Helenita Rodrigues
1967

SECRETARIA DE ESDUCAÇÃO E CULTURA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS
E DE EXECUÇÃO ESPECIALIZADA
SERVIÇO DE ENSINO - EQUIPE DE MATEMÁTICA
CURSO DE MATEMÁTICA - 1967

Tradução dos capítulos três e quatro do livro:
BRUMFIEL, Charles F., EICHOLZ, Robert E., SHANKS, Merrill E., - Fundamental Concepts of Elementary Mathematics - Addison Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, Palo Alto, London - 1962, 340 pgs.

Subsídio nº 62/67

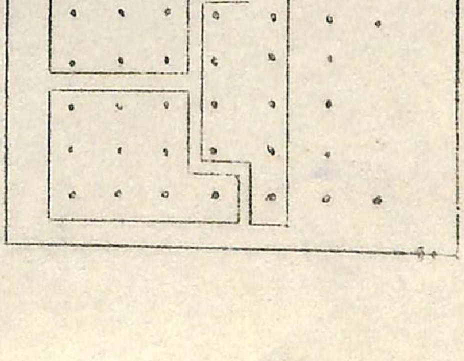
Capítulo III - VALOR POSICIONAL E BASES

1. Valor posicional na base 10.

Várias vêzes, no último capítulo, foi chamada sua atenção para certos sistemas de numeração que usavam ou não o princípio de valor posicional ou base 10. Por exemplo, os romanos usavam base 10, mas não usavam valor posicional, enquanto os babilônios usavam valor posicional, mas não na base 10. Naturalmente no nosso sistema de numeração, nós fazemos uso de ambos: base dez e princípio de posição.

No nosso sistema estas duas características estão relacionadas tão intimamente que é difícil estudá-las separadamente. Podemos, entretanto, chamar a atenção para o conceito central de base 10, sem mencionar o valor posicional. O valor posicional entra em cena, quando tentamos usar a base 10 sem inventar mais do que 10 símbolos.

Quando falamos de base 10 significa simplesmente que estamos pensando em agrupar por dezenas. Isto é, dado um conjunto de objetos, podemos perguntar quantos conjuntos de 10 podem ser formados. Por exemplo, consideremos o seguinte conjunto de pontos. Vemos que há três conjuntos de 10 e que sobraram 8. A importância do valor posicional é evidente quando tentamos escrever um numeral para expressar o número de pontos do conjunto dado. Em vez de



......

escrever "três conjuntos de 10 e mais 8", simplesmente escrevemos 38 e concordamos que o numeral no "segundo lugar", "3", neste caso representa um número associado a um conjunto de conjuntos de 10. Naturalmente, quando trabalhamos com números maiores precisamos formar conjuntos de 10. Seguimos da mesma forma e agrupamos êstes conjuntos em 10. Temos então conjuntos de 10 dezenas, e chamamos cada um dêstes conjuntos, de uma centena. Por exemplo, podemos ter um conjunto de objetos formados como segue:

cinco conjuntos de 10 dezenas (centenas)
três conjuntos de dez
mais sete
Simplesmente escrevemos 5 3 7.

Para discutir estas idéias mais cuidadosamente, é conveniente usar a notação introduzida antes.

$$10 \times 10 = 10^2 = 100,$$
$$10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1.000,$$
$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 = 10.000,$$

etc.

Podemos agora dizer que:

$$537 = (5 \times 100) + (3 \times 10) + 7$$
$$= (5 \times 10 \times 10) + (3 \times 10) + 7$$
$$= (5 \times 10^2) + (3 \times 10) + 7,$$
$$6.284 = (6 \times 10^3) + (2 \times 10^2) + (8 \times 10) + 4,$$
$$360.845 = (3 \times 10^5) + (6 \times 10^4) + (0 \times 10^3) + (8 \times 10^2) +$$
$$+ (4 \times 10) + 5.$$

Você deve ter uma clara compreensão de valor posicional a fim de compreender adição, subtração, multiplicação e divisão. Por exemplo, compare os rápidos processos usuais de calcular mostrados abaixo à esquerda, com os métodos à direita, que mostram como o valor posicional é usado.

....

Adição

(a)
$$\begin{array}{r} 26 \\ 53 \\ \hline 79 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20+6 \\ 50+3 \\ \hline 70+9 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 341 \\ 238 \\ \hline 579 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 300+40+1 \\ 200+30+8 \\ \hline 500+70+9 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 346 \\ 529 \\ \hline 875 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 300+40+6 \\ 500+20+9 \\ \hline 800+60+(10+5) \end{array}$$

$$=800+70+5$$

Subtração

(a)
$$\begin{array}{r} 728 \\ 413 \\ \hline 315 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 700+20+8 \\ 400+10+3 \\ \hline 300+10+5 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 615 \\ 243 \\ \hline 372 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} 500+ & (100+10) & +5 \\ 200+ & 40 & +3 \\ \hline 300+ & 70 & +2 \end{array}$$

Multiplicação

(a)
$$\begin{array}{r} 24 \\ 2 \\ \hline 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20+4 \\ 2 \\ \hline 40+8 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 27 \\ 3 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20+7 \\ 3 \\ \hline 60+(20+1) \end{array}$$

$$=80+1$$

(c)
$$\begin{array}{r} 32 \\ 12 \\ \hline 64 \\ 32 \\ \hline 384 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30+2 \\ 10+2 \\ \hline 60+4 \\ 300+20 \\ \hline 300+80+4 \end{array}$$

Divisão

(a)
$$\begin{array}{r} 342 \\ 2\overline{)684} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 300+40+2 \\ 2\overline{)600+80+4} \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 32 \\ 12\overline{)384} \\ \underline{36} \\ 24 \\ \underline{24} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30+2 \\ 10+2\overline{)300+80+4} \\ \underline{300+60} \\ 20+4 \\ \underline{20+4} \end{array}$$

Exercícios:

1. Escreva com palavras:

(a) 3.402

(b) 14.003

(c) 700.043

(d) 1.003.005

(e) 23.417.253

(f) 1.040.000.007

2. Escreva com numerais hindu-arábicos:

(a) Dois mil quatrocentos e setenta e três.

(b) Vinte e quatro mil e vinte e cinco.

(c) Cem mil trezentos e sete.

(d) Um milhão quatro mil e dois.

3. Usando expoentes escreva os numerais abreviados para os seguintes números:

(a) $3 \times 3 \times 3 \times 3$

(b) $10 \times 10 \times 10$

(c) 5×25

(d) 1.000×1.000

(e) 8×4

(f) $64 \times 16 \times 4$

(g) $100.000 \div 100$

(h) $5^4 \div 5$

(i) $49^2 \times 7$

(j) $49^2 \div 7$

4. Observe que:

$$\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0,01.$$

Use expoentes para escrever os numerais para:

(a) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

(b) 0,0001

(c) 0,000001

(d) 0,00000000001

5. Expresse o que segue como uma soma de unidades, de dezenas, de centenas, de milhares, etc.

(a) 526
(b) 6,682
(c) 34,837
(d) 605
(e) 30.806
(f) 55,555
(g) 20.202
(h) 6.000.006
(i) 70.000

6. Trabalhe os problemas seguintes de duas maneiras: primeiro pelo processo rápido que você normalmente usa, e depois pelo processo mostrando o valor posicional.

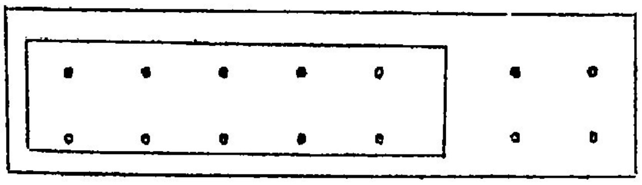
(a) 23 + 16
(b) 35 - 12
(c) 32 x 3
(d) 96 ÷ 3
(e) [illegible] +2[illegible]
(f) 692 - 521
(g) 222 x 4
(h) 864 ÷ 2
(i) 36 + 47
(j) 52 - 24
(l) 28 x 2
(m) 52 + 76 + 28
(n) 23 x 12
(o) 624 - 111
(p) 407 - 129
(q) 562 + 384 + 175
(r) 56 x 24
(s) 506 + 360 + 24
(t) 20.004 x 23
(u) 288 ÷ 24

2. OUTRAS BASES.

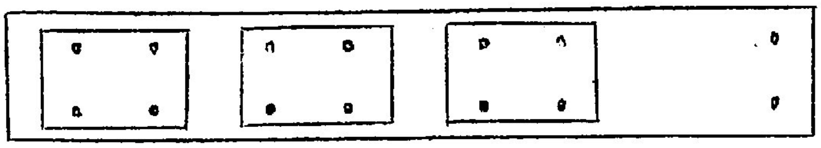
É um divertimento interessante representar números usando outras bases em vez da base 10 e aprender a calcular com êstes novos símbolos numéricos. Fazendo isto, entretanto, lembrar que <u>quaisquer que sejam os símbolos que usamos</u>, os números são os mesmos, sòmente nossas representações dêles são diferentes.

Você lembrará da última seção, que nosso sistema (base 10) decimal é baseado em agrupar por dez, provàvelmente, porque temos 10 dedos; se o homem tivesse dois dedos em cada mão, poderia ter sido mais natural agrupar de quatro. Nesta seção você verá como outros agrupamentos poderiam ter sido usados. Quando você estudar diferentes sistemas de numeração, observe suas vantagens e desvantagens comparadas com o uso da base 10.

Como um exemplo, vamos comparar agrupamentos na base quatro com agrupamentos na base 10. Suponha que queremos escrever um numeral que represente o número de pontos na caixa abaixo. Usando a base 10, agrupamos / os pontos como está apresentado e observamos que temos um conjunto de 10 e mais quatro. Nós, simplesmente, escrevemos 14 e lembramos que o "1" representa um número associado a conjunto de conjuntos de 10 e o "4" o número de pontos / "deixados de lado".



Usando a base 4, agrupamos os pontos como se mostrado abaixo e observamos que temos três grupos de quatro e mais dois. Simplesmente escrevemos 32, relembrando que o "3" representa um número associado a conjunto de conjuntos de quatro e o "2" o número de pontos "deixado de lado".



Lògicamente o símbolo "32" pode representar muitos números diferentes. Isto é, a menos que indiquemos o tipo de agrupamento, ou a <u>base</u>, que estamos usando, o numeral "32" não representa <u>um</u> número. Por exemplo, pode significar três dezenas e dois, ou três quaternas e dois, ou três conjuntos de sete e dois, etc.

Desde que, neste capítulo, usamos várias bases diferentes, precisamos de algum meio para indicar o tipo de agrupamento que estamos usando. Um meio simples para fazer isto é usar os conhecidos <u>índices</u>. Por exemplo,

32_{10} significa três dezenas e dois

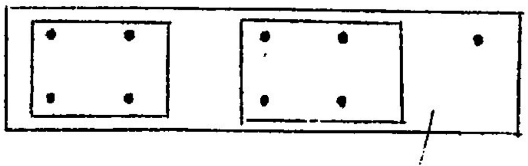
32_4 significa três "quatros" e dois

32_7 significa três "setes" e dois.

Ler símbolos numéricos escritos em outras bases é esquisito. Para evitar confusão, leremos os símbolos na base 10 do mesmo modo que sempre fizemos. Isto é, para "32"$_{10}$, simplesmente dizemos "trinta e dois". Isto, naturalmente, significa que devemos inventar novos nomes para símbolos em bases que não sejam a 10. Vamos ~~concordar em~~ ler "32"$_{4}$ ou como "três conjuntos de quatro e dois" ou como "três, dois, base quatro". Por esta combinação leríamos "32"$_{7}$ ou como "três conjuntos de sete e dois" ou como "três, dois, base sete".

Exercícios:

1. Formar os seguintes conjuntos de pontos de quatro em quatro e indicar / como os claros devem ser preenchidos. Como um exemplo, agrupamos o primeiro e preenchemos os claros.



2 conjuntos de quatro e 1

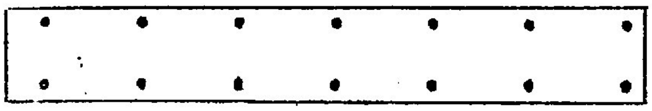
Nós escrevemos $\underline{21_4}$.

a)

- Conjuntos de quatro e --

Escrevemos ----

b)



- Conjuntos de quatro e --

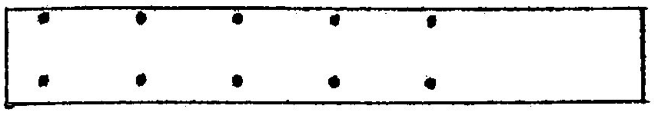
Escrevemos ----

c)

- Conjuntos de quatro e ---

Escrevemos ---

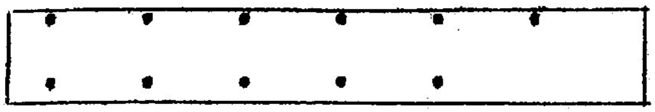
d)



- Conjuntos de quatro e --

Escrevemos ----

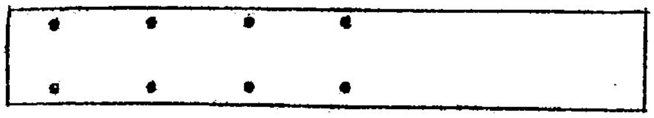
e)



- Conjuntos de quatro e --

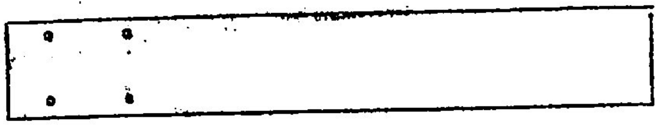
Escrevemos ----

f)



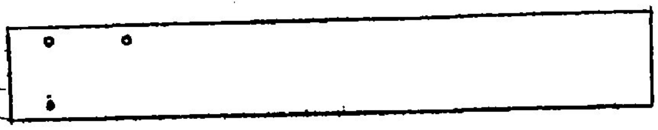
- Conjuntos de quatro e --

Escrevemos ---

(g) 

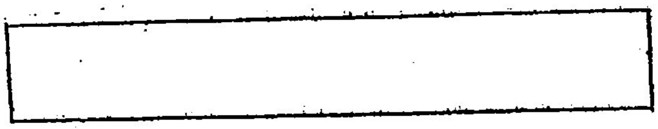
- Conjuntos de quatro e ...

Escrevemos ----

(h) 

- Conjuntos de quatro e --

Escrevemos ----

(i) 

- Conjuntos de quatro e --

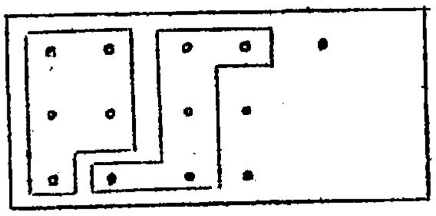
Escrevemos ----

(j) 

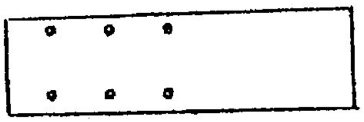
- Conjuntos de quatro e --

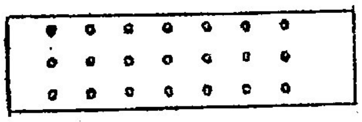
Escrevemos ----

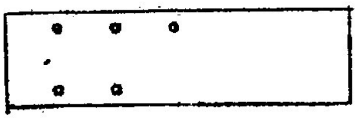
2. Formar os seguintes conjuntos de pontos como está indicado pela base dada. Escrever um numeral que indique o número de pontos em cada caixa. O primeiro é um exemplo.

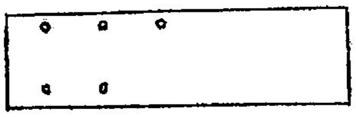


$\underline{23}_5$

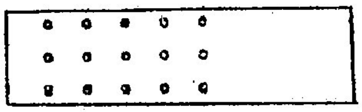
(a)  -4

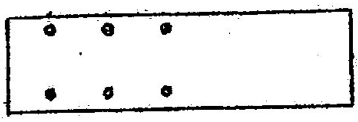
(b)  -10

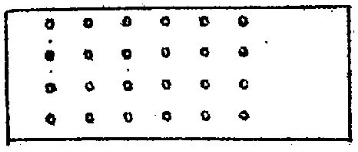
(c)  -7

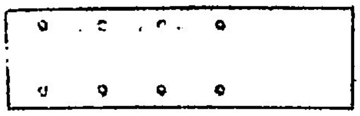
(d)  -8

(e)  -2

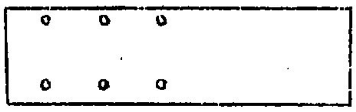
(f)  -6

(g)  -3

(h)  -9

(i) 

-8

(j) 

3. Escrever os símbolos numéricos corretos.

(a) 23_4 = __ 10 (b) 12_4 = __ 10

(c) 10_4 = __ 10 (d) 14_{10} = __ 4

(e) 3_{10} = __ 4 (f) 0_4 = __ 10

4. Escrever numerais de base quatro para os seguintes números:

(a) Três conjuntos de quatro e um.

(b) Dois, dois, base quatro.

(c) Dois conjuntos de quatro.

(d) Três, zero, base quatro.

(e) Quatro.

(f) Dois.

5. O que você pensa que o símbolo "312"$_4$ possa significar? (sugestão: Pense no ~~significado~~ do valor posicional que usamos na base 10).

6. Qual é o número mínimo de dígitos necessários para representar um número associado a qualquer conjunto de pontos na base quatro? base cinco? base sete?

Nos exercícios 5 e 6 acima você estava tendo a oportunidade de descobrir alguns dos conceitos seguintes, por você mesma. Por exemplo, usando sòmente quatro dígitos nós podemos escrever um numeral na base quatro que representa qualquer número de objetos. Para ver isto claramente, você deve pensar cuidadosamente sôbre o valor posicional usado na base 10. Considere o numeral 2321_{10}. Ensinaram-lhe a pensar no valor posicional do seguinte modo:

......

2 milhares   3 centenas   2 dezenas   1 unidades

Note que "centena" é justamente outro nome para um conjunto que contém 10 conjuntos de 10 e que "milhar" é o nome para um conjunto que contém 10 conjuntos de 100, isto é, 10 conjuntos de 10 conjuntos de 10. Quando consideramos o numeral 2321_{10} na base quatro, pensamos no valor posicional como segue

2 4x4x4   3 4 quatros   2 quatros   1 unidades

Naturalmente, um conjunto de quatro "quatros" é um conjunto de 16, e um conjunto consistindo de quatro conjuntos de "quatro" é um conjunto de 64. Assim poderíamos ler o símbolo numérico 2321_4 como "dois sessenta e quatro, três dezesseis, dois quatros, e um". Observe que:

$$2.321_{10} = (2 x 10^3) + (3 x 10^2) + (2 x 10) + 1,$$

$$2\,321_4 = (2 x 4^3) + (3 x 4^2) + (2 x 4) + 1,$$

$$2\,321_6 = (2 x 6^3) + (3 x 6^2) + (2 x 6) + 1.$$

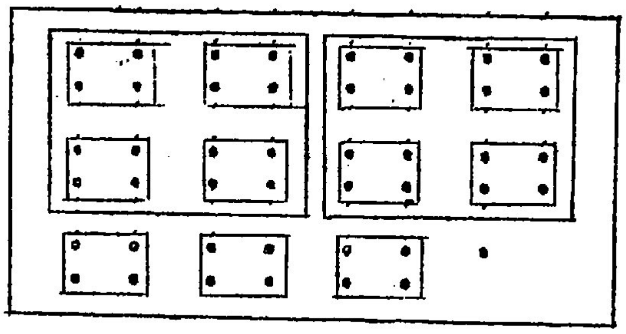
Isto é, cada um dos símbolos numéricos acima representa

2 x (o cubo da base)
\+ 3 x (o quadrado da base)
\+ 2 x (a base)
\+ 1.

Quando contamos objetos na base 10 primeiramente agrupamos por dezenas. Logo que tivermos dez dezenas, nós as agrupamos num conjunto com mais elementos. Logo que tivermos dez centenas, agrupamos estas em um conjunto com mais elementos ainda, e assim por diante. Usamos o mesmo princípio, quando contamos na base quatro. Um exemplo tornaria isto claro. Consideremos o conjunto de pontos formados por quatros na caixa abaixo.

[illegible] que temos

2 conjuntos de quatro quatro, 3 conjuntos de quatro e mais 1. Simplesmente escrevemos 231_4

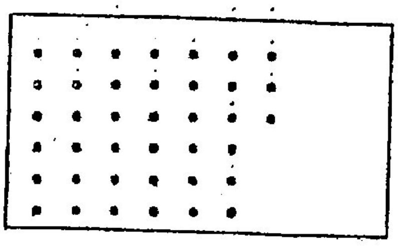


Observe também que na base quatro os símbolos 0,1,2 e 3 são suficientes para representar qualquer número inteiro, desde que, alguma vez tenhamos mais do que três, nós podemos reagrupar. Por exemplo, se tivermos nove conjuntos de quatro quatros e um conjunto de quatro.

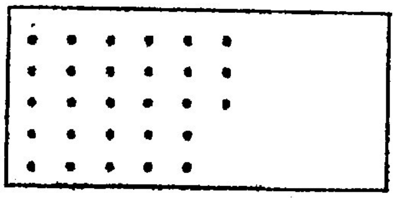
Exercícios

1. Agrupar os seguintes conjuntos de pontos por quatro e escrever um numeral na base quatro que represente o número de pontos em cada caixa.

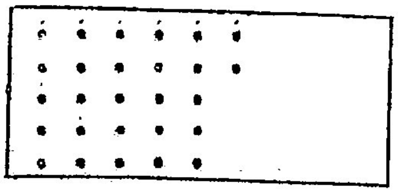
(a)



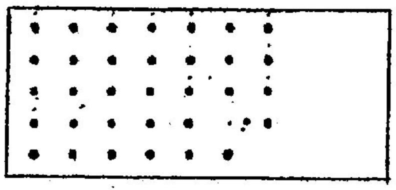
(b)



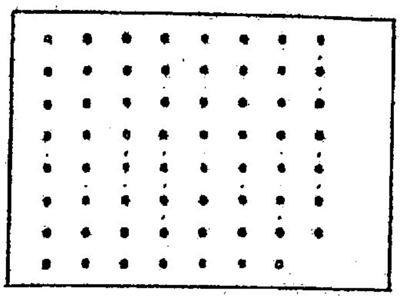
(c)



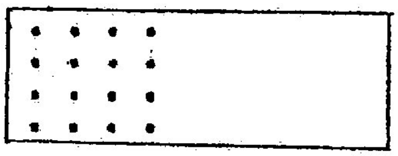
(d)



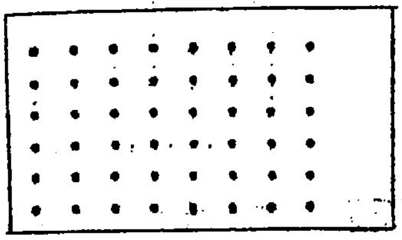
(e)



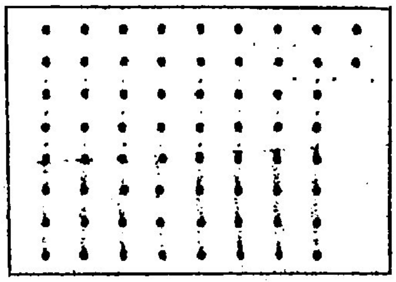
(f)



(g)



(h)



2. Repita o exercício 1 para base cinco e para base seis.

3. Complete o seguinte:

(a) $12_{10} = \underline{\quad}_4$

(b) $30_{10} = \underline{\quad}_4$

(c) $4_{10} = \underline{\quad}_4$

(d) $50_{10} = \underline{\quad}_4$

(e) $48_{10} = \underline{\quad}_4$

(f) $100_{10} = \underline{\quad}_4$

(g) $87_{10} = \underline{\quad}_4$

(h) $123_{10} = \underline{\quad}_4$

(i) $222_4 = \underline{\quad}_{10}$

(j) $100_4 = \underline{\quad}_{10}$

(k) $10_4 = \underline{\quad}_{10}$

(l) $1_4 = \underline{\quad}_{10}$

(m) $300_4 = \underline{\quad}_{10}$

(n) $1\ 010_4 = \underline{\quad}_{10}$

(o) $2\ 302_4 = \underline{\quad}_{10}$

(p) $3\ 003_4 = \underline{\quad}_{10}$

Agora que aprendemos a representar números numa base diferente, será interessante calcular nesta nova base. Desde que é inconveniente indicar a base para cada numeral quando estamos calculando, vamos omitir o índice e simplesmente combinar a base antecipadamente. Isto é o que temos sempre feito na base 10.

Primeiramente calcularemos na base quatro, e todos os numerais nos exercícios seguintes devem ser interpretados nesta base. Observe que na base quatro, temos $3 + 3 = 12$ e $2 \times 2 = 10$ e $3 \times 3 = 21$

Exercícios:

1. Indique como as seguintes tábuas de adição e multiplicação deveriam ser completadas.

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				12

X	0	1	2	3
0				
1				
2			10	
3				21

2. Escreva todos os números de 0 a 1000. (Lembre que 1000 significa 64_{10}).

3. Encontre as seguintes somas. Ilustre (a) e (b) marcando conjuntos de pontos e agrupando-os.

(a) $\begin{array}{r}21\\ \underline{31}\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}32\\ \underline{11}\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}12\\ \underline{12}\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}123\\ \underline{101}\end{array}$

(e) $\begin{array}{r}113\\ \underline{211}\end{array}$ (f) $\begin{array}{r}123\\ \underline{321}\end{array}$ (g) $\begin{array}{r}322\\ \underline{233}\end{array}$ (h) $\begin{array}{r}323\\ \underline{333}\end{array}$

(i) $\begin{array}{r}320\\ \underline{232}\end{array}$ (j) $\begin{array}{r}201\\ 121\\ \underline{322}\end{array}$ (k) $\begin{array}{r}2.032\\ 3.021\\ 1.311\\ \underline{2.202}\end{array}$ (l) $\begin{array}{r}2\ 320\\ 3\ 202\\ 2\ 032\\ 1.332\\ \underline{3.201}\end{array}$

4. Encontre os seguintes produtos. Ilustre (a), (c), (d) e (e) formando conjuntos de pontos e agrupando-os.

(a) $\begin{array}{r}21\\ \underline{2}\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}32\\ \underline{0}\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}23\\ \underline{3}\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}10\\ \underline{10}\end{array}$

(e) $\begin{array}{r}21\\ \underline{10}\end{array}$ (f) $\begin{array}{r}212\\ \underline{2}\end{array}$ (g) $\begin{array}{r}100\\ \underline{10}\end{array}$ (h) $\begin{array}{r}20\\ \underline{20}\end{array}$

(i) $\begin{array}{r}231\\ \underline{10}\end{array}$ (j) $\begin{array}{r}100\\ \underline{100}\end{array}$ (k) $\begin{array}{r}323\\ \underline{3}\end{array}$ (l) $\begin{array}{r}213\\ \underline{21}\end{array}$

(m) $\begin{array}{r}23\\ \underline{32}\end{array}$ (n) $\begin{array}{r}312\\ \underline{231}\end{array}$

5. Trabalhe os seguintes problemas de subtração. Ilustre (b), (e) e (h) agrupando pontos. representados.

(a) $\begin{array}{r}31\\ \underline{2}\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}22\\ \underline{3}\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}20\\ \underline{1}\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}10\\ \underline{1}\end{array}$

(e) $\begin{array}{r}100\\ \underline{1}\end{array}$ (f) $\begin{array}{r}32\\ \underline{3}\end{array}$ (g) $\begin{array}{r}32\\ \underline{23}\end{array}$ (h) $\begin{array}{r}101\\ \underline{33}\end{array}$

(i) $\begin{array}{r}203\\ \underline{21}\end{array}$ (j) $\begin{array}{r}132\\ \underline{123}\end{array}$ (k) $\begin{array}{r}1\ 000\\ \underline{232}\end{array}$ (l) $\begin{array}{r}23\ 012\\ \underline{12\ 123}\end{array}$

6. Trabalhe as partes (d), (g) e (j) do Exercício 4 na base cinco, base sete, base dois, base 12, base 73.

Encontre os seguintes quocientes. As partes (a), (e), (g) e (i), ilustre com conjuntos de pontos.

(a) $2\overline{)10}$ (b) $1\overline{)21}$ (c) $21\overline{)0}$ (d) $2\overline{)32}$

(e) $3\overline{)21}$ (f) $2\overline{)212}$ (g) $10\overline{)100}$ (h) $10\overline{)1\ 000}$

(i) $10\overline{)230}$ (j) $3\overline{)2\ 022}$ (k) $100\overline{)2\ 000}$ (l) $102\overline{)3\ 120}$

8. Quais são algumas das vantagens e desvantagens de usar base 4?

3. BASE DOIS

Algumas máquinas computadoras eletrônicas modernas usam um sistema numérico de base dois. Naturalmente, sòmente dois símbolos são necessários neste sistema. Desde que um interruptor elétrico tem sòmente duas posições possíveis, "on" (aberto) ou "off" (fechado), u'a máquina pode representar números por uma série de ligações e interrupções de corrente. Suponha que u'a máquina seja construída de tal forma que as lâmpadas indiquem a posição do interruptor. Uma lâmpada acesa pode representar o númeral 1 e uma lâmpada apagada pode representar o numeral 0. Indicaremos uma lâmpada acesa por ☼ e uma lâmpada apagada por ○ . Suponha que numa bateria de cinco lâmpadas tenhamos o seguinte:

☼ ○ ○ ☼ ○

Isto indicaria o numeral 10010. Agora precisamos pensar sôbre o valor posicional na base dois.

1 2x2x2x2   0 2x2x2   0 2x2   1 2   0 unidades

Assim nosso arranjo de 5 lâmpadas acesas e apagadas representaria o o número 18 na base dez.

Vamos fazer alguns cálculos na base dois. Todos os numerais nos exercícios seguintes devem ser interpretados nesta base.

Exercícios

1. Indique como as seguintes tábuas de adição e multiplicação seriam completadas.

+	0	1
0		
1		

X	0	1
1		
1		

2. Escreva todos os numerais de 0 a 1000.

3. Procure as seguintes somas. Ilustre (b), (c) e (e), formando conjuntos de pontos.

(a) $\begin{array}{r}11\\ \underline{1}\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}10\\ \underline{10}\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}11\\ \underline{11}\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}101\\ \underline{11}\end{array}$

(e) $\begin{array}{r}101\\ 110\\ \underline{111}\end{array}$ (f) $\begin{array}{r}100\\ 111\\ 110\\ \underline{101}\end{array}$ (g) $\begin{array}{r}111\\ 11\\ \underline{1}\end{array}$ (h) $\begin{array}{r}1111\\ \underline{1}\end{array}$

4. Determine os seguintes produtos. Ilustre (c), (d) e (g) agrupando objetos.

(a) $\begin{array}{r}11\\ \underline{1}\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}10\\ \underline{0}\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}10\\ \underline{10}\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}100\\ \underline{10}\end{array}$

(e) $\begin{array}{r}100\\ \underline{100}\end{array}$ (f) $\begin{array}{r}11\\ \underline{11}\end{array}$ (g) $\begin{array}{r}101\\ \underline{11}\end{array}$ (h) $\begin{array}{r}111\\ \underline{111}\end{array}$

(i)	100 110	(j)	111 11	(k)	11 111	(l)	101 110

5. Determine as seguintes diferenças.

(a)	11 1	(b)	10 1	(c)	111 10	(d)	100 11
(e)	1101 1011	(f)	110110 11011	(g)	1000 1	(h)	10000 11

6. Determine os seguintes quocientes. Ilustre (b) e (d) através de conjuntos.

(a) $1\overline{)101}$ (b) $10\overline{)110}$ (c) $11\overline{)110}$ (d) $11\overline{)1\ 111}$

(e) $10\overline{)10.110}$ (f) $101\overline{)110\ 111}$

7. Que número é indicado em cada uma das seguintes baterias de lâmpadas? (Dê sua resposta na base 10).

(a) ○ ○ ○ ○ ○ ☼ ○ ☼

(b) ○ ○ ○ ☼ ☼ ☼ ○ ☼

(c) ○ ☼ ○ ○ ○ ○ ○ ○

(d) ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ☼

(e) ☼ ○ ☼ ○ ○ ☼ ○ ○

(f) ☼ ☼ ☼ ☼ ☼ ☼ ☼ ☼

(g) ○ ○ ☼ ○ ○ ○ ○ ☼

(h) ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

(i) ○ ☼ ○ ☼ ○ ☼ ○ ☼

(j) ☼ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

……

……

8. Na base dois um "1" seguido por 10 zeros representaria tanto quanto u milhão? Como pode você escrever um número maior do que um milhão na base dois? Quais são as vantagens e desvantagens da base dois?

4. BASE DOZE

Nossa civilização ainda mostra traços de um uso primitivo da base / 12. Isto é, pode encontrar-se vários exemplos de formar conjuntos com / "doze". Por exemplo, compramos ovos por dúzia; Há doze polegadas num pé; temos um ano de 12 meses. Quais são outros exemplos como êste

Um interessante problema surge quando trabalhamos na base 12. Devemos inventar dois novos símbolos, um para 10 e um para 11. Suponha que / concordamos em usar os seguintes símbolos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, t, e.

Certamente, então

$$10_{12} = 12_{10}, \; t_{12} = 10_{10}, \; e_{12} = 11_{10}$$

Exercícios:

1. Os seguintes numerais estão na base 12. Como seriam preenchidos os espaços em branco com numerais da base 10?

(a) 2 1 8 6

(b) 7 e 2 t 6

2. Complete as seguintes tabelas de adição e multiplicação.

……

……

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	t	e
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7						10						
8												
9												
t											18	
e												1t

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	t	e
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
t												
e												

……

3. Trabalhe os problemas abaixo na base 12.

(a) 72 + 4t (b) t3 + e9 (c) 60 - 35

(d) 100 - 4e (e) 10 x 20 (f) 40 x 30

(g) 10 x 315 (h) 100 x 3t (i) 4t : 2

(j) 7e : 5 (k) 8t0 : 10 (l) 698 : 24

Na base 10, escrevemos o número um décimo como $\frac{1}{10}$ e também como 0,1. Escrevemos um centésimo como $\frac{1}{100}$ e como 0,01. Na notação da base 12, os símbolos $(\frac{1}{10})_{12}$ e $0,1_{12}$ representariam um duodécimo. Que representariam os símbolos $(\frac{1}{100})_{12}$ e $0,01_{12}$? Uma vantagem da base 12 é que várias frações podem ser expressas como "decimais" mais simples do que na base 10. Por exemplo, desde que $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, na notação da base doze escreveríamos 0,4 por $\frac{1}{3}$.

Interprete todos os numerais nos seguintes exercícios na base 12.

Exercícios:

1. Expresse cada fração (base 12) como um "decimal" na base 12

(a) $\frac{1}{2}$ = ----------- (b) $\frac{1}{3}$ = -----------

(c) $\frac{1}{6}$ = ----------- (d) $\frac{2}{3}$ = -----------

(e) $\frac{1}{4}$ = ----------- (f) $\frac{3}{4}$ = -----------

(g) $\frac{1}{8}$ = ----------- (h) $\frac{3}{8}$ = -----------

(i) $\frac{1}{9}$ = ----------- (j) $\frac{5}{9}$ = -----------

2. Explique por que na base 12,

$$\frac{5}{10} \neq \frac{1}{2}$$

……

....

3. Qual é o maior,

$\frac{2}{3}$ ou : 0,7 ?

4. Adicione:

(a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ (b) 0,6 + 0,6 (c) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ (d) 0,56 + 0,66

5. Passe um traço ao redor do número mais próximo ao décimo segundo

(a) 1,67 (b) 6,04 (c) 3,46 (d) 2,359

6. Multiplique:

(a) $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ (b) 0,2 X (c) 1,2 x 2,3 (d) $\frac{1}{100}$ x 48

No restante do trabalho dêste ano não enfatizaremos o cálculo em outras bases. Você passou vários anos desenvolvendo a habilidade de calcular na base 10 e não seria razoável esperar que você desenvolvesse a mesma espécie de habilidade em outras bases. Entretanto, o estudo dêste tópico teria lhe dado uma melhor compreensão de nosso próprio sistema de base 10. Você veria claramente que não há nada de especial sôbre base 10 que a faz melhor que as outras bases. Se escolhermos uma pequena base, nossas tabelas de adição e multiplicação seriam mais fáceis de aprender. Quantos casos de adição nós precisaríamos memorizar na base cinco? Quantos casos de multiplicação? Se estivesse em seu poder, escolher uma base para a raça humana usar, que escôlha você faria?

Os exercícios seguintes chamam atenção para várias idéias mais interessantes relacionadas com outras bases que não a 10.

Exercícios:

1. Enumere algumas vantagens e desvantagens de usar uma pequena base tal como três ou quatro.
2. Repita o exercício 1 para grandes bases, tais como 30 ou 60.
3. Diga se cada uma das seguintes sentenças é verdadeira ou falsa: ....

....

(a) $0_4 = 0_8$ (b) $5_6 = 5_9$

(c) $(2_3)^2 = 11_2$ (d) $10_2 = 2_{10}$

(e) $3_7 \times 5_7 = 21_7$ (f) $\left(\frac{1}{2}\right)_5 = \left(\frac{1}{2}\right)_6$

(g) $1_2 + 1_2 = 10_2$ (h) $6_8 = 10_6$

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)_6 = 0,5_6$ (j) $100_2 = 10_4$

(k) $11_6 = 111_2$ (l) $\left(\frac{1}{12}\right)_3 = \left(\frac{1}{12}\right)_{10}$

4. Complete o seguinte:

(a) 10_5 = --------10 (b) 24_5 = -------- 10

(c) 234_5 = -------- 10 (d) 1342_5 = -------- 10

5. Explique o valor posicional usando o numeral 20143_5 como um exemplo.

6. Construa as tábuas da adição e multiplicação para base cinco.

7. Complete o seguinte:

(a) 15 (base 6) = -------- (base 4).

(b) -------- (base 8) = 33 (base 6).

(c) 18 (base 9) = 17 (--------).

(d) 100 (--------) = 49 (base 10).

(e) 101 (base 7) = -------- (base 8).

(f) 101 (base 10) = 23 (--------).

(g) 101 (base 7) = -------- (base 9).

(h) 101 (base 2) = -------- (base 3)

(i) 101 (base 3) = -------- (base 2).

(j) 35 (base 6) = 27 (--------).

8. Quando um numeral para um número é escrito na base 10, como pode você decidir se o número é divisível exatamente por 2 (dois)?

É divisível exatamente por cinco?

9. Quando o numeral para um número é escrito na base 8, como você pode decidir se o número é divisível exatamente por dois? Pode você concluir fàcilmente se o número é divisível exatamente por cinco? por quatro?

....

10. Quando o numeral é escrito na base 10, como você pode dizer fàcilmente que resto terá quando o número é dividido por 10?

11. Quando o numeral é escrito na base 8, pode você dizer fàcilmente o - que restará, quando o número é dividido por 10? Como pode dizer que resto terá se o número é dividido por oito?

12. Se um numeral é escrito na base 10, dê uma forma para concluir se o número que êle representa é par ou ímpar.

13. Se um numeral é escrito na base dois, dê uma forma para comcluir se o número ue representa é par ou ímpar.

14. Se um numeral é escrito na base 3, dê uma forma para decidir se o número que representa é par ou ímpar.

15. Se a base em que um numeral é escrito é um número par, dê uma forma para decidir de o número é ímpar ou par. Dê uma forma, se a base é um número ímpar.

16. Na base 10 um número é divisível exatamente por três, se a soma dos números representados pelos seus dígitos é divisível por três. Esta regra permanece na base cinco? na base sete? Pode você determinar para que bases a regra permanece?

17. Na base seis e base nove é muito fácil determinar se um número é divisível por três. Explique.

18. Os símbolos numéricos 2.402, 240,402 e 4.422 representam números pares não importando que base esteja sendo usada. (Naturalmente a base deve ser maior que quatro. Por que?) Explique por que êstes são números pares.

19. Qualquer número de 1 até 63 pode ser escrito como uma soma de números escolhidos do conjunto 1,2,4,8,16,32 e nenhum dêstes números precisa ser usado mais do que uma vez para formar a soma. O que tem êste caso com o da base dois?

......

20. Na base 10 os números 25,50 e 125 são especialmente fáceis para efetuar a multiplicação. Por exemplo, 4 x 25 =100, 2 x 50 =100, 8 x 125 = 1000. Quais os três produtos que na base 14 se correspondem com êstes três?

-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

Capítulo IV

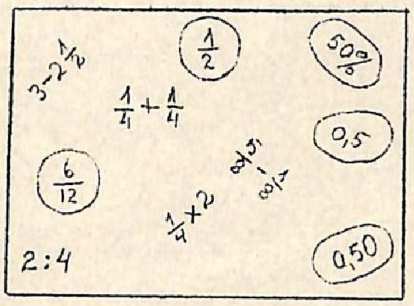
BASE DEZ

1. Símbolos para números racionais.

Antecipadamente assinalamos que qualquer número pode ser representado por muitos e diferentes símbolos. Nêste capítulo daremos ênfase a esta idéia. A figura mostra vários símbolos representando o número "um meio". Estamos especialmente interessados naqueles símbolos que estão rodeados / por uma linha fechada.

Você, provàvelmente está acostumado a dizer que $\frac{1}{2}$ é uma fração, ~~e~~ 0,5 é um decimal, e 50% é uma porcentagem. Está claro que há sòmente / "um número" representado. Seria mais preciso falar em "forma fracionária," em "forma decimal" e em "forma porcentual" para êste único número. Você concluiria que estas palavras: frações, decimais e porcentagem, realmente descrevem os símbolos com os quais representamos os números antes do que os próprios números. Resolvemos usar neste livro, mais a linguagem que se refere ao número que aquela para seu símbolo. Concordamos chamar todos os números que podem ser representados por símbolos fracionários, números / racionais. Por exemplo, diremos "Adicione os números racionais $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$" em vez de "Adicione as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$" e "Adicione os números racionais 50% e $33\frac{1}{3}\%$" em vez de "Adicione as porcentagens 50% e $33\frac{1}{3}\%$".

....



O número racional um meio.

Exercícios:

1. Escreva cinco frações que representem o mesmo número racional que o representado pela fração dada. Escreva dois decimais e uma porcentagem que represente o número racional.

   (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{1}$ (c) $\frac{8}{4}$ (d) $\frac{6}{6}$ (e) $\frac{9}{12}$ (f) $\frac{0}{5}$

2. Os números inteiros são números racionais? [Sugestão: Olhe cuidadosasamente para (b), (d) e (f) acima.]

3. Escreva frações que representem a soma dos seguintes números racionais:

   (a) $\frac{2}{10} + \frac{7}{100}$ (b) $\frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1,000}$

   (c) $\frac{1}{1000} + \frac{9}{10}$ (d) $\frac{3}{100} + \frac{1}{10.000}$

   (e) $\frac{4}{1} + \frac{7}{10} + \frac{3}{1.000}$ (f) $\frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{10}{1,000}$

   (g) $\frac{17}{10} + \frac{24}{100} + \frac{60}{1.000}$

4. Escreva decimais que representem as somas dos números racionais no Exercício 3 (Sugestão: $\frac{2}{10} + \frac{7}{100} = \frac{27}{100} = 0,27$).

5. Escreva porcentagens que representem somas de números racionais no Exercício 3.

6. Quando falamos de "númerais mistos" estamos falando sôbre uma maneira particular de escrever um símbolo numérico. Naturalmente, êstes "numerais

……

……

mistos" ~~representam números~~ racionais representados pelo seguinte:

(a) $2\frac{1}{2}$ (b) $6\frac{1}{3}$ (c) $4\frac{1}{6}$ (d) $0\frac{2}{3}$ (e) $3\frac{0}{2}$ (f) $0,5\frac{1}{2}$

Trabalhando com decimais é importante que você compreenda que êles são simplesmente representações convenientes para números racionais. No Exercício 3 (a) acima lhe foi pedido para adicionar os números racionais $\frac{2}{10}$ e $\frac{7}{100}$.

Isto poderia ter sido apresentado "Adicionar os números racionais 0,2 e 0,07". A questão é saber quando podemos dizer se uma fração e um decimal representam o mesmo número racional. Isto é simplesmente uma questão de convenção. Isto é, convencionamos que :

$$\frac{3}{10} = 0,3 \qquad \frac{3}{100} = 0,03$$

$$\frac{3}{1.000} = 0,003 \qquad \frac{3}{10.000} = 0,0003, \text{ etc.}$$

Além disso, convencionamos que:

$$0,5762 = \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1.000} + \frac{2}{10.000}$$

ou

$$0,5762 = 0,5 + 0,07 + 0,006 + 0,0002.$$

Você está familiarizada com estas convenções. Chamamos atenção para elas simplesmente para enfatizar que "isto é meramente uma questão de convenção no uso dos símbolos". Naturalmente a notação decimal foi criada porque é um meio muito útil para representar números racionais. Esta utilidade é melhor ilustrada examinando algumas das interessantes relações existentes entre a notação fracionária e a decimal.

Você já está familiarizada com o fato de que $\frac{3}{5} = 3 : 5$ e você sabe que quando se divide 3 por 5 você obtém a representação decimal do número racional $\frac{3}{5}$.

……

……

Exercícios:

1. Como no exemplo acima~~, escreva~~ cada um dos seguintes exercícios como uma soma dos números racionais, usando primeiro notação fracionária e depois a notação decimal.

   (a) 0,26 (b) 0,543 (c) 0,2037 (d) 0,68032

2. Escreva decimais para os seguintes números racionais.

   (a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$

   (b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}, \frac{1}{3125}$

   (c) $\frac{1}{80}, \frac{1}{500}, \frac{1}{200}, \frac{1}{1600}$.

3. Escreva decimais que representem os números racionais dados. Faça cada divisão até você encontrar uma forma padronizada.

   (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{1}{7}$ (d) $\frac{1}{11}$ (e) $\frac{1}{13}$ (f) $\frac{2}{7}$

   (g) $\frac{4}{7}$ (h) $\frac{1}{99}$ (i) $\frac{1}{999}$ (j) $\frac{1}{9999}$ b(k) $\frac{7}{99}$ (l) $\frac{35}{999}$

4. Decimais que representam números racionais tem uma interessante propriedade. Estude suas respostas para os exercícios 2 e 3 para ver se você pode descobrir esta propriedade.

5. Cada um dos seguintes decimais representa um número racional. Dê um nome fracionário para cada número. Os pontos após cada decimal indicam que a forma é repetida continuamente.

   (a) 0,333... (b) 0,111...
   (c) 0,7777... (d) 0,5555...
   (e) 0,010101... (f) 0,03030303...
   (g) 0,121212... (h) 0,001001001001...
   (i) 0,148148...

6. Represente um decimal que não se repete. Você pensa que há uma representação fracionária para êste número?

Se você trabalhou os exercícios 4 e 5, talvez tenha chegado às seguintes conclusões:

(1) Cada número racional pode ser representado por um decimal no / qual um certo dígito ou grupo de dígitos se repete continuamente.

(2) Cada decimal periódica é uma representação para um número racional.

Faça a questão (1) no caso de um número racional tal como $\frac{3}{8}$ desde que $\frac{3}{8} = 0,375$. Nêste caso nós consideramos o zero como a parte que se repete do decimal. Por isso:

$$\frac{3}{8} = 0,3750000...$$

Exercício.

Dê um argumento convinbente de que todo número racional tem uma representação decimal periódica.

Depois de termos estudado um pouco de Àlgebra, seremos capazes de mostrar que tôda decimal periódica representa um número racional. Sem os "instrumentos" da Àlgebra, isto é difícil provar. Talvez você tenha pensado em um processo de provar isto; se você o tem, verifique seus resultados com seu professor.

Outro processo útil de representar núme4os racionais é pensar sòmente numa fração que tenha denominador 100. Seguidamente quando decidimos chamar atenção para esta designação particular, omitimos o denominador e colocamos o símbolo "%" depois do numerador. Por exemplo,

$$\frac{75}{100} = 75\%, \quad \frac{37}{100} = 37\%$$

Naturalmente, nem todo número racional é um número inteiro de centésimos. Quando estamos trabalhando com percentagem, calculamos como abaixo:

$$\frac{3}{8} = \frac{375}{1.000} = \frac{37\frac{1}{2}}{100} = 37\frac{1}{2}\%,$$

$$\frac{1}{3} = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = 33\frac{1}{3}\%$$

....,

Usamos a divisão para substituir símbolos fracionários por símbolos de percentagem. Se o denominador de uma fração é 2,4,5,10,20,25,50 ou 100, o trabalho pode ser realizado mentalmente, para

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%, \qquad \frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 125\%, \qquad \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%.$$

Para outros demominadores que não sejam êstes é realmente mais fácil calcular a percentagem por divisão. Por exemplo, a fração $\frac{3}{11}$ pode ser mudada para uma percentagem como abaixo.

```
     0,27
 11)3,00
    2 2
      80
      77
       3
```

Vemos desta divisão que:

$$\frac{3}{11} = \frac{27\frac{3}{11}}{100} \quad 27\frac{3}{11}\% .$$

Exercícios:

1; Cada fila na seguinte tabela dá um nome de um número racional. Complete outras designações comuns.

	Fração	Forma decimal	Porcento
(a)	$\frac{1}{2}$		
(b)		0,75	
(c)			30 %
(d)		0,3333...	
(e)	$\frac{2}{5}$		
(f)			25 %
(g)	$\frac{3}{8}$		
(h)			$12\frac{1}{2}$ %
(i)	$\frac{17}{100}$		
(j)		0,025	
(k)			$4\frac{1}{2}$ %
(l)		0,06666...	
(m)	$\frac{0}{5}$		
(n)		3,3333...	
(o)	$\frac{7}{7}$		
(p)			$9\frac{1}{11}$ %
(q)			0,02 %

. . . .

2. Adicione os números racionais 50% e $\frac{3}{4}$; 150% e 2.

3. Multiplique os números racionais 1,5 e $\frac{2}{3}$.

4. Divida o número racional $\frac{3}{1}$ por 25%.

2. HABILIDADES ARITMÉTICAS.

Se você para a pensar sôbre tôda a aritmética que você faz fora do seu trabalho escolar, você provàvelmente concluirá que grande parte dela é aritmética mental, isto é, cálculo sem ajuda de lápis e papel. Os exercícios desta secção estão divididos em dois grupos: aqueles que devem ser feitos mentalmente e aqueles que geralmente requerem trabalho escrito.

Recorde que, no exercício mental, você usará lápis e papel sòmente para escrever suas respostas. Todos os cálculos devem ser efetuados sem êles.

Em todos os exercícios você trabalhará rápida e exatamente. Embora a exatidão seja a mais importante, é desejável que você aprenda a calcular ràpidamente. Ainda que a rapidez não seja uma necessidade mais significativa, você estará limitado na totalidade da Matemática, e você pode aprender num dado período de tempo caso você se treine para pensar ràpidamente.

Exercício mental

1. Adição (5 minutos)

(a) $7 + 6 + 8 + 3 + 1 + 9 + 8$ (b) $4+9+6+7+2+5+9$

(c) $14 + 15 + 10 + 11 + 16$ (d) $8\frac{1}{2} + 6 + 2\frac{1}{2} + 9 + 7$

(e) $6+3\frac{1}{2} + 9 + 4\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2}$ (f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

(g) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ (h) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

(i) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 6\frac{1}{2}$ (j) $28\frac{1}{2} + 34\frac{3}{4}$

. . . .

....

....

(k) 5280 + 7999   (l) 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8

(m) 1523 + 2999 + 3999   (n) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

(o) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ (p) $3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{3} + 5\frac{1}{6}$

(q) $6\frac{1}{2} + 8\frac{1}{4} + 9\frac{1}{8}$ (r) 3,75 + 6,5 + 8,25 + 7,5

(s) 3,5 + 4,25 + 7,125   (t) 327 + 642 + 826

2. Subtração (4 minutos)

(a) 28 - 7   (b) 56 - 22   (c) 87 - 37

(d) 55 - 28   (e) 156 - 67   (f) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

(g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (h) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ (i) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

(j) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ (k) $3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{2}$ (l) $3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$

(m) $6\frac{1}{4} - 3\frac{3}{8}$ (n) 5.280 - 3.999   (o) 6.524 - 4.998

(p) 7.000 - 1.286   (q) $58\frac{1}{4} - 27\frac{1}{2}$ (r) $75\frac{3}{4} - 29\frac{1}{2}$

(s) $325\frac{1}{8} - 132\frac{1}{2}$

3. Multiplicação (4 minutos)

(a) 2 x 250   (b) 4 x 125   (c) 8 x 25

(d) $3 \times 33\frac{1}{3}$ (e) $2 \times 66\frac{2}{3}$ (f) 3 x 26

(g) 4 x 24   (h) 5 x 19   (i) 12 x 51

(j) 7 x 8 x 2 x 2   (k) 13 x 2 x 1 x 4   (l) 51 x 8 x 2

(m) 31 x 28 x 0 x 37

(n) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

(o) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$

(p) 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

(q) $\frac{1}{2} \times 28{,}64$

(r) $\frac{1}{2} \times 36\frac{4}{5}$

(5) $\frac{1}{2} \times 37\frac{3}{5}$

(t) 3 x 3 x 3 x 3 x 3

....

......

4. Divisão (3 minutos)

(a) $24 : 2$
(b) $24 : 1$
(c) $24 : \frac{1}{2}$
(d) $24 : 4$
(e) $24 : \frac{1}{4}$
(f) $0 : 2$
(g) $0 : \frac{1}{2}$
(h) $17 : 2$
(i) $17 : 4$
(j) $17 : \frac{1}{2}$
(k) $17 : \frac{1}{4}$
(l) $10 : 2\frac{1}{2}$
(m) $100 : 2\frac{1}{2}$
(n) $1 : 2\frac{1}{2}$
(o) $5 : \frac{1}{2}$
(p) $5 : \frac{1}{4}$
(q) $5 : \frac{1}{8}$
(r) $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$
(s) $28\frac{4}{7} : 7\frac{1}{7}$
(t) $36\frac{3}{4} : 6$

5. Miscelânea (Efetue as operações na ordem da esquerda para a direita). (10 minutos)

(a) $24 + 6 \times 2 : 3$
(b) $3\frac{1}{2} \times 2 \times 3 : 6$
(c) $20 - 2 \times 2 + 2 : 2$
(d) $36 + 2 \times 2 - 2 : 2$
(e) $6\frac{1}{4} \times 8 \times 4 : 25$
(f) $6\frac{1}{4} : 2 \times 3$
(g) $256 \times 10 + 256$
(h) $256 \times 10 - 256$
(i) $720 : 8 \times 8$
(j) $5.624 + 2.307 - 2.307$
(k) $66{,}012 : 3 \times 2$
(l) $32 - 17 : 3 \times 20 - 8$
(m) $79 \times 2 + 2 \times 2$
(n) $16\frac{1}{2} \times 2 \times 3$
(o) $10 : 2 : \frac{1}{2}$
(p) $35 + 75 : 11 - 10$
(q) $15 : \frac{1}{8} \times 2$
(r) $72{,}8 \times 100 : 10$
(s) $0{,}062 \times 1.000 \times 2 + 76$
(t) $7.800 : 100 \times 2 + 4$

EXERCÍCIO ESCRITO

A. Decimais.

1. Adição

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
5,28	528,6	6,333	64,37	89,234
6,72	923,1	8,214	85,73	65,872
5,14	875,4	7,569	92,14	60,754
7,65	620,0	8,387	62,67	82,092
3,91	731,4	9,265	54,08	16,057

....

....

2. Subtração

(a) $\begin{array}{r} 35,8 \\ 23,5 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 3,672 \\ 3,672 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 0,8050 \\ 0,1705 \\ \hline \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 61,850 \\ 33,865 \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} 39,2863 \\ 25,4295 \\ \hline \end{array}$

3. Multiplicação

(a) $\begin{array}{r} 32,86 \\ 0,07 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 2,8 \\ 9,6 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 3,49 \\ 24 \\ \hline \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 58,64 \\ 3,5 \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} 19081 \\ 3,18 \\ \hline \end{array}$

4. Divisão

(a) $0,07\overline{)2555}$ (b) $3,4\overline{)98,6}$ (c) $24\overline{)103,68}$

(d) $3,1\overline{)199,237}$ (e) $206\overline{)55657,08}$

B. Frações

1. Adição

(a) $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{5} + \frac{0}{4}$ (c) $6\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ (e) $2\frac{3}{8} + 3\frac{2}{5} + 4\frac{1}{4}$

2. Subtração

(a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{5} - \frac{0}{4}$ (c) $6\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$ (d) $\frac{7}{12} - \frac{1}{8}$

(e) $4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{8}$

3. Multiplicação

(a) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{8} \times \frac{2}{2}$ (c) $6\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{8}$ (d) $\frac{5}{16} \times \frac{4}{5}$ (e) $8\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{4}$

4. Divisão

(a) $\frac{3}{16} : \frac{1}{3}$ (b) $\frac{7}{8} : \frac{8}{8}$ (c) $7 : \frac{1}{7}$ (d) $6\frac{7}{8} : \frac{5}{4}$ (e) $3\frac{1}{3} : 4\frac{2}{5}$

C. Miscelânea

1. Adição

(a) $\begin{array}{r} 42 \\ 26 \\ 71 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 70,24 \\ 69,13 \\ 97,36 \\ 78,21 \\ \hline \end{array}$

....

....

(c) $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$

(d) $\begin{array}{r} 7\frac{3}{4} \\ 2\frac{1}{8} \\ \underline{6\frac{1}{2}} \end{array}$

(e) 0,73 + 0,45 + 0,57

(f) 65,02 + 384,6 + 3,029

2. Subtração

(a) $\begin{array}{r} 731 \\ \underline{289} \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 60{,}69 \\ \underline{24{,}67} \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 56 \\ \underline{37{,}57} \end{array}$ (d) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$ (e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

(f) 57 - 47,35 (g) $\begin{array}{r} 612 \\ \underline{237\frac{2}{3}} \end{array}$ (h) 384,6 - 65,02

3. Multiplicação

(a) $\begin{array}{r} 685 \\ \underline{5} \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 9{,}53 \\ \underline{53} \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 535 \\ \underline{460} \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 482\frac{3}{4} \\ \underline{79} \end{array}$ (e) 100 x 4.27

((f) $\begin{array}{r} 9{,}36 \\ \underline{8{,}4} \end{array}$ (g) $\begin{array}{r} 9{,}74 \\ \underline{2\frac{3}{4}} \end{array}$ (h) $\begin{array}{r} 47.08 \\ \underline{0.048} \end{array}$ (i) 62% x 1.324

(j) 35,06 x 105% (k) $\frac{3}{8}$ x 50% (l) $5\frac{3}{8}$: $16\frac{2}{3}$ % (m) $6\frac{2}{3}$ x $4\frac{1}{4}$

4. Divisão

(a) $4\overline{)8.452}$ (b) $6\overline{)54{,}30}$ (c) $78\overline{)50.232}$ (d) $\frac{3}{8} : \frac{1}{3}$

(e) 900 : 100 (f) $3\frac{1}{4}$: 6 (g) $1{,}59\overline{)844{,}29}$ (h) $48\overline{)15.261}$

-.-.-.-. -.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

NOTA DA EQUIPE DE MATEMÁTICA.

Êste livro não está totalmente dentro da linha da Matemática Reformulada, foi escrito num período de transição, mas faz um ótimo tratamento dos conteúdos matemáticos que apresenta e serve como subsídio para uma discussão bem orientada.

Tradução de: MARIA AGUEDA DE OLIVEIRA FREITAS

Revisão e adaptação de: LEDA SPERB LOPES
RACHEL WAJNER
ZILÁ MARIA GUEDES PAIM