1.1. Assinalar com P as proposições e com S as sentenças abertas

- a. ( ) Hoje é
- b. ( )  $y$  é estudioso
- c. ( )  $3 \geq 5$
- d. ( )  $x < 2$
- e. ( )  $3+5 =$
- f. ( )  $3-2 = 6$
- g. ( )  $\odot$  Brasil é a nossa Pátria
- h. ( )  $x+2 = 7$
- i. ( )  $\frac{4}{2} + 4y = 27$

Respostas do exercício 1.1.2

- a) (F)
- b) Verificar
- c) (F)
- d) Verificar
- e) (F)

Respostas do exercício 1.1.1

- a)  $\exists$
- b)  $\exists$
- c)  $\exists$
- d)  $\exists$
- e)  $\forall$
- f)  $\exists$
- g)  $\forall$

2. Toda proposição tem um e só um valor lógico:

Verdade - V

Falsidade - F

Exemplos:  $3 + 8 = 11$  (V)

$4 - 2 < 1$  (F)

2.1. Coloque V ou F de acordo com a Verdade ou Falsidade das seguintes proposições:

a. ( )  $3 + 7 = 10$

b. ( )  $4 \times 5 = -20$

c. ( )  $7 < 8$

d. ( )  $0 < -1$

e. ( ) 2 é número primo

3. Na formação de novas proposições, a partir de outras, entram os chamados conectivos:

"e" - ( $\wedge$ )

"ou" - ( $\vee$ )

"se...então" - ( $\rightarrow$ )

"se e somente se" - ( $\leftrightarrow$ )

bem como o modificador "não" - ( $\sim$ ) (não é verdade que)

As proposições classificam-se em simples e compostas.

As proposições simples não contêm conectivos.

As proposições compostas são obtidas a partir das simples, pelo uso dos conectivos.

Costumamos representar as proposições simples pelas letras minúsculas  $p, q, r, s, \dots$

Respostas:

5.1 - a) (V) d) (V)

b) (F) e) (V)

c) (F) f) (V)

5.2 a) (F) d) (V)

b) (F) e) (F)

c) (V) f) (V)

5.3 a) amarela c) qualquer cor

b) qualquer cor d) qualquer cor

Exemplos: "O lápis é preto" é uma proposição (p)

"O lápis tem ponta" é outra proposição (q)

Representamos por:

- O lápis é preto e tem ponta.
- O lápis é preto ou tem ponta.
- Se o lápis é preto então tem ponta.
- O lápis é preto se e somente se tem ponta.
- O lápis não é preto.

3.4

$5 > 2$

$3 < 4$

3.2) Sabendo que

- : Paulo dirige avião.
- : João dirige automóvel.
- : Paulo é primo de João.

representa com símbolos da lógica as proposições:

- a. João dirige automóvel e Paulo dirige avião.
- b. Se Paulo dirige avião então é primo de João.
- c. João não dirige automóvel.
- d. Não é verdade que Paulo não dirige avião.
- e. João dirige automóvel ou Paulo é primo de João.

4. O valor lógico de uma proposição fica alterado quando aplicamos a esta proposição o modificador não. Ex:  $3+2=5$   $8 > 9$   
 $\sim(3+2=5)$   $\sim(8 > 9)$   
 $3+2 \neq 5$   $8 \leq 9$

Respostas:

3.1)  $5 > 2 \vee 3 < 4$   
 $3 < 4 \rightarrow 5 > 2$   
 $5 > 2 \leftrightarrow 3 < 4$

3.2) a)  $q \wedge p$   
b)  $p \rightarrow r$   
c)  $\sim q$   
d)  $\sim(\sim p)$   
e)  $q \vee r$

5- O valor lógico de uma proposição composta depende dos valores das proposições componentes:

a) Uma proposição do tipo  $p \wedge q$  é verdadeira somente quando  $p$  e  $q$  são verdadeiros.

b) Uma proposição do tipo  $p \vee q$  é falsa somente quando  $p$  e  $q$  são falsas.

c) Uma proposição do tipo  $p \rightarrow q$  é falsa somente quando  $p$  é verdadeira e  $q$  é falsa.

d) Uma proposição do tipo  $p \leftrightarrow q$  é falsa quando  $p$  e  $q$  possuem valores lógicos diferentes e é verdadeira quando  $p$  e  $q$  possuem o mesmo valor lógico, isto é, quando ambas são verdadeiras ou ambas são falsas.

5.

a.  $3+2=5 \vee 5-2=1$

d.  $9 \times 5 = 145 \rightarrow 145 \div 5 = 9$

b.  $6 \times 6 = 36 \rightarrow \sqrt{6} = 36$

e.  $4^2 = 16 \leftrightarrow \sqrt{16} = 4$

c.  $8+3=10 \wedge 10-3=8$

f.  $9-10=-1 \wedge (-1)+10=9$

5.2.

João é médico. (verdadeira)

Maria sabe cozinhar. (falsa)

a)  $p \wedge q$

c)  $q \rightarrow p$

e)  $p \leftrightarrow q$

b)  $p \rightarrow q$

d)  $p \vee q$

f)  $q \vee p$

5.

c)  Se é menino então seu chapéu é preto.

a)  Ela é amarela e tem haste.

b)  Ela é vermelha se e somente se for maçã. d)  Ele é verde ou está arrebitado.

Respostas: 2.1 a) (V)

d) (F)

b) (F)

e) (V)

c) (V)

6. As sentenças abertas são aquelas que envolvem variável e as quais não se podem atribuir valores "falso" ou "verdadeiro", como, por exemplo:

Ele é jogador de futebol

$$x + 4 = 5$$

$x$  é um planeta

Conhecendo-se o conjunto dos valores possíveis da variável isto é, o Conjunto Universo no qual estamos trabalhando, pode-se substituí-la por um elemento arbitrário deste Universo, tornando a expressão falsa ou verdadeira.

Estas sentenças tornam-se proposições depois de substituída a variável por um elemento determinado que permite decidir se o resultado é "falso" ou "verdadeiro".

Exemplo: Se na expressão  $x + 4 = 5$  colocamos 9 em lugar de  $x$  obtemos  $9 + 4 = 5$  que é uma proposição falsa e se colocamos 1, teremos  $1 + 4 = 5$  que é uma proposição verdadeira

Outra maneira de passar de sentenças abertas a proposições é pela quantificação da variável. Há dois quantificadores:

\*  $\forall$  é o que tem significado "qualquer que seja", "para todo...". Indica-se por  $\forall$ .

Ex:  $x \geq 0$  é uma sentença aberta no Universo  $\mathbb{N}$  mas "qualquer que seja  $x$ ,  $x \geq 0$ " é uma proposição.

Simbolicamente:  $\forall x, x \geq 0 \quad (x \in \mathbb{N})$

\*  $\exists$  é o que tem significado "existe". Indica-se por  $\exists$ .

Ex: A sentença " $x + 4 = 5$ ", sendo  $x \in \mathbb{N}$ , torna-se proposição ao ser quantificada com "existe  $x$  tal que  $x + 4 = 5$ ".

Simbolicamente,  $\exists (x)(x + 4 = 5)$

Respostas: 1.1

a) ( )

d) (S)

g) (P)

b) (S)

e) ( )

h) (S)

c) (P)

f) (P)

i) (S)

6.1 Usa os quantificadores  $\forall$  ou  $\exists$  de modo que as sentenças abertas se tornem proposições verdadeiras:

O conjunto Universo é o conjunto dos n.º naturais.

- a)  $x > 0$
- b)  $x$  é par
- c)  $x$  é múltiplo de 5
- d)  $x$  é divisor de 1000
- e)  $x$  é n.º primo
- f)  $x$  é potência de 10
- g)  $x$  é divisível por 1

6.2. Sabendo que  $U$  é o conjunto de pessoas desta sala coloca  $\forall$  ou  $\exists$ :

- a)  $\forall x, x$  é casado.
- b)  $\exists x$  tal que  $x$  é carioca.
- c)  $\forall x, x$  está de casaco marrom
- d)  $\exists x$  tal que  $x$  está de casaco marrom
- e)  $\forall x, x$  está de óculos.