

Propriedades fundamentais das Relações.

Propriedade reflexiva

Uma relação R em A diz-se reflexiva se para qualquer $a \in A$, tem-se $(a, a) \in R$.

Ex. Seja a relação $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,3)\}$
em $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Contra-Exemplo - Isto é, exemplo de relação R em A que não é reflexiva:
 $R = \{(1,1), (3,3), (4,4), (1,3)\}$

Esta relação não é reflexiva, porque $2 \in A$ e o par ordenado $(2,2) \notin R$.

Propriedade simétrica

Uma relação R em A diz-se simétrica se para qualquer par $(a, b) \in R$, então, o par $(b, a) \in R$.

Ex. Seja a relação $R = \{(1,2), (1,3), (2,2), (3,1), (2,1), (4,4)\}$
em $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Contra-Exemplo - $R = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,1), (4,4)\}$

Propriedade transitiva

Uma relação R em A diz-se transitiva se para quaisquer pares $(a, b) \in R$ e $(b, c) \in R$ implicar em $(a, c) \in R$.

Ex. Seja a relação $R = \{(1,2), (2,3), (1,3)\}$
em $A = \{1, 2, 3\}$

Contra-exemplo - $R = \{(1,2), (2,3), (2,1), (3,1)\}$

Propriedade Anti-simétrica

Uma relação R em A diz-se anti-simétrica se $(a, b) \in R$ e $(b, a) \in R$ implicar em $a = b$.

Ex. Seja a relação $R = \{(1,1), (3,3), (4,4)\}$
em $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Contra-exemplo - $R = \{(1,1), (2,2), (2,4), (4,2)\}$

Conhecidas as propriedades fundamentais das Relações, podemos agora definir as importantes Relações de equivalência e de ordem.

Relação de equivalência

Definição : Uma relação R em A chama-se relação de equivalência em A, se é reflexiva, simétrica e transitiva.

Exemplos : As relações R definidas pelas sentenças:

" x tem a mesma cor que y "

" m é paralela a n "

" x é igual a y "

" O triângulo x é semelhante ao triângulo y " • •

conjunto :

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (1,3), (3,1)\}$$

são exemplos de relações de equivalência.

Relação de ordem

Definição : Uma relação R em A chama-se uma relação de ordem em A, se tem as propriedades reflexiva, anti-simétrica e transitiva.

Exemplos : As relações R definidas pelas sentenças :

" x é subconjunto de y "

" x divide y "

" x é múltiplo de y "

Um conjunto munido de uma relação de ordem é dito Conjunto ordenado.

Autores consultados : Papy

Alencar Filho

Gastrucci

.....