

HISTÓRIA DOS NUMERAIS

Tradução de BRUMFIELD, BICHOLZ, SHANKS
 Fundamental Concepts of Elementary Mathematics - Addison Wesley Publishing
 Company, Inc. Reading, Massachusetts
 London - 1962 - 340 pág.

Neste capítulo, esboçamos parte da história dos numerais, de sua invenção, isto é, dos símbolos usados para representar os números. Estudaremos como se desenvolverá a arte de calcular. Através deste capítulo, procuraremos mostrar que os números são os mesmos, quaisquer que sejam os símbolos por nós usados.

Os mais primitivos esforços para representar os números estão perdidos nos mais obscuros recantos do passado, há centenas e centenas de anos. Somente uma coisa é razoavelmente segura, que em todas as civilizações o símbolo para o número um foi um simples sinal ou um simples traço vertical ou talvez horizontal. Números pequenos poderiam ser representados por vários desses sinais, mas certamente seria muito difícil escrever um milhão com eles. Os problemas de adição são muito simples, se usarmos somente estes símbolos simples. Podemos escrever somas assim:

III + III = IIIII

Foi somente quando o homem começou a viver em grupos que se tornou necessário representar grandes números de uma maneira mais simples. E tão distante quanto sabemos, não foi se não no início da vida nas cidades, há uns 5 000 anos, que foi inventado um conveniente sistema de numerais. Aparentemente, a civilização se desenvolveu primeiramente nos grandes e férteis vales dos rios da Europa e da Ásia. Os vales dos rios Nilo, Tigre e Eufrates e Yangtsé-Kiang foram o berço das civilizações. Nessas civilizações foi possível aos povos acumular riqueza, através do comércio, fazer grandes negócios. Governos organizaram-se e taxas foram impostas. Para tudo isso, foi necessário um razoável e simples sistema de numeração.

Dessas civilizações passadas, nós estudamos os sistemas de numeração, que permanecem escritos em pedras, argila, madeira e papel.

Veremos mais tarde, como foram laboriosamente decifrados, pelos homens esses velhos símbolos.

Quando escrevemos o símbolo "4 357", os numerais 4, 3, 5 e 7, valem 4 000, 300, 50 e 7. Isso mostra a importância da propriedade que nosso sistema possui. Descrevemos essa propriedade dizendo que nosso sistema obedece a o princípio da posição decimal, isto é, o número que um numeral representa depende do lugar em que aparece no símbolo do número.

Outro fato importante que simplifica nossos cálculos e torna fácil estudar a Aritmética, é que existem somente dez símbolos para representar qualquer número. Esses são os numerais hindu-arábicos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Descreveremos seu desenvolvimento mais tarde. Estes numerais são também chamados de dígitos. Vocês sabem porque?

Cada um destes dígitos usados por si só representa um único número. Somente quando escrevemos um número maior que nove este dígito pode ser representado por dois ou mais números diferentes. Então, em 636, um "6" ,

vale seis centenas e o outro seis.

Naturalmente os números foram introduzidos primeiro para comparar conjuntos ou coleções de cousas. Pelo uso dos números, podemos dizer quantos objetos há num conjunto particular. Levou o homem muito tempo para se decidir a usar um símbolos especial para o conjunto que não possuísse nem um elemento. Deve-se notar que o numeral "0" tem uma pequena propriedade especial, isto é, que sempre representa o mesmo número. Por exemplo no símbolo do número "3 003", o primeiro tres representa 3 mil e o segundo representa apenas o número tres. Mas cada símbolo "0" representa o número zero.

Na nossa linguagem moderna, há traços de outros sistemas para dizer quantos objetos existem num conjunto. Por exemplo falamos em comprar uma dúzia de ovos ou uma grossa de lápis. Há sessenta minutos na hora e 360 graus no círculo. A idade de uma pessoa pode ser representada por "3 vintenenas e dez".

A única razão para base de nosso sistema de numeração seja dez é o fato de termos dez dedos. Os povos civilizados tem usado 20 como base. Você pode conjecturar porque? Um exemplo é a civilização Maia, da América Central.

Exercícios:

1- Vocês viram os dígitos 0,1, 2,3,4,5,6,7,8, e 9, escritos de uma outra maneira? Pode você e o seu colega que está sentado ao seu lado, fazer o "8" dessa outra maneira?

2- Suponhamos que você não possui o símbolo zero, mas apenas 1,2...8,9. Poderia usá-los para calcular?

3- Algumas sugestões para leitura são apresentados a seguir.

a) Veja os tópicos "numeral" e "numerais indiano-árabicos" em uma enciclopédia.

b) Leia a cêrca da história primitiva do Egito e Babilônia, ou China numa enciclopédia.

c) Veja a informação concernente à civilização Maia.

ROMA

No auge de seu poder, talvez 100 anos D.C., o Império Romano abrangia tóda parte ocidental do mundo civilizado. Esse vasto império não só tinha grande necessidade de pessoas hábeis no cálculo, como dispunha apenas de numerais romanos.

Pode-se distinguir entre os métodos de calcular com números e os meios de registrá-los. Através do Império Romano o cálculo foi realizado no ábaco, porque os numerais romanos não eram convenientes. Ainda não se pode encontrar livros de cálculos com um ábaco romano. Para este propósito

os símbolos para os números devam ser escritos e os numerais romanos foram usados para registrar dados. (3)

Originalmente, o numeral romano para o número 5, foi o desenho de uma mão. Mais tarde isto foi simplificado para V. Note-se que há algum uso do valor posicional nos numerais romanos IV e IX. O sistema romano tem como base 10, desde que todos os seus símbolos para um grande número denotam múltiplos de dez, isto é, L 5 X 10, C 10 X 10, etc... Constitui interessante e experiência fazer alguns problemas simples de aritmética, usando estes numerais romanos. A adição e a subtração são relativamente fáceis, mas a multiplicação e a divisão não.



Exercícios:

1- Some o que segue, expressando a sua resposta em numerais romanos. Você pode visualizá-lo como seria isto feito no ábaco?

VII + V

XXIV + XXXVIII

XIII + XXIV + IXIX + CXLIII

2- Efetue as seguintes subtrações:

XXIV - XII

XXIV - XIX

CLXX - LXIII

3- Explique como se poderia imaginar que os numerais romanos foram trabalhados nos exercícios 1 e 2.

4- Experimente fazer estas multiplicações. Diga como elas poderiam ser feitas em um ábaco.

XI x X

XXIV x XX x VI

XIV x XXVI

5- Realize estas divisões. Explique como a primeira pode ser realizada no ábaco.

LXXII : XII

CXLIV : IX

6- Os números romanos foram usados em negócios, na Europa, mesmo no século XVI. Afirmou-se que com os numerais arábicos era fácil a troca de um "0" por um "(9)". Leia a cerca do uso dos numerais romanos em nossas enciclopédias.

7- Discuta as dificuldades envolvidas na escrita de grandes números com numerais romanos.

EGITO

A mais antiga civilização da qual possuímos extensos documentos, desenvolveu-se nos vales do rio Nilo. Ali, anualmente, o limo trazido pela

inundação f rtilizava a terra. Mas estas inundações destruíam as demarcações de limites, e tornavam necessárias uma apurada medição de terras após as enchentes. Foi também indispensável a exata previsão dos transbordamentos. Isto contribuiu para o desenvolvimento da astrologia, a precursora de nossa moderna ciência, a astronomia, a qual requer o uso da matemática.

Tres mil anos A. J. , havia extensa civilização construída sobre e em torno do delta do Nilo. Um sistema de ~~numeral~~ escrita foi desenvolvido (hieroglifos) e também um sistema de numeração. Entre 3000 e 2000 A. C. as grandes pirâmides foram construídas. Esta construção foi uma notável obra de engenharia que requereu muito conhecimento de matemática.

O sistema de numeração egípcio era muito simples. Usava a base dez, mas não usava o princípio posicional e não possuía o símbolo zero. Muitos de nossos conhecimentos da aritmética egípcia, vieram do estudo do papiro de Rhind e do papiro de Moscú. O papiro de Rhind foi escrito por um escriba Ahmes, cerca de 1700 A. C., mas é muito mais antigo. Os escribas eram aqueles que liam, escreviam e calculavam. Sua tarefa reservar como conselheiros práticos à realza e a mercadores. Ésses dois papiros eram utilizados para muitos cálculos práticos.

Números	Símbolos
1.....	
10.....	∩
100.....	∩∩
1000.....	∩∩∩
1000 000.....	∩∩∩∩

NUMERAIS EGÍPSIOS

O sistema egípcio usava os símbolos expostos no desenho acima. O símbolo para um milhão era representado por um homem assustado. O sistema era muito simples . Assim:

7 = ||||| |
50 = ∩∩∩∩∩
234 = ∩∩∩∩ ||||

Entretanto, não havia exigência de ordem para a escrita dos símbolos. Os números maiores não eram necessariamente escritos a esquerda. Então poder-se ia expressar o número treze por |||∩ ou por ∩|||. em suma , vimos que o sistema egípcio tinha por base dez, mas não possuíam o zero, era muito difícil seu uso na representação de números grandes.

A adição era realizada por meio óbvio, mas a multiplicação era realizada pelo processo de sucessivas somas binárias. Então para multi -

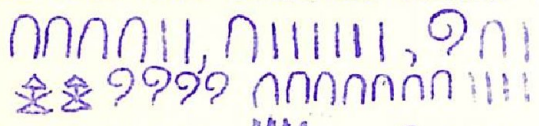
pliação era realizada pelo processo de sucessivas somas binárias. Então

para multiplicar 15 por 6, os egípcios dobravam o número 15, e tornavam a dobrá-lo somando esses dois produtos. Nós poderíamos escrever isto como:

$$15 \times 6 = (15 \times 2 \times 2) + (15 \times 2)$$

Exercícios:

1- Escreva com numerais hindu- arábicos:



2- Multiplique IIII por IIII

3- Atividades Sugeridas:

- a) Olhe os hieroglifos.
- b) Que significa a palavra papiro?
- c) Veja na sua enciclopédia a biografia de Champollion, que descobriu o meio de ler os hieroglifos.

SUMERIANOS E BABILÔNIOS

Também cerca de 3 000 a. c. uma grande civilização floresceu nas margens dos rios Tigres e Eufrates, que também foram solos férteis, enriquecidos por inundações anuais. Onde hoje existe um deserto e uma terra devastada, naqueles dias, havia uma agricultura florescente. Lá habitavam os sumerianos, na região chamada Babilônia. Este povo falava uma língua de características diferentes das modernas línguas européias. (Muitas línguas européias pertencem ao tão falado grupo indo-europeu e todas características são em comum. A linguagem dos sumerianos era aglutinativa, isto é, "combinada", porque as palavras eram combinadas de modo especial para indicar seu emprego.) Os sumerianos desenvolveram também uma linguagem escrita chamada cuneiforme, que eles escreviam sobre tabuinhas de argila, por meio de um estilete. As tabuinhas de argila, eram secadas ao sol. Muito do nosso conhecimento sobre os sumerianos provém dessas tabuinhas de barro que foram preservadas. As mais antigas datam dos remotos dias da cidade de Ur, cerca de 3 000 anos a. c.

Os sumerianos foram conquistados pelos acadianos, um povo semítico. Os acadianos absorveram a cultura sumeriana e fizeram além disso, progressos na Matemática. Os astrônomos babilônicos fizeram observações sobre estrelas e planetas durante os séculos. É por causa de suas cuidadosas observações sobre os eclipses do sol e da lua que podemos hoje precisar as datas na história dos babilônios.

Os mercadores também guardaram registros muito detalhados sobre tabuinhas de barro. Estas eram tão duráveis que após terem estado soterradas durante séculos, puderam ser desenterradas e lidas. Por isto sabemos tanto a cerca dos matemáticos babilônios.

Os babilônios foram adiantados em outros campos também. Cerca de 1700 a. C. o rei Hamurabi da Suméria e Babilônia anunciara um novo sistema de leis que muito beneficiaram a grande parte de homens comuns. (homem do povo).

O sistema numérico babilônico usava o princípio posicional, mas não possuía o símbolo para o zero. O mais notável é o fato de que o sistema de numeração babilônico tinha por base 60: (Você pode pensar em alguma coisa de nossa vida moderna que tenhamos herdados dos babilônios?) O símbolo para o 1 foi simples cunha vertical ∇ . Mas esta cunha podia também simbolizar 60 ou 60^2 . Por isto tem-se sempre de decidir por um estudo de toda a tabuinha que número éle representa. Além disso ∇ pode também representar $1/60$, do mesmo modo que para nós 0,1 representa $1/10$. Entretanto cunhas de diversos tamanhos foram algumas vezes usadas. Então:



poderia representar $60 + 4$ bem como $60^2 + 4 \times 60$.

Então, você vê que sem alguma coisa tal como a nossa vírgula decimal que nos dá o que os dígitos valem, poderia surgir confusão.

Também sem um numeral para o zero, era difícil mostrar que faltava certa potência de 60. Por exemplo :

$$3601 = 60^2 + 1 =$$

Sómente muito mais tarde eles aprenderam a colocar o sinal

para o lugar vazio e escrever:



para representarem 3601. Este sinal foi o primeiro símbolo para o zero.

Exercícios:

1- Quando você aprendeu a somar e multiplicar, foi necessário memorizar somente as somas e produtos dos números 1,2,3,4,5,6,7,8 e 9.

Discuta o problema da memorização no sistema babilônico.

2- Escreva os seguintes números em cuneiforme.

$$625662 = 60^3 + 60^2 + 2$$

$$121/60 = 2 + 1/60$$

3- Atividades sugeridas:

a) Leia em uma enciclopédia a respeito da Suméria, da Babilônia e de Hamurabi.

b) Procure um desenho de escrita cuneiforme em uma enciclopédia, e tente ler alguns dos números.

Porque 60 é grande, e alguns símbolos menores são necessários.

Por isto eles usaram o estilete de que dispunham para fazer o sinal:



o qual representava dez. Com este símbolo os números entre dez e sessenta poderiam ser escritos com menos trabalho. Por exemplo:

37 =

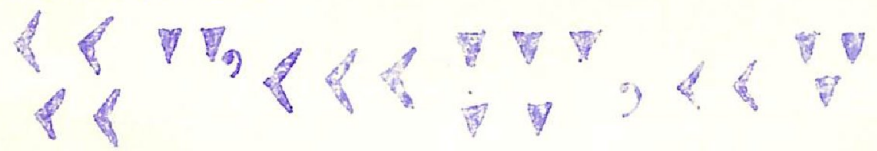
O símbolo para o dez foi também usada para mostrar como muitos 60 eram representados. Por exemplo:

1 200 = 20 x 60 =

Naturalmente esse símbolo poderia valer também para o número 21. Grandes números poderiam ser escritos facilmente. Por exemplo: o número:



necessita pontuação para indicar quais os símbolos que representam unidades e quais os que representam 60 e que representam 60. Nós colocamos virgula e escrevemos isto como:



1- Escreva em cuneiforme:
71 2 x 60 + 23 x 60 + 31

2- Em símbolos cuneiformes, qual o maior número que pode ser representado por um só sinal.

3- O sistema babilônico é denominado sexagesimal, como em nossos dias, os nossos números são e chamados decimais.

GRÉCIA

Sem dúvida, a maior das civilizações antigas, do ponto de vista da Matemática, ciência, arte e literatura, foi a da Grécia. A época da influência grega, no pensamento, estendeu-se amplamente de 600 a. C. até 400 d. C., muito além da época de sua grande influência política.

Quando estudar a civilização do mundo, você apreciará mais a maior as realizações magníficas destes povos.

A maioria das pessoas pensam na Grécia antiga em termos de 3º e 4º e 5º séculos depois de Cristo. A "idade de ouro", quando o império estava no seu apogeu e grandes artistas, poetas e escritores viviam, foi o 5º século a. C.. Mas os gigantes da matemática, vieram depois e foram

êles: Eudócio, cêrca de 350 a. J., e Euclides, Arquimêdes e Apolônio, entre 200 e 300a. J.. Os filósofos Sôcrates, Platão e Aristóteles viveram no 4º século, o tempo de Eudócio. Aristóteles foi um grande cientista, assim como um filósofo dominante.

A real contribuição dos Gregos para a Matemática foi sua invenção da idéia de fazer demonstrações. Seu melhor trabalho referiu-se à geometria; de fato, fizeram problemas de álgebra "geomêtricamente" sempre que possível. A Álgebra foi muito difícil para êles porque êles tinham um sistema de numeração que os levava a considerar os números de uma maneira limitada. (Eles não usavam frações na sua matemática pura.)

O sistema de contar grego era simples. Era de base dez, mas não tinha valor posicional nem um símbolo para o zero. Êles usavam as letras de seu alfabeto para números; mas você precisa conhecer o alfabeto grego, a fim de compreender-lhes o sistema. Os numerais e alguns de seus nomes eram como seguem. Observe os dois primeiros e diga onde nós buscamos nossa palavra "alfabeto".

1- alfa	α	10- iota	ι	100- rô	ρ
2- beta	β	20- apa	κ	200- sigma	σ
3- gama	γ	30- lâmbida	λ	300- tau	τ
4- celta	δ	40- mi	μ	400- hipsilo	υ
5- epsilon	ϵ	50- ni	ν	500- fi	ϕ
6- digama	ζ	60- xi	ξ	600- qui	χ
7- zeta	ζ	70- ôntero	\omicron	700- psi	ψ
8- eta	η	80- pi	π	800- ômega	ω
9- téta	θ	90- opa	φ	900-	\updownarrow

Exercícios:

1- Escrever os seguintes números com numerais gregos.

23, 17, 86, 245, 877, 333.

2- Na matemática (álgebra, por exemplo) freqüentemente usa letras para representar números. Teria sido conveniente se esta convenção na Grécia antiga?

3- Atividades sugeridas:

a) Consulte sobre Grécia, numa enciclopédia.

b) Consulte sobre biografias dos famosos matemáticos Gregos Pitágoras, Euclides, Eudócio, e Arquimêdes numa enciclopédia ou outro livro de referência.

OS NUMERAIS HINDU-ARÁBICOS

Apesquisa da origem dos numerais hindu-arábicos tem ocupados os homens por muitos anos. Mesmo hoje os arqueologistas, com o auxílio dos matemáticos, continuam a estudar manuscritos antigos, numa tentativa de superar

adão Hindu, que é da Índia, e por isso também se chama Hindu-árabico. A introdução desta notação introduziu na Europa os numerais Hindu-árabicos e há hoje essencialmente duas espécies de numerais arábicos, a saber, oeste. Não são os mesmos numerais arábicos ocidentais que eram usados na Índia. Hoje em dia os numerais arábicos do leste são ainda usados hoje na Turquia, Egito, Arábia, e países circunvizinhos. Os numerais arábicos do leste são:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

Depois da introdução do Algorismo de al-Khawarizmi, os numerais foram firmemente implantados na Europa. Em 1202, Leonardo Pisano, conhecido como Fibonacci, publicou uma aritmética que teve muita influência. Mas mesmo 500 anos atrás a maioria dos povos do norte da Europa fizeram seu cálculo no ábaco e registraram seus resultados em numerais romanos. Somente depois de 1500 pode ser dito que os numerais Hindu-árabicos tinham realmente conquistado seu lugar na civilização europeia.

Em adição ao livro de Van der Waerden já mencionado e os artigos sugeridos na enciclopédia, há muitos outros lugares onde a informação pode ser encontrada. Alguns tópicos são: China (também negligenciado todo o Oriente); civilização Maia (a qual empregou um sistema de base 20); numerais hebreus, numerais celtas, etc. Todo o assunto é um fascinante capítulo na história do desenvolvimento da civilização.

Traduzido por:

MARIA AGUIAR DE OLIVEIRA FELICITAS

ZILDA MARIA GILLES PAIX

Revisado por:

IRACEMA DA SILVA DUJY