Curso Jardim Inf.

CENTRO DE PROFESSÔRES PRIMÁRIOS DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
GRUPO DE ESTUDOS SÔBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA DE PÔRTO ALEGRE.
CURSO: MATEMÁTICA REFORMULADA PARA 1º ANO PRIMÁRIO. 1971

A CLASSIFICAÇÃO DAS RELAÇÕES

Resumo elaborado pela profª Esther P. Grossi.

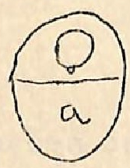
Uma relação é um conjunto de pares ordenados. Para formá-los nos servimos de um ou dois conjuntos iniciais e uma lei segundo a qual associamos os seus elementos. Podemos também dizer que uma relação é um sub-conjunto de um produto cartesiano.

As relações podem ser classificadas segundo vários critérios. Um dêles é quanto suas propriedades

reflexiva
simétrica
transitiva

que só são possíveis de se realizarem quando os conjuntos de partida e de chegada são coincidentes.

A reflexividade se caracteriza pelo relacionamento de todo elemento consigo mesmo, que num esquema sagital (onde se usa flechas) aparece como uma laçada em cada ponto representativo dos elementos. Considerando os pares ordenados, a reflexividade se caracteriza pela presença entre êles, de tantos pares cujo 1º e 2º componentes são iguais, quantos são os elementos do conjunto em que se aplica a lei.



$\{(a,a)\}$

A simetria nos diz que, se um elemento se relaciona com um 2º, êste 2º se relaciona com o 1º. São as flechas de ida e de volta no esquema.

$\{(a,b),(b,a)\}$

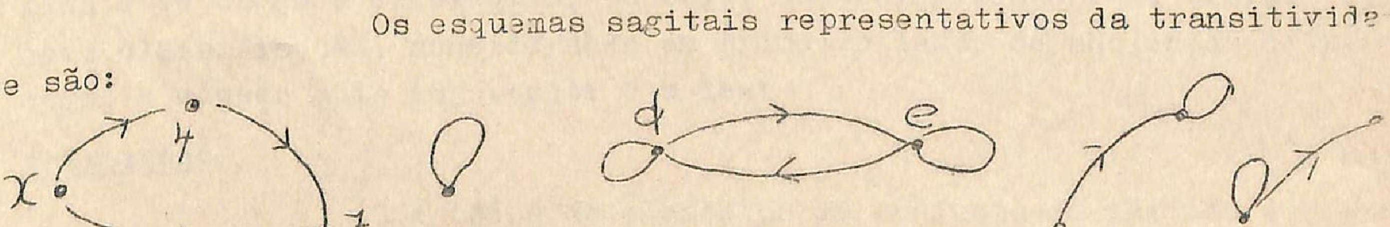
A transitividade se refere às relações que, se apresentam os pares ordenados

(x,y) e (y,z)

apresentam também sempre o par

(x,z)

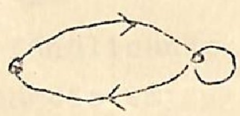
Os esquemas sagitais representativos da transitividade são:

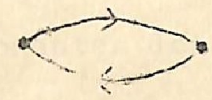


É preciso observar bem êste caso.

Há um caminho de "d" para "e"; um outro de "e" para "d"; por tanto para que seja transsitivo é preciso que haja de "d" para "d", ou seja a laçada em "d". Por outro lado, como se pode iniciar a trajetória partindo de "s", constatamos que há um caminho de "e"para "d" outro de "d" para "e"; donde para que haja transitividade deve haver uma laçada em "e".

Uma relação que apresente no seu esquema representativo algo como o que se segue, não será transitiva.





Entretanto, se no esquema encontramos apenas não teremos nada que contarie a transitividade. Esta nos diz que, se há 2caminhos, deve haver um terceiro que me leve diretamente da 1ª posição à eª. Mas se não há dois caminhos, não é feita nenhuma exigência.

(É útil que, em matemática, nos habituamos a observar rigorosamente o que dizem as definições, As nossas intuições devem ser postas a serviço dessas definições e não tentar o contrátio).

A partir dessas definições podemos classificar as relações em:

reflexivas, não reflexivas, anti-reflexivas
simétiricas, não simétricas, anti-simétricas
transitivas,não transitivas, anti-transitivas.

Combinando essas propriedades temos as

relações de equivalência $\begin{cases} \text{reflexivas} \\ \text{simétricas} \\ \text{transitivas} \end{cases}$

e as ordens $\begin{cases} \text{anti-simétricas} \\ \text{transitivas.} \end{cases}$

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o

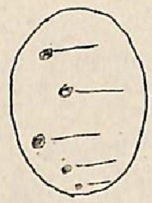
Existe porém, um outro critério para classificação das relações que considera o número de vêzes que figuram os elementos dos conjuntos nos pares ordenados.

Para esta classificação podemos ter conjuntos de partida e de chegada diferentes, ou seja, não coincidentes. De acôrdo com esta classificação, considerando em primeiro lugar os conjuntos de partida, a classe mais importante é a das:

<u>Aplicações</u>

Se todos os elementos do conjunto de partida aparecem uma só vez como primeiros componentes dos pares ordenados esta relação é uma aplicação.

No esquema sagital isto corresponde a que, de cada elemento do conjunto de partida, sai sempre e apenas uma só flecha.



Também podemos dizer que uma relação é uma aplicação se o domínio coincidente com o conjunto de partida e se cada elemento dêste aparece só uma vez na rolação.

Analisando as 2as. componentes dos pares ordenados classificamos as aplicações em:

injeções
sobrejeções
bijeções

Injeções, se os elementos do conjunto aparecem no máximo uma vez nos pares ordenados, ou que no conjunto de chegada não há pontos múltiplos.

A aplicação é uma sobrejeção se os elementos do conjunto de chegada aparecem so menos uma vez nos pares ordenados de relação, isto é que não há pontos livres na chegada.

A aplicação é uma bijeção se os elementos do conjunto de chegada aparecem sempre sòmente uma vez nos pares ordenados.

o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o

GRUPO DE ESTUDOS SÔBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA DE PÔRTO ALEGRE

G E E M P A

A CLASSIFICAÇÃO DAS RELAÇÕES

Resumo elaborado pela prof. Esther P. Grossi

Uma relação é um conjunto de pares ordenados. Para formá-los nos servimos de um ou dois conjuntos iniciais e uma lei segundo a qual associamos os seus elementos. Podemos também dizer que uma relação é um sub-conjunto de um produto cartesiano.

As relações podem ser classificadas segundo vários critérios. Um dêles é quanto suas propriedades

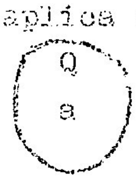
reflexiva

simétrica

transitiva

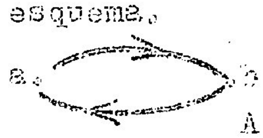
que só são possíveis de se realizarem quando os conjuntos de partida e de chegada são coincidentes.

A reflexividade se caracteriza pelo relacionamento de todo elemento consigo mesmo, que num esquema sagital (onde se usa flechas) aparece como uma laçada em cada ponto representativo dos elementos. Considerando os pares ordenados, a reflexividade se caracteriza pela presença entre êles, de tantos pares cujo 1º e 2º componentes são iguais, quantos são os elementos do conjunto em que se aplica a lei.



$\{(a, a)\}$

A simetria nos diz que, se um elemento se relaciona com um 2º, êste 2º se relaciona com o 1º. São as flechas de ida e volta no esquema.



$\{(a, b), (b, a)\}$

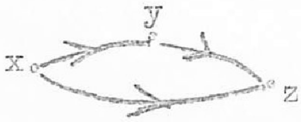
A transitividade se refere às relações que, se apresentam os pares ordenados,

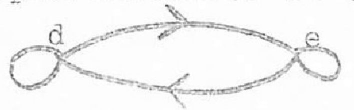
(x, y) e (y, z)

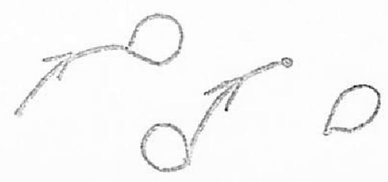
apresentam também sempre o par

(x, z)

Os esquemas sagitais representativos da transitividade são:







É preciso observar bem êste caso.

Há um caminho de "d" para "e"; um outro de "e" para "d"; por tanto para que seja transitivo é preciso que haja de "d" para "d" ou seja laçada em "d". Por outro lado, como se pode iniciar a trajetória partindo de "e", constatamos que há um caminho de "e " para "d" e outro de "d" para "e"; donde para que haja transitividade deve haver uma laçada em "e".

Uma relação que apresente no seu esquema representativo algo como o que se segue, não será transitiva.

Entretanto, se no esquema encontramos apenas , não temos nada que contrarie a transitividade. Esta nos diz que, se há 2 caminhos, deve haver um terceiro que me leve diretamente da 1ª posição à 3ª. Mas se não há dois caminhos, não é feita nenhuma exigência.

(É útil que, em matemática, nos habituemos a observar rigorosamente o que dizem as definições. As nossas intuições devem ser postas a seviço dessas definições e não tentar o contrário).

A partir dessas definições podemos classificar as relações em:

reflexivas, não-reflexivas, anti-reflexivas
simétricas, não-simétricas, anti-simétricas
transitivas, não-transitivas, anti-transitivas

Combinado essas propriedade temos as

relações de equivalência $\left\{ \begin{array}{l} \text{reflexivas} \\ \text{simétricas} \\ \text{transitivas} \end{array} \right.$

e as ordens $\left\{ \begin{array}{l} \text{anti-simétricas} \\ \\ \text{transtivias} \end{array} \right.$

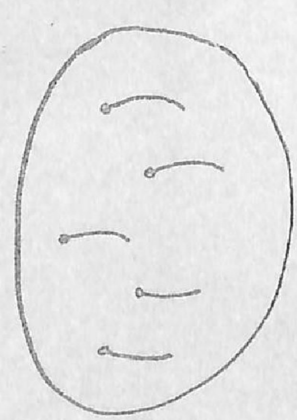
Existe porém, em outro critério para classificação das relações que considera o número de vêzes que figuram os elementos dos comjuntos nos pares ordenados.

Para esta classificação podemos ter conjuntos de partida e de chegada diferentes, ou seja, não coincidentes. De acôrdo com esta classificação, considerando em primeiro lugar os conjuntos de partida, a classe mais importante é a das:

<u>APLICAÇÕES</u>

Se todos os elementos do conjunto de partida aparecem uma só vez como primeiros componentes dos pares ordenados esta relação é um aplicação.

No mesmo esquema sagital isto corresponde a que, de cada elemento do conjunto de partida, sai sempre e apenas uma só flecha.



Também podemos dizer que uma relação é uma aplicação se o domínio coincide com o conjunto de partida e se cada elemento dêste aparece só uma vez na relação.