



ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E CULTURA
DIRETORIA DO EXPEDIENTE

2-3-4

Número. Conceito de n.
Gênese.

Diferenças individuais

Mimera: Introdução dos
nomes dos Mimeros

OBSERVAÇÕES

C. Stern: 44,

O Conceito de Números

Cassirer

"As afirmações aritméticas são todas as assertões referentes às proposições do mundo material que nos rodeia e, por conseguinte, fortuitas e sujeitas a mudança no mesmo sentido que estas. Se o homem vivesse em outro meio teria, não só outra física como a outra geometria, como também outra aritmética."

Matéria

2/ Números — A linguagem da Ciência.
Notas

Matemática
Tólias Santiago

"Contando foi que o homem ^{primitivo} usava a noção literalmente de pluralidade a a."

"Conhecimentos, ^{sem contar} ~~sem contar~~, que duas (2) coleções são iguais — noção de correspondência um-a-um — n° cardinal — mas implica contagem."

"Transições do relativo ao absoluto — basta criar a coleção de modelos."

"Passagem do relativo absoluto ao um — à essência."

"N^o Ordinal — necessariamente descobrir um sistema — uma série de modelos — sequência ordenada que progride no sentido de magnitude crescente."

"# Sequência Natural."

"As operações de art. são baseadas na associação atemporal tanto de que podemos passar sempre de um n^o para sucessor — e isto é a essência do ordinal."

"Correspondência e Sucessor — os 2 princípios que permitem unificar todas as matemáticas."

Number - The language of Science
~~Cultural~~ critical Survey Written for
the Cultural non-Mathematician.

Matemática
Tobias Dantzig

"Though the source be obscure, still the flow on." Poincaré

"Eigenschaften!" "Number Sense." - não deve ser confundido com

"Countas" - este é um atributo do homem.

nunca com "Number Sense"

"S'imbolos da dedos" - publ. 1520.

"A capacidade de perceber n^o - visual, tátil - até 4."

"Countas" são como uma parte integral de nosso equipamento mental.

Conclusão inevitável - Senses 1 a 5. Percep. - visual e tátil,
contagem dedos (2), - percep. de no pre-história.

Por que da exp? Ou a exp. apenas sem se fazer explicito
o que existe latente ao redor de cérebros humanos?

"Conta-flex" - recurso que permite o homem de traduzir o ~~seu~~
universo em termos de n^o (?) (algoritmos?)

"y de 1 a 5 - usar de flexão?"

3 - três

4 - patas de amíni

5 - dedos

Números

Matemática

Rev

Conceito de "números naturais"

Balançat

Fundamento: na chamada "coordenação de conjuntos."

"Número natural é um ente abstrato que serve para representar os conjuntos coordenáveis entre si distinguindo-os dos não coordenáveis."

Diferença entre número e numeração:

a) número é um conceito abstrato e b) numeração uma imagem concreta de n . Todas as propriedades dos n se obtêm com absoluta independência do sistema de numeração.

Os números naturais provêm da abstração do processo de contar coleções finitas de objetos.

Número irracional

"A descoberta dos números irracionais é um acontecimento da mais alta importância na história do pensamento humano."

Batista

Desenvolvendo conceitos de números.

Fichado

Matemática

James H. Griggs

"Se aceitarmos o conceito que continuidade coincide com o curso das experiências individuais, que espécies de exp. quantitativas e qualitativas deverá oportunizar a escola a fim de adquiri-la?"

2 conceitos de continuidade no processo educacional estão atualmente em voga nas escolas da América.

"A scope and sequence"

I - A continuidade reside na própria disciplina e toma a forma de fins (scope) e seqüência no currículo tradicional. Com referência as ensino das matemáticas sob os 12 conceitos isto seqüência é fundada na lógica da aritmética como desenvolvimento de todos os aspectos de matemáticas de nossa cultura. Continuidade toma forma de uma série de processos implícitos no desenvolvimento da arit. Assim: adição de $2 + 2 = 4$ cuja soma é menor do que dez e seguida de adição de $2 + 2 = 4$ cuja soma é maior do que dez e seguida de divisão de frações é precedido pela multiplicação de frações semelhante empustion e subtração é precedido intendero. Depois que o aluno está familiarizado com $2 + 2 = 4$ em q. ~~emp. ou de mesma?~~

"Stream of experience"

II - Toma a forma de que a continuidade real reside na vida do indivíduo, que coincide com o curso das experiências

O conceito de Número ^{batido - R} Casuari

Tendências fundamentais: segundo se tome como ponto de partida o estudo do 1) Número Cardinal ou do Número Ordinal. Número de ordem e de quantidade.

1) parece impor-se pela razão de origens psicológicas

Toda número expressa o "quanto" e ao mesmo tempo, a "posição", o lugar de uma unidade dentro da série. E como se trata de dois momentos não separáveis, senão estreitamente correlativos entre si, não cabe dúvida de que estava ~~em~~ certa, a crítica filosófica quando fazia notar que constituiria uma dúvida estéril a que girava em torno do problema de saber qual das duas funções do número a originária e qual a dependente e a condicionada.

batido

Números : Bibliografia

Representações intuitivas dos nºs elementares:
pags: 18-19.

Sua gênese na criança : pags : 42, 69-70

Hans Frey
(Didactique Psychologique)

Conceitos de números

Matemática

Desenvolvimento dos

1. Continuidade de e e o

De que depende a continuidade? Do desenvolvimento, da experiência, do processo, ou de todos os três? Tem cada indivíduo a sua própria continuidade?

Números racionais

Francisco Severina
II vol; 110-111

Os n^{os} inteiros e fracionários se designam com a denominação comum de

Números racionais

V. pag 18 - Magnitudes comensuráveis

No caso de duas magnitudes A e B, da mesma espécie serem comensuráveis, sua razão ~~está~~ expressa por ~~uma~~ razão ~~fraca~~, ou, em particular, por um número inteiro

Um número real é a razão de duas magnitudes homogêneas; é racional se as duas magnitudes são comensuráveis, e irracional no caso contrário.

Latidley

Pasta 7

22, Renfret

Humero
Concerto - Genese do
na crianca -

Chicago -
Lans Kach
Art. Stern

4 Competência. Funcional
 a) Habilitação a) p. ^{sentir o uso} ^{entre o uso de frase} b) p. ^{reconhecer} ^{o saber}
 com a os princípios envolvidos; e - p. ^{com q. fazer, p. a}
 fazer através de situações; d - ^{passos necessários} ^{para} ^{realizar}
 o cálculo e e - ^{verificar e} ^{sentir} de uma profunda
 são p. de uma genuína competência funcional ^{com fra}
 Amcrita - ^{princípios} ^{habilidade}
princípios e habilidades

Sens numérico primitivo factado - Números

Mos mais baixos está aqui, o homem já foi - Cath. Stern (5)
tinha uma capacidade que chamaremos - "Número Sense"
Sentido numérico - não é contagem - é baseado no fato de que
um número de objetos

Números

Historico

Concerto

Jênesse

Pat. Stem

na Criança

Biographia

~~F. J. J.~~

Numbers: Bibliography

- "Developing Number Concepts" - Lowry W. Harding 199
N.E.A. - abstracts
- "More About Number Concepts" - H. Van Engen - 288 51
N.E.A. - abstract 51
- "Didactique psychologique" - Hans Hebli - pg 118-19
Table de multiplications (pg 56-57) 42, 69-70
Stem -
- "Primitive Number Sense" - C. Stern - 5, 6
- "Evolução das Séries Numéricas" - P.S. 6 - 8
- "A origem da Medida" - P.S. - 8-9

"O sentido de serie de um número é um conceito ordinal." C. Stern. "O sentido de coleção é o aspecto cardinal."

Pelos blocos das unidades.

1. O lugar ^{respectivamente} na serie, p. ex.: do bloco - 3 e do bloco - 7
2. Pela medida em blocos, acha que o nome "três" pertence ao menor, que o "nove" pertence ao mais comprido, etc.
3. O sentido de razão dos nºs é também clara: ex. o bloco - 7 é 7 vezes o pequeno 1, o bloco - 6 contém 6 unidades, o bloco - 8 é igual a dois blocos - 4, etc.
4. O sentido relacional dos nºs torna-se natural, etc. a encarnar os blocos nos vários materiais usados em vários métodos.

"Pupil's workshop" ^{Palavras} ^{Expressões usadas pelos}
^{educadores americanos.}
um lugar em que alunos atacam
atividades especificamente planejadas e organizadas
por eles próprios sob a orientação do professor.

"Experiment" — ^{uma} parte integral de cada processo de apren-
^{dizagem} ^{usualmente}
contém mais que processo de "ensaiar e
"erro".

Bibliografia:

Batido

Matemática

J. W. A. Young - "Fins, Valor e Métodos do ensino da matemática".

Eric Temple Bell - "A Rainha das Ciências".

✓ Francisco Vera - "Breve História da Matemática".

Francisco Vera - "Breve História da Geometria".

+ Manuel Balanzat - "

- Euclides Ross - "A Matemática na Escola Secundária".

Santiago Hernandez Ruiz - "Metodologia da Aritmética na Escola
Primária".

Arithmetica
Concepts + notes etc.

Am. Ed. P. 111.

Nombres

Hans Aebli
(Priest) 18-19

" Sans donner une analyse axiomatique
du nombre en opérations d'ordination (par relations asymétriques)
et d'emboîtement (par relations de classes), n'aurait-il pas pu dire
p. ex. que le nombre 5 est construit en ajoutant un autre élément
à quatre unités, ou deux éléments à trois, etc.?

Conceitos de Números
" More About Number Concepts "

Matemática
H. Van Engen
M&A Journal -
Abril - 51

Conservação de Quantidades Contínuas

A Gênese do N^o na cr.
Piaget

"Toda conhecimento - de ordem científica ou advindo de simples senso comum - supõe um sistema, explícito ou implícito, de princípios de conservação". (6)

"Do ponto de vista psicológico, a necessidade de conservação constitui uma espécie de a priori funcional do pensamento, isto quer dizer a medida de seu desenvolvimento ou da interação histórica que se estabelece entre os fatores internos de sua maturação e as condições externas da experiência, esta necessidade se impõe necessariamente. (7)

Processo de Quantificação - A desobediência da conservação da quantidade pela criança. Estágios:

I - 4 a ... Ausência de Conservação: A cr. não compreende a conservação da quantidade - nível da qualidade ou da quantidade bruta - considerações das Relações Perceptivas não coordenadas entre elas - de igualdade ou de diferenças qualitativas - comparações -

II - 5 1/2 ... Respostas Intermediárias: Início do processo de coordenação lógica que se completará no III est. - Quantidade intensiva, sem unidades -

III - 6;6 ... Conservação Necessária: A constituição das quantidades extensivas, da igualização das diferenças intensivas e por consequência à aritmetização dos grupos lógicos. - Proporcionalidade das diferenças - noções de uma quantidade total de ordem extensiva -
Nota: As experimentações foram realizadas com líquidos.

Conservação de Quantidade Descontínuas

A Gênese do N^o me cr.
Piaget

As relações entre a Conservação das Quantidades e o desenvolvimento da Correspondência bi-unívoca e recíproca, que constitui uma das fontes do n^o mesmo. (33-34)
(Exp. com coleções de fichas)

Estágios

- I - Ausência de Conservação: As quantidades são sempre avaliadas em função das relações perceptivas não coordenadas entre elas (quant. brutas).
" A numeração falada que o meio social impõe m^{tas} vezes à cr. deste nível, fica verbal e sem significações operatórias. (38)
- II - Constituição de Conjuntos Permanentes - apenas o início, pois se completa no III est. Problema deste estágio: "Conflito entre um fator de igualdade e um fator de diferença". Solução: por meio da coordenação das relações em jogo que a cr. efetua a síntese da equivalência real com as variações aparentes - esse movimento se esboça no II e se completa no III estágio.
- III - Conservação e Condensação Quantificantes
Quantificação - descoberta da invariabilidade das totalidades.

Número - Gênese do n.º na Criança -
Conservação das Quantidades Contínuas

N Piaget
9-18

1.º Estágio - Ausência de conservação

1º - Conservação das quantidades contínuas

Piaget

2º - Estágio - Respostas intermediárias

18 - 23

n.º 17 Correspondência Espontânea e a Determinação
do valor cardinal dos conjuntos

— Piaget —
77—

2º Conservação das quantid. contínuas

Piaget

3º — A Conservação necessária

23-31

2: Cons. das quant. contínuas

Piaget

31-32

Conclusão: "O indivíduo começa a permanecer durante o 1º estágio - por não considerar senão as relações perceptivas não coordenadas entre as de igualdade ou de diferença qualitativas, constituindo assim respectivamente as qualidades e as quantidades brutas, não comparáveis (?) com tais.

Depois inicia durante o 2º estágio um processo de coordenação lógica, que se completa no 3º estágio e que resulta em classificar as igualdades e a seriar as diferenças (aditivamente e multiplicativamente), esta seriação culminando na constituição das quantidades intensivas. Enfim, o 3º estágio é assinalado pela constituição das quantidades extensivas, graças à igualização das diferenças intensivas e, por conseguinte, à aritmética dos agrupamentos lógicos.

Winnicott: Evolução das Sériés de M^{os}

OBSERVAÇÕES

C. Stern: 6,

Recitar o nome das orelhas para chegar à ideia do tamanho do grupo

Correspondência um-a-um das orelhas com letras ou marcas com as respectivas marcas.

Diferentes sons para diferentes quantidades.

Os dedos com sons diferentes p^a cada um

Um Método Bárbaro de Ensino de Aritmética - C. Stern; 10

D' Billy - Cria um cartã com lous para as quantidades - Nós nos colocamos na situação da criança.
Crítica desse método.

Uma nova aproximação para o ensino de Números
Contagem ou Medida?

Iniciação em Aritmética Estrutural é baseada na medida. Representação dos n^{os} por blocos que medem 1 unidade, 2 unidades —

Base Matemática Necessária ao Professor de Aritmética

Introdução: O desenvolvimento histórico da Aritmética.
 A Matemática e a civilização. Importância da Matemática para o desenvolvimento da civilização.

Fundamentos históricos da Aritmética

A história dos símbolos numéricos associados às várias culturas.

As notações arábicas em diversos povos. Sistemas numéricos dos Índios Americanos.

C. V. Newson — 232

"The training of teachers of Arithmetic - Grossnickle

O preparo de professores de Aritmética. L - 202

a - os objetivos da instrução; b) os materiais e métodos de instrução; c) os professores.

ho especial de ^o a partir do momento em que aparece a ⁵³⁶ "P. E. do C." Project

função simbólica, isto é, em que se diferenciam os « significantes », sob forma de símbolos (imagens) ou os sinais (palavras) e os « significados », sob forma de relações preconceituais ou conceituais, que a representação se acrescenta à atividade sensorio-motriz. É neste nível que inicia ^(dentro) o espaço representativo.

OBSERVAÇÕES

Causas das M^{as} de 1 a 9 — Jogos sem M^{as}

22 funções simbólicas - diferenciação do "significante" do "significado".

significante - símbolos e sinais

diferenciações entre símbolos e sinais

índices e indicações (signal)

{ índices - o significante constitui uma parte ou um aspecto do significado, ou ainda, lhe é unido por um laço de causa e efeito

{ indicações - aspecto parcial do que está por acontecer - um antecedente objetivo

{ símbolos - implicam uma diferenciação, do ponto de vista da própria indivíduos entre o "significante" e o "significado"

{ sinal

Elaborações do Pensamento Intuição e Operações

OBSERVAÇÕES

Piaget
"P. L. L. 7"

Diferenças de estruturas entre inteligência conceitual e inteligência sensorial - motriz (143)

O pensamento simbólico e preconceitual (148)

Distinção conveniente entre símbolos e funções de um lado e índices e indicações (signal), de outro lado

função simbólica - permitir a representação do real por intermédio dos "significantes", distintos das coisas "significadas"

"Toda a significação supõe uma relação entre um "significante" e uma realidade "significada"

As etapas da construção das operações - Piaget 1947 "P. 9"

1. função simbólica (1;6 a 2;7-2;7) desenv. do pens. simbólico e pré-concreto
2. (4-7-8) pensamentos intuitivos
3. (7-8 a 11-12) operações concretas - grupo operatório (13-8)
4. (11-12 -) pensamentos formais

Base matemática necessária
aos professores de aritmética.

C. V. Benson
L - ~~283~~ 232

Pesquisas necessárias em História —

Burwell - 282

Mathematics Teacher, 1947 - Guidaance Pamphlet in
Mathematics for High School Students

Bibliografia.

Bowden, Joseph. "Special Topics in Theoretical Arithmetic"

New York: Garden City Publishing Co., 1936

✓ Buckingham, B. B. "Elementary Arithmetic: Its Meaning and Practice. New York: John F. Co., 1942

Glazier, H. E. "Arithmetic for Teachers". New York: McGraw-Hill Book Co., 1932

Inteligência - Teoria "Operatória"

"P. L. S. J." "Piaget

"... l'accent mis sur les interactions de l'orga.²⁴
nisme e du milieu conduit à la théorie opératoire
de l'intelligence.

" A ênfase dada à interações do organismo e meio
" conduz à teoria «operatória» da inteligência.

u

th

Número:

A verdadeira notação fundamental de correspondência um-a-um, é igualmente hoje básica para as conquistas das matemáticas.

Langen diz: "O fundamental processo quantitativo da ciência é contar ^{expressões} uma vez de objetos em ordem para caracterizá-la por um número."

O ~~sistema~~ de real sistema numérico

Números - Primitivos Seres do Número -

OBSERVAÇÕES

C. Stern: 5, 6

Seres do n: não deve ser confundido com contagem

- " Seres do n: é baseado no fato que um número de objetos pode
- " ser arranjado para formar uma estrutura (ou configuração) ca-
- " racterística, a qual é modificada quando objetos são acrescen-
- " tados ou subtraídos. Os homens primitivos usaram muitos de tais
- " estruturas modelos de coleção "Patas" (derivado de animais quadrú-
- " pedes) pode ter significado 4 objetos, e "asas", 2. Configurações
- " características. Uma vívida figura em nossa mente de
- " "patas" e "asas" — ^{componentalmente} de uma coleção de objetos — sem contagem.
- " O seres do n: resolviam problemas práticos da vida
- " primitiva, mas não era ainda ~~uma~~ criação da aritmética.
- " Essas coleções padrões tanto de "patas" como de "asas" não tinham
- uma sequência organizada. Aritmética é um sistema numérico
- que requer uma sequência definida de coleções de quantidades.

Tabuada de subtração

Conceitos de subtração -

$$5 = 2 + \dots 3.$$

- falta para

$$5 - 3 = 2$$

menos depois

$$5 - 2 = 3$$

28/10/54 D. Alfredina

Tabuada de subtração:

$$7 - 5 = 2 \quad (5 \text{ para } 7 \text{ faltam } 2, \text{ porque } 2 + 5 \text{ são } 7)$$

conceitos de subtr. Resto - Ex com de fora -

Tabuada de multiplicação:

| | | | |
|----|----|----|----|
| 3 | 13 | 23 | 33 |
| +5 | +5 | +5 | +5 |
| 8 | 18 | 28 | 38 |

$$2$$

$$2 + 2$$

$$2 + 2 + 2 \quad \text{até } 18$$

$$2 + 2 + 2 + 2$$

$$3$$

$$3 + 3 \quad \text{até } 6$$

$$3 + 3 + 3$$

El Concepto de Número

Matemática
E. Cassirer

"Todo número es, a la par, "número de orden" y "cantidad"; expresa el "cuánto" y, al mismo tiempo, la "posición", el lugar de una unidad dentro de la serie." (92)

"... el contenido y la trayectoria de la teoría de Cantor, la cual ~~ella~~ eleva ya implícito el que el concepto de conjunto ha de convertirse necesariamente en la verdadera base en el fundamento lógico e material del concepto de número. Según esta teoría el número cobra su punto de apoyo sustancial, y con él su verdad y su significación, con el conjunto, con la pluralidad de objetos existentes. El n.º cardinal designa una determinada propiedad inherente a los conjuntos, y que puede desprenderse de ellos mediante la abstracción; es la expresión de lo que Cantor llama la "potencia del conjunto". Todo conjunto de cosas bien diferenciadas puede ser considerado como una cosa unitaria de por sí, de la que aquéllas no son sino partes integrantes o ele-

mentos constitutivos. Si hacemos abstracción tanto de la naturaleza de los elementos como de la ordenación de su realidad dada obtenemos el "número cardinal" o la "potencia" del conjunto". (96)

Definição, ou antes, Conceito

Fichado
Matemáticas

Cassirer - 45

Conceito Moderno:

" Si partimos do estado atual das matemáticas, não pode caber a menor dúvida de que sua definição como a ciência das magnitudes mensuráveis é já demasiado estreita. A geometria projectiva e a combinatória, a "analysis situs" e a teoria dos grupos, nos têm dado a conhecer campos que escapam a esta definição sem deixarem de ser, por isso, protótipos do verdadeiro, do rigoroso pensamento matemático. Se nos empenhássemos hoje em buscar uma explicação sintética de todos os objetos que este pensamento abarca, não teríamos mais remédio que recorrer ao conceito geral da "forma de ordenação" ou a "forma de relação". " Cassirer

" O objeto das matemáticas puras - poderíamos dizer - formam as relações que podem estabelecer-se conceitualmente entre quaisquer elementos pensados, ao concebê-los como conteúdos dentro de uma multiplicidade bem ordenada; a lei de ordem desta multiplicidade tem que se achar sujeita, necessariamente, à nossa opção." E. Happeritz

Para Leibniz, a verdadeira ciência matemática fundamental não é a álgebra, nem a geometria, mas sim a combinatoria. Agora ~~sim~~, esta ^{mão} se ocupa para nada do número ou da magnitude, senão simplesmente da forma pura das ligações e do estudo das leis que regem esta forma. "Donde se deriva (Leibniz) uma predição, até agora desconhecida ou descuidada, da álgebra à ciência das combinações, quer dizer, da ciência que se ocupa das relações das magnitudes à que a trata, de uma maneira geral, de todas as expressões referentes à ordem, à semelhança, à relação; em uma palavra, uma predição da ciência da quantidade à ciência da qualidade." (75)

Este conceito da "mathesis universalis" é também muito mais amplo do que o que Descartes professava. Em primeira, para Leibniz, uma transformação e reestruturação da geometria orientada na direção oposta à geometria analítica de Descartes e cujas bases se encarregou ele mesmo (L) em seus esboços de "analysis situs" e de definições dos caracteres fundamentais da geometria. Só mais tarde, na trajetória que o pensamento geométrico haveria de seguir por sua própria conta, haveria de revelar-se com inteiro clareza a tendência desse projeto. H. Grassmann (76)

Mas a força do ideal novo aqui data de, sobretudo, no crescente pulso anterioridade com que, na trajetória da mesma geometria, se enfrenta o pensamento puramente prospectivo às perspectivas matriciais.

Katz, David "Manual de Psicologia" - O conceito de número e quantidade - pág. 242

2° fase: O conceito objetivo de número e quantidade

As crianças de 4 a 5 anos acreditam que uma montanha se torna maior ou menor segundo se aproximam ou se afastam dela. Até os 7 anos lhes é incompreensível que o que muda é seu ponto de vista e não o objeto.

As quantidades (objetos coletivos) parecem que aumentam ou diminuem segundo sua disposição espacial, às crianças da 2° fase.

3° fase: O conceito lógico operativo de número e quantidade

Depois dos 7 anos, a criança é capaz de compensar mentalmente as alterações de número e quantidade. A operação intelectual, especialmente a coordenação de relações reversíveis, vai resultar numa organização lógica do pensamento. A criança com a prática, coordena relações quando anteriormente as isolava. Descobre, p. ex., que as relações alto-estrito e baixo-largo se compensam. Para ela toda alteração espacial pode ser interpretada como uma operação, isto é, ação reversível, capaz de compensar-se e assegurar a invariabilidade da massa ou quantidade.

O conceito de número

O conceito aritmético de número não pode ser deduzido de operações lógicas isoladas, mas de fusão de classes - inclusões e relações assimétricas:

$$(A \neq A' = B) \text{ e } (A < B < C)$$

A criança põe em relação números isolados com pequenas quantidades, ainda que esses mudem segundo a configuração espacial.

2º fase: O conceito objetivo de número e quantidade

As crianças de 4 a 5 anos acreditam que uma montanha se torna maior ou menor segundo se aproximam ou se afastam dela. Até os 7 anos lhes é incompreensível que o que muda é seu ponto de vista e não o objeto.

As quantidades (objetos coletivos) parecem que aumentam ou diminuem segundo sua disposição espacial, às crianças da 2º fase.

3º fase: O conceito lógico operativo de número e quantidade

Depois dos 7 anos, a criança é capaz de compensar mentalmente as alterações de número e quantidade. A operação intelectual, especialmente a coordenação de relações reversíveis, vai resultar numa organização lógica do pensamento. A criança com a prática, coordena relações quando anteriormente as isolava. Descobre, p. ex., que as relações alto-estreito e baixo-largo se compensam. Para ela toda alteração espacial pode ser interpretada como uma operação, isto é, ação reversível, capaz de compensar-se e assegurar a invariabilidade da massa ou quantidade.

O conceito de número

O conceito aritmético de número não pode ser deduzido de operações lógicas isoladas, mas de fusão de classes - inclusões e relações assimétricas:

($A \neq A' = B$) e ($A < B < C$)

A criança põe em relação números isolados com pequenas quantidades, ainda que esses mudem segundo a configuração espacial.

As crianças de 4 a 5 anos estabelecem freqüentemente uma correspondência espacial; entre os 5 anos e meio aos 6 anos estabelecem uma correspondência ótica recíproca, mas ainda prevalece a organização espacial, porquanto desfeita leva a criança a crer que a correspondência numérica está também desfeita.

Somente aos 6 anos e meio, durante a fase do pensamento operativo, descobre a criança a invariabilidade numérica de uma quantidade.

A constância de um número não significa, porém, conceito de um número.

A criança chega a este quando pode estabelecer sua síntese e realizar 2 operações simultâneas.

O conceito de espaço

O sistema espacial se baseia na representação objetiva do espaço, que por sua vez, se baseia na vivência senso-motora espacial.

1º fase: O espaço senso-motor

O lactante conquista (Stern) o espaço próximo com seus movimentos e percepções. Forma-se no princípio um conjunto de espaços de ações isolados, constituindo um sistema de movimento egocêntrico que visa a própria atividade. Ao poucos as esferas de ações isoladas se unem umas às outras e, no fim do 1º ano ao começo do 2º, originam um sistema espacial senso-motor objetivo, em forma de grupos de movimentos, em sentido geométrico.

2º fase:

Uma nova deformação egocêntrica do espaço é resultado da transição da percepção senso-motora à representação (2º fase do desenvolvimento).

Só durante a 3º fase do desenvolvimento (depois dos 8 anos) a criança chega a reproduzir os sistemas individuais de movimentos com a ajuda de sistemas de

referências espaciais achados espontaneamente graças a uma imagem espacial coerente e objetiva. 2.

A concepção de espaço, influenciada por vivências subjetivas tem muita significação para a maneira com que a criança procura valorizar as medidas geométricas. As escalas de medidas não encontram utilização espontânea até os 6 anos.

Para poder comparar 2 ou mais objetos num sistema espacial são necessárias 3 condições:

1. A invariabilidade das dimensões dos objetos.
2. A invariabilidade das distâncias entre eles.
3. A utilização de um sistema de referência ou de coordenadas (mas na 2ª fase nenhuma das 3 condições é observada).

A representação de um sistema espacial euclidiano, constituído por objetos invariáveis, distâncias constantes e sistemas de coordenadas é alheia à criança da 2ª fase e só se forma durante a 3ª fase, em conexão com as operações lógico-concretas do pensamento.

3ª fase: A medida de espaço e a perspectiva

A partir dos 7 anos a criança descobre simultaneamente a medida de espaço e a perspectiva.

Aos 8 anos mais ou menos, a criança descobre espontaneamente a operação geométrica de medidas.

Simultaneamente, se constitui também a compreensão da perspectiva. As crianças de 7 a 9 anos compreendem cada vez melhor que uma montanha assume perspectivas diferentes, segundo a distância.

O conceito de tempo

O conceito de tempo depende da coordenação da velocidade e se desenvolve

ve paralelamente ao conceito de espaço. Esses conceitos no princípio não têm caracter ló-
gico mas apenas intuitivo.

Durante a 2° fase do desenvolvimento, a criança compreende que de 2 veí-
culos tem maior velocidade o que se adianta do outro. A criança acredita que a aproxima-
ção da meta é indício de velocidade, qualquer seja o ponto de partida. As diferenças de
velocidades são medidas pela vantagem espacial. A criança chega a uma perfeita compreen-
são dos fatos só durante a 3° fase.

A velocidade está nas séries de experiências concretas como uma rela ção
temporo-espacial.

As funções do conhecimento vão capacitando a criança a uma adaptação psí-
quica no campo de ação; no começo o lactante se adapta às variações ambientes por meio de
movimentos e percepções; no fim de 1° infância, as operações de pensamento ajudam a êsse
ajustamento.

O desenvolvimento psíquico pode abalizar-se pela conduta senso-motora e o
conhecimento lógico matemático, apesar de serem duas estruturas diferentes da intelligen-
cia.

Significações (178)

Piaget

P. Le Int.

- " É conveniente distinguir os símbolos e os sinais, de um lado, dos índices ou os sinais, do outro lado. Não é somente todo pensamento, mas toda a atividade cognitiva em si mesma, da percepção e do hábito ao pensamento conceitual e reflexivo, consiste em ligar (relatar) significações, e toda significação supõe uma relação entre um significante (símbolos, ~~sinais~~ sinais; sinais-palavras ou índices - vestígios) e uma realidade significada.

Tipos de Correspondência

Piaget
27

- a) Correspondência "qualitativa" — fundada a fundada sobre as qualidades dos elementos correspondentes, sem que a criança saiba quantos (4 a ...) pag 29
- b) Correspondência intuitiva — fundada só sobre as percepções ou, eventualmente, as representações (4,5 - 6) pag 29
- c) Correspondência numérica ou quantificante — a que faz abstração das qualidades e as considera como tantas unidades. (--- 5,5)

(2 e 32 etc pag 24)

2: - Correspondência Intuitiva (4;5 - 5) Piaget
84 & 87

É q. se entende por Correspondência intuitiva - toda corres-
pondência fundada sobre (sômente) as percepções (ou eventualmente so-
bre as imagens representativas) e q., por consequência, não se converte fora
do campo perceptivo atual (ou de sua clara lembrança).
Distingue-se de 1.º estágio pela utilização sistemática da correspondên-
cia e do 3.º pelo fato de q. aquela não é ainda razão de equivalência
necessária.

... as crianças do 2.º estágio procedem ordinariamente de golpe pela
correspondência, tomando uma a uma as partes por meio das quais
elas reproduzem as partes sucessivas do modelo.

Nas reações do 3.º estágio verificam-se a generalidade:

Correspondência termo a termo, mas apreciando-
se sem cessar as particularidades das figuras, sem
o que o sujeito não concebe mais a equivalência
entre duas coleções.

1º - Correspondência "Qualitativa"

Piaget
79-84

Problema a par etados, as operações munesantes ou
quantificantes - as operações elementares de comparação, de qualificação.

Comparação Qualitativa Global

As reações deste estágio são de grande interesse para a psicologia do m.^o.

(82) A única "quantificação" de que é capaz a cr. neste estágio é constituída pelas relações (rapports) entre qualidades da forma "mais (ou menos) de" (quantidades brutas).

(83) A cr. procede bem inicialmente de uma coordenação de qualidades percebidas.

(84) Condiciona: É pois a forma de conjunto, isto é a superfície total acompanhada de uma semelhança estrutural mais ou menos vaga, que é para a cr. deste nível o critério último da avaliação cardinal sem possível análise de detalhe.

(85) O caráter mais geral é a irreversibilidade das suas reações.
O caráter puramente perceptivo das avaliações das cr. deste nível se traduz, com efeito, por simples relações entre qualidades não comparáveis entre si e cuja síntese não parece ser global.
As relações não-comparáveis entre si não constituem ainda

3: - Correspondência Numérica ou Quantificante
(5-...)

Durante o 3º estágio a correspondência se libera da ligação intuitiva e se vêem aparecer as operações espontâneas de controle, por dissociação das totalidades e partes em si. A correspondência torna-se operatória, seja qualitativamente seja numericamente.

... a qual atribuído pela criança à operação de pôr em correspondência precede a certeza inerente à numeração falada. Há um estágio próprio à correspondência operatória com o sentimento da equivalência necessária qualitativa e quantitativa das coleções correspondentes e com a conservação das quantidades. Este estágio intercala-se entre a simples correspondência intuitiva e a correspondência entre os objetos e as cifras verbais ou numeração falada. Esta caracteriza um 4º estágio e é somente uma vez constituídas as operações tipicamente sólidas e práticas que a numeração falada toma uma significação puramente numérica.

O objeto do estudo é o estudo da constituição do 4º

Prefácio "Children Discover Arithmetic" - Catherine Stern

Método de "Laboratório"

O que é "Aritmética Estrutural": "não só desenvolver pensamento matemático dos primeiros experimentos; mas também auxiliar a criança a construir a habilidade de calcular rápido e seguro, que ~~se torna~~ se torna uma arte esquecida.

Base ^{matemática} - "Medida"

Ho invés de desenvolver os primeiros conceitos de medida por contagem de elementos de grupos de objetos não estruturados, a criança trabalha com estruturas claras que lhe mostram desde o início as relações entre os números de nosso sistema de numeração. Os nossos meios (recursos didáticos) diferem de outros materiais usados para a concretização dos med; os experimentos das crs. com nossos materiais são baseados na "Medida", os quais introduzem os conceitos básicos de matemática ~~para~~ desde o início do trabalho da cr. com números.

Propósito: apresentação de "uma iniciação (approach) do ensino da aritmética que se passa em compreensão (insight) através de relações estruturais".
desacostumadas introduções

Jogos Numéricos sem nomes e sem Símbolos.

O. Stern

- 1º grau: nem nomes ~~de~~ de n° s são surtidos, nem símbolos numéricos são vistos. Usam-se especialmente 4 espécies de materiais: 1) Contador de Tabuleiro; 2) Tabuleiro de Configurações; 3) Caixa das Unidades e 4) Caixas dos Números.
- 1 - A cr. aprende a encaixar blocos em seus lugares apropriados de acôrdo com o seu tamanho — Blocos "grandes" em lugares diferentes dos de blocos "pequenos".
 - 2 - A cr. chega ao reconhecimento fácil de quantidades diferentes nas bases de uma configuração característica.
 - 3 - A cr. acasala (matches) os blocos mais compridos com combinações de menores, aprendendo então por experiência que só com certas combinações de blocos, ela poderá encher a caixa desde os 3 anos a cr. lida com prazer. A ^{concretização} realização ^{estilo a} (performance) com blocos corresponde ao 1º de grau do pensamento quantitativo.
 - 4 - A cr. desenvolve gradualmente as relações do sentido do nº lidando com n° s de 1 a 9, como o fez com a Caixa das Unidades (3) — de 1 a 10.

Gestalt "Form", "structure" - Psicologia

Dict. Food

Um sistema de psicologia que considera que as experiências deverão ser estudadas não em partes separadas, mas como unidades, e que assegura que o organismo reage sempre como um todo, a despeito de estímulos específicos (regardless).

Revista da Silva Mello, Carvalho - "Atualidades Pedagógicas", n.º 15
p.º 10 - 11 "Gestaltismo"

Posição básica: 1.º) os estímulos são percebidos organicamente, constituindo uma estrutura; 2.º) A conexão entre estímulo e resposta resulta de simples contingências temporais - reação e estímulo fazem parte da mesma configuração; 3.º) a aprendizagem resulta de uma compreensão súbita "insight" - (discernimento das interações) da situação total estimuladora.

A - "Insight total" para os ortodoxos
B - "Insights parciais" para os neo-gestaltistas

"Gestalt" - A teoria da Forma

Piaget (69)
L'intelligence et la
Psychisme

"A ideia central da teoria da Forma é que os sistemas mentais não são nunca constituídos pela síntese ou a associação de elementos dados em estado isolado antes de sua reunião, mas consistem sempre em totalidades organizadas desde o início sob uma "forma" ou estrutura de conjunto. É assim que uma percepção não é a síntese de sensações prévias; ela é regida em todos os níveis por um "campo" cujos elementos são interdependentes do mesmo modo que são percebidos juntos. Ex: um único ponto negro emite sobre um p. folha de papel, não tem peculiar como um elemento isolado, ele se destaca a título de "figura" sobre um "fundo", as relações fig x fundo supõem a organização do campo visual inteiro.

... os elementos percebidos num mesmo campo são imediatamente ligados em estruturas de conjunto, obedecendo a leis precisas, que são as leis de organização.

Número — 7 Construção do...

Piaget
Epistemologia
132

- 1) Fase intuitiva e pré-operatória do pensamento, durante a qual a experiência é necessária para o descobrimento e a verificação de verdades aritméticas e
- 2) Fase operatória, a partir da qual a dedução começa a satisfazer-se a si própria.

Em resumo: o indivíduo agindo de forma empírica ^{de ações} pode utilizar os objetos a título de simples suportes ou ^{ocasiões} ~~itens~~ ^{mas} ~~experimentar~~ ^{experimental} em realidade — sobre ele próprio, isto é, sobre a coordenação de suas próprias ações mais que sobre os objetos sobre os quais elas se apoiam.

— Ainda que experimental em sua fonte intuitiva, o número é pois acrescentado aos objetos e não extraído deles.

Números intuitivos ou figurais — são aqueles que se encontram nos pequeninos antes da construção da série operatória dos números. (137)

Otto Höhler — demonstrou a discriminação de conjuntos de 5 e 6 objetos nos pássaros

A Correspondência provocada e
a Equivalência de coleções correspondentes

Gênesis to N^o - ma Cr.
Piaget

Experimentação Termos a Termos entre copos e garrafas

- I - ^{com a ausência de correspondência} sem correspondência exata nem ^{termos a termos} equivalência (4; 5) II - Correspondência termos a termos, mas sem equivalência durante entre as coleções correspondentes (4; 3 - 6; 3) parece que a correspondência permanece ainda acertal neste nível. III - Correspondência termos a termos e equivalência durante das coleções correspondentes (5; 2 - 6; 2)

A Correspondência entre floas e vasos

- I - comparação global sem correspondência termos a termos nem equivalências durante (4; 4 - 4; 9). II - Correspondência termos a termos, mas intuitiva e sem equivalência durante. III - Respostas intermediárias entre o II e o III - correspondência operatoria com equivalência durante (5; 8 - 5; 10)

Troca de um a um com numeração falada

- I - comparação global e ausência de equivalência apesar da troca de um por um (3; 6 - 3; 11). II - Correspondência correta; mas sem equivalência durante apesar da troca um por um (5; 2 - 6). III - Respostas intermediárias: Equivalência momentânea, depois durante (6; 3)

Correspondência de ordem "intuitiva"

"Correspondência - Inantifrántica"

A Correspondência Espontânea e Gênese do N.º m. Cr.
a Determinação do valor cardinal dos Prinfet
Conjuntos 77-

Nota: tipos de correspondência { inferior { de ordem intuitiva (p. 11)
{ superior { correspondência quantitativa (77)

Material - objetos homogêneos ou o estabelecimento das correspondências dos conjuntos refere-
Problema - ^{chamados em figuras} lidas - as ^{agis} espontaneamente

A Reprodução de gravuras

I - Estágio: Comparação qualitativa global
conclusão: "É a forma de conjunto, isto é, a superfície total em apa-
rência) acompanhada dum semelhança estrutural mais ou menos vaga, que é p.^o
a cr. d'isto nível o critério último de avaliação cardinal. Em resumo, o conceito
o mais geral do estágio pode ser concebido como sendo o irreversibilidade de seus
recessos. Relações entre qualidades não comparáveis entre si e cuja síntese há
pode ser global. Relações não comparáveis entre si não constituem ainda as opreca-
ções.

II - Correspondência qualitativa de ordem intuitiva e

III - Correspondência operatória (qualitativa e numérica)

Nota: correspondência qualitativa - consiste - fundada sobre as qualidades dos elementos
correspondentes, sem a cr. sobre quantos

II) correspondência numérica - ou quantificável - a q. faz abstração das qualidades
e os considera como tantas unidades; c) intuitiva - fundada sobre a relação física em
relação às numerações.

Conceitos de números

Atas do Empen - M. E. G. - abril 1951

Trechos de Hans Frey — pgs 18 e 19 — Representação intuitiva dos nºs elementares.

Sua função na aritmética, pgs 42, 69-70

Teorias da Aprendizagem

Brunnell - 149
yearbook - 51

Ênfase das Significações Aritméticas:

Tipos de Significações (estabelecidos por Brunnell em seu trabalho "O lugar da Significação no Ensino da Aritmética" E. S. J. Janº 1944 — Referência já traduzido desde 1949) no II C.A.E., na cadeia de metodologia da Matemática

Conclusão: "O ensino de aritmética movimenta-se em direção ao desenvolvimento de uma compreensão das relações numéricas e

A Necessidade de Estender A aprendizagens Aritméticas

Matemática

Ben A. Sweltz e
John W. Benedict

The
Math
Teacher
p. 50

A - Uma Situação Insatisfatória

- " Que ~~se~~ ^{Quanto} deve o aluno realmente compreender? "
- " Deverei ensinar esse tópico se não há encontro senão poucos e pobres exemplos de utilidade funcional? "

Descontentamento em todas as classes - profissionais, civis, militares, etc. - com os êxitos (achievements) mat. tanto da esc. prim. como da sec.

Necessidades matemáticas de cidadãos comuns

Debilidades mat da esc. prim. e da sec. e sugestões para sanar essa situação - em o assunto deste artigo.

Conclusões: a - ~~alg~~ evidências objetivas e b - opiniões pessoais baseadas em am. e exp. com alunos da esc. prim. sec. e colégios.

B - Que é Aritmética?

Estamos de acordo em geral, nas escolas públicas, que arit. seja um estudo de significâncias (significâncias) e uso dos n^{os} em situações sociais, culturais, econômicas e industriais em que comumente se funda a nossa sociedade. Isto não exclui um estudo da "ciência dos n^{os}" antes desde estipula que tanto a ciência dos números e dos algarismos de cálculo serão elementos importantes e estágios no estudo da aritmética.

Comunum - aritmética não se restringe a abstração mas é uma parte funcional na educação básica de cada pessoa que seja capaz de aceitar a sua parte de responsabilidade na sociedade e ^{oportuna para a aquisição} ~~de~~ conhecimentos, compreensão, habilidades e julgamentos que a sociedade tem o direito de esperar de cada um de seus membros competentes. A arit. usa n^{os} em muitas circunstâncias mas, como agora é concebida nas esc. públicas, ~~contém~~ contém muitos conceitos, princípios e julgamentos em q. os n^{os} são apenas o meio ~~de~~ ^{para} o trabalho. Aritmética é muito mais que um "trabalho com n^{os}".

2 Necessidade de est. das aprendizagens de Hist.

Suetz e
Benedict

Arit. funcional, neste artigo, significa todos os tipos e fases que o indivíduo em geral tem ocasião de usar (não o h. técnico) nos seus assuntos sociais, ^{culinários} econômicos. Incluem coisas, como: avaliar tempo e distância; marcar recordes de tempo; julgar quantidades apropriadas; tomar frações de quantidades; calcular e operar percentagens; interpretar gráficos e mapas; compreender importância (significância) dos números que são grandes; compreender e calcular coisa com taxas, juros, lucros.

Arit. funcional é muito extensa. Frequentemente refere-se primordialmente a fatos, conceitos e princípios aritméticos que em vol. se requerem cálculo.

Envolve etapas de participação individual numa situação:

- a - sentindo e reconhecendo as matemáticas essenciais numa situação.
- b - sabendo como pensar na situação e como que fazer matematicamente
- c - sendo capaz de extrair uma conclusão válida incluindo os cálculos necessários e
- d - sentindo a necessidade de verificar sendo capaz de verificar a conclusão.

2 - Aritmética na E. Elementar, graus 1-6

importante

Enfoque importante, nos cursos recentes, do estudo da aritmética pela significação e pela compreensão. Propuseram em algumas escolas pela "aprendizagem significativa", particularmente em termos de conceitos e usos de arit. Resultados não satisfatórios quanto a escalas, quanto a fun

exatidão e velocidade do cálculo

Em algumas escolas a crescente tendência de "programas de experiências" com resultados variáveis dependentes do julgamento e da competência dos professores.

Testadas 2000 alunos, de 6º grau, e foram as seguintes as deficiências encontradas:

I - Em Cálculo: (1) ~~combinações~~^{fatores} básicos de $n =$ em todos os processos; (2) todos os cálculos com $n =$ inteiro quando o n é inteiro não inteiro ou fracionário; (3) todos os exercícios com frações ordinais; (4) frações decimais qto a significação transposição; e (5) cálculos com medidas quando ^{deve} mudar de uma para outra unidade.

II - Em Problemas: (1) a boa "vontade" para ler e compreender enunciados simples; (2) ~~partes~~ ^{sentido} de ~~os~~ matemáticas essenciais de uma situação; (3) qual-juizes de associação de um processo com uma situação; (4) erro em cálculos e na cópia da questão etc.

III - Em Compreensões - (1) conceitos básicos de $n =$ inteiro, de frações e medidas; (2) princípios e relações de frações e medidas; (3) processos matemáticos essenciais dentro a situação comum; (4) relações numéricas com um processo e relações de um processo com o outro.

Suetz
Benedict

4/ iv Em Praciseiros - (1) Tamambos de unidades
comuns de medidas e tem familia para serem medidos; (2) re-
laca fracionaria com curios reais e com parcunas; (3) infor-
maçã e práxi econômica como a informaçã e princípios de
social; (4) porque e quando usar em processo as un-
de outra para expressão de tempo e de energia; (5) arran-
jo ordem de fu ar ên cia.
Condiçã: na e reforço ant de 1: ao 60 fr. a seu
necessita estudo o estudo de ant ao ant fr. d.

D-

Que podemos para a situaçã?

Para uma aplicação extensa dentro de uma área de necessária a combinação de
fator fortemente, em
a - de professores com visão, compreensão e judicamento tra-
ciais); b - curso de estudo que dirija o trabalho de prof.
para uma ação funcional e c - um espírito e uma fi-
losófica de educação q. torne possível as prof. atruir
em cheio o seu dever. É importante q. o tr. seja melhor
do q. se hã atruir.

"O ponto crucial de êxito na aprendiz sig. e competência
funcional parece residir no professor que de longa dat- ção
determinando o programa, os níveis de então e aprendizagem"

Nº. Objetivos da Aritmética na Educação geral

Matemática
Dr. Burch

1. Ser capaz de ~~ver~~ ~~at~~ fazer face (ou atender) a dificuldades.
2. Aprender a pensar em coisas fora de si próprio.
3. Entender e construir a curiosidade natural da criança.
4. Desenvolver mais os hábitos de trabalho e de (craftmanship) trabalho criador do homem.
5. Aprender a trabalhar em cooperação.

Dr. Burch relembra como os alunos são naturalmente curiosos, como eles descobrem coisas por eles próprios e como ~~essa~~ sua confiança aumenta com a compreensão. Mostra também como frustrações podem ser evitadas através de um programa de aritmética que constrói gradualmente a curiosidade aos altos e matemáticos para as invés de ir imediatamente através de um alto grau de abstração.

Mrs. Bebell

1. Qual o papel da aritmética na educação geral, ^{em comparação} com as demais disciplinas escolares? 2. Onde ^{está a ênfase} da aritmética — em ideias ou habilidades? 3. Que organização do currículo e programas de classe deverão ser usados para aprendizagem aritmética? Ele condena que dêem-se mais consideração e ênfase do ponto de vista dos próprios alunos e em termos de sua apreciação e que os pontos de vista da teoria à prática dos pontos de vista dos professores. Ele argüe que em múltiplas compreensões de ideias e programas são mais importantes que calcular abstratos. crítica o período "lock-step" (passo-a-passo) — diferenças individuais. Mais materiais de "auto-auxílio".

2^o Ojetivos da Aritmética na Educação Especial — Dr. Bebell

Para atender às diferenças individuais:

a - Mais materiais de ("self help") auto-auxílios.

b - Exames, diagnósticos e medidas terapêuticas — lidar com
todas as fases de seu programa de avaliação.