LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA

2º Semestre - 1966

Z.P. Dienes - "La mathématique moderne dans l'enseignement primaire".

France,1965

Traduzido pela Profª Esther P. Grossi

Subsídios para introduzir os sistemas de numeração

Processos a seguir no estudo das potências. Trata-se do jôgo dos "agrupamentos" que servirá em primeiro lugar para a introdução das potências O melhor é, talvez, agrupar as próprias crianças da classe. Admitamos, por exemplo, que há 31 crianças. Decide-se que se está no dia de abertura das aulas; as crianças começam a brincar e cada uma procura um companheiro; no 1º dia de aula pròrpiamente dito, tôdas as crianças, (salvo, talvez,uma) deverão vir à escola aos pares. Decide-se então que se está no 1º dia de aula e os pares se formam; obtem-se uma distribuição análoga a esta aqui : (grupos do 1º dia).

```
oo  oo  oo  oo  oo  oo  oo
                            oo  o
oo  oo  oo  oo  oo  oo  oo
```

No 2º dia de aula cada par deve-se associar a um outro para jogar junto; os pares que já estão reunidos, devem permanecer. Obtém-se a seguinte distribuição para o 2º dia (grupos do 2º dia):

```
oo  oo  oo  oo  oo  oo  oo
                            oo  o
oo  oo  oo  oo  oo  oo  oo
```

No 3º dia, cada grupo do 2º dia deve se associar a um grupo análogo e obter-se-á, assim, "grupos de 3º dia":

```
oooo  oooo  oooo  oo
                       oo  o
oooo  oooo  oooo  oo
```

e, no 4º dia:

```
oooo
oooo  oooo  oo
                 oo  o
oooo  oooo  oo
oooo
```

Imaginam-se jogos similares em outras "bases". Em lugar de se associar 2 (um e um) companheiros, cada criança tomará duas e construirá o 1º dia dos grupos de 3, no 2º dia se formarão grupos de 9; os grupos se associarão por três no 3º dia e ter-se-á a figura seguinte:

```
ooo  ooo  ooo  ooo  ooo  ooo  ooo  ooo  ooo  ooo  o

ooo  ooo  ooo
ooo  ooo  ooo  ooo  o
ooo  ooo  ooo
```

ooooooooo

ooooooooo ooo o

ooooooooo

Passar-se-á, em seguida, para "jôgo a quatro", para o "jôgo a cinco" para o "jôgo a seis", etc... Por exemplo, no jôgo a 4, o agrupamento se acabará desde o 2º dia, assim:

oooo oooo oooo oooo oooo oooo oooo ooo

oooo oooo

oooo oooo

oooo oooo ooo

oooo

um grupo do 2º dia, 3 grupos do 1º dia, um grupo do dia de abertura (isolado).

No jôgo a 5, o agrupamento será:

ooooo ooooo ooooo ooooo ooooo ooooo o

ooooo

ooooo

ooooo ooooo o

ooooo

ooooo

e, assim, por diante. Pode-se ir até ao "jôgo a dez", o que dará:

oooooooooo oooooooooo oooooooooo o

Estes jogos proporcionam as primeiras experiências conduzindo à noção matemática de potência de uma base dada. Há lugar, então, para introduzir um simbolismo, o que se pode fazer de diferentes maneiras; por exemplo, uma espécie de simbolismo bastante "doce (fácil) poderá ser o seguinte:

	Grupo do 4º dia	Grupo do 3º dia	Grupo do 2º dia	Grupo do 1º dia	Grupo do dia de abertura
Jôgo a 2	1	1	1	1	1
Jôgo a 3		1	0	1	1
Jôgo a 4			1	3	3
Jôgo a 5			1	1	1
....					
Jôgo a 10				3	1
Jôgo a 11				2	9

Um tipo de simbolismo "pior" (mais difícil) consiste em utilizar as cifras simultâneamente, de diversas maneiras diferentes, porque para conhecer o número de pessoas presentes num grupo, tem-se necessidade de saber duas coisas:

1º. Qual é o jôgo que se joga: a 2; a 3; a 4; etc.

2º. Qual o dia em que o grupo foi formado. Grupo do 1º dia, do 2º dia, do 3º dia, etc.

Convirá descrever a magnitude de um grupo, escrevendo os dois dados assim: primeiro, o número que caracteriza a natureza do jôgo, depois, ao alto, à direita, o número do dia em que o grupo se formou. por exemplo:

2^4 significa: o número de pessoas num grupo do 4º dia para um jôgo a 2

4^2 significa: o número de pessoas num grupo do 2º dia para um jôgo à 4

Estes dois números valem 16, mas isto é um acidente matemático; é fácil reconhecer que 2^3 (8) é diferente de 3^2 (9). Vê-se que o mesmo número se escreve de duas maneiras diferentes como 2^3 e 8; fica à intuição do professor escolher qual o símbolo que deve ser introduzido primeiro, e decidir em que momento convém introduzi-lo; nós não temos, sôbre êste ponto, indicação cientìficamente válida.

Cada vez que se decide um jôgo, escolhe-se o número segundo o qual se farão os agrupamentos; êste número é a base do jôgo. O jôgo a 2, utiliza a base dois; o jôgo a 3, a base três, etc. A numeração ordinária se fundamenta sôbre o agrupamento por dez, pois sôbre a base dez, a maneira de escrever êste número, (ou a figura dêste número) a saber, o símbolo 10, exprime que no jôgo a 10, dez pessoas ou objetos formam um grupo do 1º dia (dezena), e zero o grupo do dia da abertura (unidades); os grupos do 2º dia, ou dezenas de dezenas, formam centenas e assim por diante.

Exercícios de contagem em tôdas as bases.

Para consolidar os fundamentos matemáticos da numeração, importa encorajar a contagem em tôdas as bases possíveis. Tomam-se objetos como feijões ou fichas dispostas em uma longa série de pilhas, cada pilha contendo um objeto a mais que a precedente; no interior de cada pilha se efetuará o agrupamento conforme as regras do jôgo, segundo a base adotada. Por exemplo, na base 3, obteremos as disposições seguintes:

o 1	o o 2	o o o 1 0	o o o o 1 1	o o o o o 1 2	oo oo oo 2 0	oo oo o oo 2 1	oo o oo o oo 2 2	ooo ooo ooo 1 0 0	ooo ooo o o ooo 1 0 1

ooo o ooo o ooo 1 0 2	ooo o ooo o ooo o 1 1 0	ooo o ooo o o ooo o 1 1 1	ooo o o ooo o o ooo o 1 1 2	ooo oo ooo oo ooo oo 1 2 0	ooo oo ooo oo o ooo oo 1 2 1

ooo oo o ooo oo o ooo ooo 1 2 2	ooo ooo ooo ooo ooo ooo 2 0 0	ooo ooo o ooo ooo o ooo ooo 2 0 1	ooo ooo o ooo ooo o ooo ooo 2 0 2	ooo ooo o ooo ooo o ooo ooo o 2 1 0

ooo ooo o ooo ooo ooo ooo ooo o 2 1 1	ooo ooo o o ooo ooo o o ooo ooo o 2 1 2	ooo ooo oo ooo ooo ooo ooo ooo oo 2 2 0	ooo ooo oo ooo ooo oo o ooo ooo ooo 2 2 1	ooo ooo oo o ooo ooo oo o ooo ooo oo 2 2 2

ooooooooo	ooooooooo o	ooooooooo o	ooooooooo o
ooooooooo	ooooooooo	ooooooooo	ooooooooo o
ooooooooo	ooooooooo	ooooooooo o	ooooooooo o
1 0 0 0	1 0 0 1	1 0 0 2	1 0 1 0

Não é necessário organizar as pilhas em configurações regulares como acima e, de fato, é melhor, por diversas razões, não fazer assim. Um grupo de 9 objetos constitui sempre, 9 objetos, quer êstes objetos sejam organizados em quadrado ou em desordem num copo de papel. Podemos utilizar copos - ou caixas de côres diferentes para os grupos de grandezas diferentes, ou - tomar o material dos "blocos aritméticos multibases" especialmente concebidas para êste fim. Variando as representações concretas conclui-se mais fàcilmente a natureza abstrata do conceito estudado, senão, as particularidades da situação concreta "adesão ao conceito" e torna-se muito difícil desembaraçar-se dêle mais tarde.

Parece que as crianças encontram mais dificuldades com a base 2 do que com as outras bases. As bases 3 e 4 são, aparentemente, as mais fáceis. De qualquer modo importa aprender a contar em qualquer base, a fim de concluir em tôda sua generalidade o conceito de agrupamento por potências sucessivas da base e, que isto não aparece como uma receita arbitrária para comunicar as quantidades, de uma pessoa à outra. As figuras numéricas escritas sob as pilhas, no exemplo acima, são naturalmente, figuras escritas na base 3. As crianças devem aprender a figura correspondente a uma pilha qualquer e, inversamente a encontrar a pilha correspondente a uma figura dada. Pode-se organizar jogos entre as crianças; um dêles dirá: "Eu penso na pilha dois zero dois, onde está ela?" e o adversário deve mostrar a pilha conveniente. Depois os papéis são invertidos e o vencedor será aquêle que der mais respostas corretas sôbre 5 questões, por exemplo. Isto se pode fazer com pilhas de fichas, assim como com os blocos "multibases". Os grupos de uma espécie podem ser organizados para corresponder aos grupos de uma outra espécie; assim, para a base 4 pode-se utilizar placas triangulares porque 4 triângulos equiláteros formam um triângulo semelhante maior; os triângulos menores representam as unidades do dia de abertura, os de tamanho seguinte representam grupos do 2º dia, assim por diante.

....

Depois de ter feito exercícios de contagem em tôdas as bases, ou ao menos num certo número delas, pode-se começar a associar a noção de quantidade com a de ordem.

Diante de uma série de coleções como as que vimos acima, pode-se fazer perguntas às crianças. A pergunta mais elementar consiste em mostrar duas pilhas contíguas na série e perguntar "quantas unidades a coleção maior tem a mais do que a menor?" As crianças não compreendem sempre o sentido exato desta pergunta; é frequente na manipulação dos blocos multibases porque se arrisca a esquecer que tôdas as peças são construídas, em última análise, por meio de cubos unidades.

Uma questão mais difícil consiste em mostrar 2 coleções separadas por uma coleção intermediária e perguntar qual contém mais [illegible] quantas a maior contém mais do que a outra. Não é evidente para as crianças que passando de uma coleção à seguinte, o número aumenta de uma unidade, que passando de uma coleção à precedente o número diminui de uma unidade, que saltando uma coleção o número aumenta (ou diminui) de duas unidades. Para saber isto é necessário compreender que "um a mais e um a mais fazem dois a mais", isto é muito mais difícil do que compreender que "um e um fazem dois".

Há dois aspectos na conexão entre a quantidade e a ordem:

1º) "mais" está ligado ao fato de que se avança na sequência e, "menos" está ligado ao fato de que se recua;

2º) quando se passa de uma coleção à outra, a quantidade aumenta tantas unidades quantos passos se avança na sequência.

O primeiro ponto é um aspecto qualitativo, o segundo, um aspecto quantitativo da conexão. No primeiro, trata-se de uma equivalência lógica entre:

"a coleção A contém mais unidades do que a coleção B" e

"a coleção A está mais longe do que a coleção B quando se avança na sequência"; e, inversamente, recuando na sequência encontra-se menos unidades por coleção.

No segundo aspecto trata-se de uma igualdade matemática entre:

"a quantidade que representa o excesso de unidades da coleção A sôbre a coleção B"; e

"o número de passos que é necessário avançar na sequência indo de B para A". É provável que a relação lógica deva ser aprendida antes da relação matemática correspondente.

....

As coleções são conjuntos

Uma propriedade de uma coleção é o número de unidades nas quais se pode decompô-la. A figura numérica de base 4 escrita ao lado desta coleção, representa, sob forma simbólica, a propriedade do conjunto.

No curso dêstes exercícios as crianças devem se familiarizar com o fato de que um mesmo <u>número</u> pode ser simbolizado por uma grande variedade de <u>figuras</u>; os jogos que nós indicamos facilitam esta noção. O número trinta e um é uma propriedade formado pelas crianças da classe.

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Mas, a maneira como esta propriedade é expressa depende, entre outras, da maneira como se agrupam os elementos do conjunto. Ela será expressa por 1111 na base 2, por 101 na base 3, por 133 na base 4, por 111 na base 5, por 31 na base 10, por 29 na base 11, etc.

Salientar-se-á que o jôgo "a dez" fornece a escrita 31 que é a mais corrente. Todo o processo de aquisição que nós descrevemos tem por finalidade tornar as crianças capazes de inserir a notação decimal corrente no esquema matemático mais geral e mais vasto que é o agrupamento em conjuntos avaliados (mesurés) por meio das potências da mesma base.