

HISTÓRIA DOS NUMERAIS

Tradução de BRUMFIEL, EICHOLZ, SHANKS
"Fundamental Concepts of Elementary
Mathematics" - Addison Wesley Publishing
Company, Inc. Reading, Massachusetts,
London - 1962 - 340pág..

Neste capítulo, esboçamos parte da história dos numerais, de sua invenção, isto é, dos símbolos usados para representar os números. Estudaremos como se desenvolveu a arte de calcular. Através deste capítulo, procuraremos mostrar que os números são os mesmos, quaisquer que sejam os símbolos por nós usados.

Os mais primitivos esforços para representar os números estão perdidos nos mais obscuros recantos do passado, há centenas e centenas de anos. Somente uma coisa é razoavelmente segura, que em todas as civilizações o símbolo para o número um foi um simples sinal ou um simples traço vertical ou, talvez, horizontal. Números pequenos poderiam ser representados por vários desses sinais, mas, certamente, seria muito difícil escrever um milhão com eles. Os problemas de adição são muito simples. Podemos escrever somas assim: III+II=IIIII.

Foi, somente, quando o homem começou a viver em grupos, que se tornou necessário representar grandes números de uma maneira mais simples. E, tão distante quanto sabemos, não foi senão no início da vida nas cidades, há uns 5.000 anos, que foi inventado um conveniente sistema de numerais. Aparentemente, a civilização se desenvolveu, primeiramente, nos grandes e férteis vales dos rios da Europa e da Ásia. Os vales dos rios Nilo, Tigre e Eufrates e Iantsé-Quiang foram o berço das civilizações. Nessas civilizações foi possível aos povos acumularem riquezas, através do comércio, fazer grandes negócios. Governos organizaram-se e taxas foram impostas. Para tudo isto, foi necessário um razoável e simples sistema de numeração.

Dessas civilizações passadas, nós estudamos os sistemas de numeração, que permaneceram escritos em pedras, argila, madeira e papel.

Veremos, mais tarde, como foram laboriosamente decifrados, pelos homens, esses velhos símbolos.

Quando escrevemos o símbolo "4.357", os numerais 4, 3, 5 e 7 valem 4.000, 300, 50 e 7. Isso mostra a importância da propriedade que nosso sistema possui. Descreveremos essa propriedade dizendo que nosso sistema obedece ao princípio da posição decimal, isto é, o número que um numeral representa depende do lugar em que aparecem os algarismos no símbolo do número.

Outro fato importante que simplifica nossos cálculos e torna fácil estudar a Aritmética, é que existem somente dez símbolos para repre

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

... e os seus valores, desde que os números não sejam...

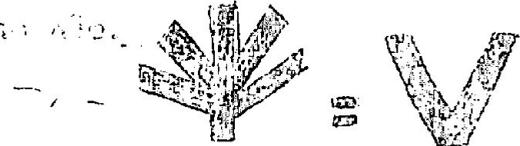
... e os seus valores, desde que os números não sejam...

ROMA

... elege de seu codex, talvez 100 anos D.O., o Império Romano abrangia a maior parte ocidental do mundo civilizado. Esse vasto império não se tinha grande necessidade de pessoas hábeis no cálculo, como das-punha apenas de numerais romanos.

Pode-se distinguir entre os métodos de calcular com números e os meios de registrá-los. Através do Império Romano o cálculo foi reali-zado no ábaco, porque os numerais romanos não eram convenientes. Ainda não se pode encontrar livros de cálculos com um ábaco romano. Para este propósito os símbolos para os números devem ser escritos e os numerais romanos foram usados para registrar dados.

—> Originalmente, o numeral romano para o número 5, foi o desenho de uma mão. Mais tarde isto foi simplificado para V. Note-se que há algum uso de ordem posicional nos numerais romanos IV e IX. O sistema romano tem como base 10, desde que vários de seus símbolos para um grande número denotam múltiplos de dez, isto é, L=5x10, C=10x10, etc. Constitui um-recessidade experimental fazer alguns problemas simples de aritmética, usando estes numerais romanos. A adição e a subtração são, relativamente, fá-cilés mas a multiplicação e a divisão são.



Exercícios:

1. Some o que segue, expressando a sua resposta em numerais romanos. Você pode visualizar como seria isto feito no ábaco?

MLIV

XXIV+XXXVIII

XL+XXIV+LXIX+CXLI

2. Elete as seguintes subtrações:

XXIV - XII

XXV - XIX

CXXX - LXIII

3. Explique como se poderia imaginar que os numerais romanos foram trabalhados nos exercícios 1e2.

4. Experimentalmente fazer estas multiplicações. Diga como se pode-lhar ser feito no ábaco.

XI x X

XLV x XX x VI

LIV x XXV

5. Realize estas divisões. Explique como a operação pode ser realizada no ábaco.

CLII : XII

CXXX : IX

6. Os números romanos foram usados em negócios, na Europa, mesmo no século XVI. Afirmou-se que com os numerais arábicos era fácil de trocar um "0" por um " ". Leia a cerca dos numerais romanos em nossas enciclopédias.

7. Discuta as grandes dificuldades envolvidas na escrita de grandes números com numerais romanos.

EGITO

A mais antiga civilização da qual possuímos extensos documentos, desenvolveu-se nos vales do rio Nilo. Ali, anualmente, o limo trazido pela inundação fertilizava a terra. Mas estas inundações destruíam as demarcações de limites e tornavam necessárias uma apurada medição de terras após as enchentes. Foi, também, indispensável a exata previsão dos transbordamentos. Isto contribuiu para o desenvolvimento da astrologia, a precursora de nossa moderna ciência, a astronomia, a qual requer o uso da Matemática.

Três mil anos A.C., havia extensa civilização construída sobre e em torno do delta do Nilo. Um sistema de escrita foi desenvolvido (hieróglifos) e também um sistema de numeração. Entre 3.000 e 2.000 A.C. as grandes pirâmides foram construídas. Esta construção foi uma notável obra de engenharia que requereu muito conhecimento de Matemática.

O sistema de numeração egípcio era muito simples. Baseia-se base 10, mas não usava o princípio posicional e não possuía o símbolo para zero. Muitos de nossos conhecimentos da Aritmética egípcia, vieram do estudo do papiro Rhind e do papiro de Moscou. O papiro Rhind foi escrito por um escriba, Ahmes, cerca de 1700 A.C., mas é muito mais antigo. Os escribas eram aqueles que escreviam, liam e calculavam. Sua tarefa era servir como conselheiros práticos a reis e a mercadores. Esses dois papíros eram utilizados para muitos cálculos práticos.

NÚMEROS	SÍMBOLOS
1	
10	∩
100	∩∩
1000	∩∩∩
1 000 000	∩∩∩∩

NUMERAIS EGÍPCIOS

O sistema egípcio usava os símbolos seguintes para representar os números. O símbolo para um milhão era representado por um símbolo especial. Este sistema era muito simples. Assim:

- 7 = |||||
- 50 = ∩∩∩∩
- 234 = ∩∩∩∩|||

Entretanto, não havia exigência de ordem para a escrita dos símbolos. Os números maiores não eram necessariamente escritos à esquerda. Então poder-se-ia escrever o número 15 por III O ou por O III. Em suma, vimos que o sistema adotado era um pouco feio, mas não prático. Logo, era muito difícil seu uso na representação de números grandes.

A adição era muito simples e muito óbvia, mas a multiplicação era realizada pelo processo das repetições das somas binárias. Então para multiplicar 15 por 6, os egípcios repetiam o número 15 e tornavam a dobrá-lo somando estes dois pacotes. Não poderíamos escrever isto como:

15 x 6 = (15x2)x3 = 30x3 = 90

Exercícios:

1. Escreva os números 15 e 6 em hieróglifos:
 OOOO O OOOO OOOO ? ? ? ? OOOO OOOO OOOO OOOO

2. Multiplique 15 por 6 em hieróglifos:
 OOOO O OOOO OOOO

3. Atividades propostas:

- a) Olhe os hieróglifos.
- b) Que significa a palavra papirus?
- c) Veja na sua enciclopédia a biografia de Champollion, que descobriu o meio de ler os hieróglifos.

SUMERIANOS E BABILÔNIOS

Também cerca de 3.000 A.C. uma grande civilização floresceu nos vales dos rios Tigre e Eufrates, que também foram solos férteis, embora sujeitos às inundações anuais. Onde hoje existe um deserto e que antes era fértil, naqueles dias, havia uma agricultura florescente. Lá habitavam os sumerianos, na região chamada Babilônia. Este povo fala uma língua de características diferentes das modernas línguas européias. As línguas européias pertencem ao tão falado grupo indo-europeu e as características são comuns. A linguagem dos sumerianos era aglutinativa (isto é, combinada, porque as palavras eram combinadas de modo a servir para indicar seu emprego). Os sumerianos desenvolveram, também, uma linguagem escrita chamada cuneiforme, que eles escreviam sobre tabuinhas de argila, por meio de um estilete. As tabuinhas de argila eram secadas ao sol. Muito do nosso conhecimento sobre os sumerianos provém dessas tabuinhas de barro que foram preservadas. As mais antigas datam dos primeiros dias da cidade de Ur, cerca de 3.000 A.C.

Os sumerianos foram conquistados pelos acadianos, na quarta milênio. Os acadianos absorveram a cultura sumeriana e fizeram observações sobre estrelas e planetas durante séculos. É por causa de suas observações sobre os eclipses do Sol e da Lua que podemos hoje conhecer as datas na história dos babilônios.

Os mercadores também guardaram registros muito detalhados sobre tabuinhas de barro. Estas eram tão duráveis que, após terem estado soterradas durante séculos, puderam ser desenterradas e lidas. Por isto sabemos tanto a cerca dos matemáticos babilônicos.

Cerca de 1700 anos A.C. a Suméria e Babilônia anunciaram um novo sistema de leis que muito beneficiaram a grande parte dos homens comuns.

O sistema numérico babilônico usava o princípio posicional, mas não possuía o símbolo para o zero. O mais notável é o fato de que o sistema de numeração babilônico tinha por base 60. (Você pode pensar em alguma coisa de nossa vida moderna que tenhamos herdado dos babilônios?). O símbolo para o 1 foi simples cunha vertical ▽. Mas esta cunha podia também simbolizar 60 ou 60². Por isto tem-se sempre de decidir por um estudo de toda a tabuinha, que número ela representa. Além disso ▽ pode também representar 1/60, do mesmo modo que para nós 0,1 representa 1/10. Entretanto, cunhas de diversos tamanhos foram algumas vezes usadas. Então poderia representar 60+4 bem como 60+4x60.



Então, você vê que sem alguma coisa, tal como a nossa vírgula decimal, poderia surgir confusão.

Também, sem um numeral para o zero, era difícil mostrar que faltava certa potência de 60. Por exemplo:

$$3601 = 60^2 + 1$$

2600
Ⓢ

Somente muito mais tarde eles aprenderam a colocar o sinal para o lugar vazio e escrever: ▽ ↶ ▽ para representar 3601. Este sinal foi o primeiro símbolo para zero.

Exercícios:

1 - Quando você aprendeu a somar e multiplicar, foi necessário memorizar somente as somas e produtos dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Discuta o problema de memorização no sistema babilônico.

2 - Escreva os seguintes números em cuneiforme

$$3662 = 60^2 + 60 + 2$$

$$\frac{121}{60} = 2 + \frac{1}{60}$$

3 - Atividades sugeridas:

a) Leia em uma enciclopédia a respeito da Suméria, da Babilônia e da Hamurabi.

b) Procure um desenho de escrita cuneiforme em uma enciclopédia, e tente ler alguns dos números.

Uma simples cunha não foi o único símbolo numérico babilônico. Porque 60 é grande, e alguns símbolos menores são necessários.

Por isto eles usaram o estilete de que dispunham para fazer o sinal o qual representava dez.

geometria, de fato, fizeram problemas de álgebra "geometricamente", sempre que possível. A álgebra foi muito difícil para eles porque eles tinham um sistema de numeração que os levava a considerar os números de uma maneira limitada (eles não usavam frações na sua matemática pura).

O sistema de contar grego era simples. Era de base dez, mas não tinha valor posicional nem um símbolo para zero. Eles usavam as letras de seu alfabeto para números, mas você precisa conhecer o alfabeto grego a fim de compreender-lhes o sistema. Os numerais e alguns de seus nomes eram como seguem. Observe os dois primeiros e diga onde os buscamos nossa palavra "alfabeto":

1 - alfa α	10 - iota ι	100 - rō ρ
2 - beta β	20 - apa ν	200 - sigma σ
3 - gama γ	30 - lambda λ	300 - tau τ
4 - delta δ	40 - mi μ	400 - hipsilo υ
5 - epsilon ϵ	50 - ni ν	500 - fi ϕ
6 - digama ϑ	60 - xi ξ	600 - qui χ
7 - zeta ζ	70 - ômicron \omicron	700 - psi ψ
8 - eta η	80 - pi π	800 - ômega ω
9 - tēta θ	90 - opa φ	

Exercícios:

1 - Escrever os seguintes números com numerais gregos:

23, 17, 86, 245, 877, 333.

2 - Na matemática (álgebra, por exemplo) é costume usar letras para representar números. Teria sido conveniente esta convenção na Grécia antiga?

3 - Atividades sugeridas:

a) Consulte sobre a Grécia numa enciclopédia.

b) Consulte sobre a biografia dos famosos matemáticos gregos: Pitágoras, Euclides, Eudócio e Arquimedes, numa enciclopédia ou outro livro de referência.

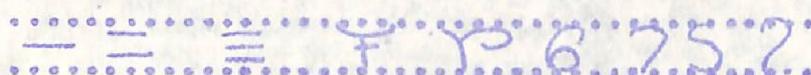
OS NUMERAIS HINDU-ARÁBICOS

A pesquisa da origem dos numerais hindu-arábicos tem ocupado os homens por muitos anos. Mesmo hoje os arqueólogos, com o auxílio dos matemáticos, continuam a estudar manuscritos antigos, numa tentativa de superar a nebulosidade de nossa visão do passado.

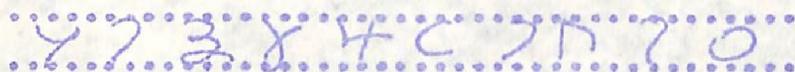
Nesta seção podemos sugerir somente um simples esboço do desenvolvimento destes símbolos. Nas páginas 51-61 do livro de Van der Waerden, "Science Awakening" referidas aos primórdios, você encontrará mais detalhes. Assim que a cadeia de acontecimentos se apresenta com clareza em nossa mente, temos enumerados importantes estágios desta história.

1) Cerca de 300 A.C. os hindus tinham seu conjunto de numerais, chamados números Brahmi (veja a ilustração). Somente nos livros indianos pode-se achar estes numerais numa época antiga.

A base era dez.



Brahmi 300 A.C.



Indiano 500 D.C.



Arábico, Ocidentais



Século XV

2) O astrônomo hindu Aryabhta tinha uma estudante Bhāskara que, cerca de 300 A.C. usou um sistema com valor posicional que possuía um símbolo para o zero. O lugar da unidade era a esquerda em vez da direita. Nesta época, os astrônomos e calculadores estavam começando a usar métodos modernos.

Antes desta época, os astrônomos gregos tinham inventado o zero, como uma abreviação para o lugar vazio, significando "nada". Durante os anos 200 e 500 D.C. os hindus podem ter tirado o "0" de sua (literatura) leitura da astronomia grega.

3) Nós herdamos os numerais dos árabes. Em 600 A.C., Maomé fugiu de Meca e fundou a religião Muçulmana. Os árabes novamente unidos conquistaram tudo, desde a Arábia até o norte da África, incluindo a Espanha. Eles não destruíram as culturas dos seus subjugados e deram liberdade de religião aos cristãos e hebreus.

Bagdá foi construída em 766 e tornou-se um centro da cultura árabe onde a astronomia hindu e a ciência grega eram estudadas. Um pouco mais tarde, Muhammed ben Musa, chamado al-Khwarizmi, escreveu a primeira álgebra árabe e um pequeno livro sobre "Cálculo Indiano". Este livro foi traduzido para o latim, no 12º século, por um monge inglês chamado Adelhard. Foi essa tradução latina que introduziu na Europa os numerais hindu-arábicos.

4) Houve originalmente duas espécies de numerais arábicos: leste e oeste. Nós seguimos aqueles arábicos ocidentais que eram os usados na Espanha mourista. Os numerais arábicos do leste são ainda usados hoje na Turquia, Egito, Arábia e países circunvizinhos. Os numerais arábicos do leste são:

