I.E. ATIVIDADES DE FIXAÇÃO MATEMÁTICA 5º SEMESTRE.

NOME TURMA:

① Escreva a matriz $A=(a_{ij})_{3\times2}$, tal que $a_{ij}=-2.i+j$ $\begin{pmatrix}-1 & 0\\ -3 & -2\\ -5 & -4\end{pmatrix}$

② Escreva a matriz $A=(a_{ij})_{4\times2}$, tal que $a_{ij}=2i^2-j$. $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 7 & 6\\ 17 & 16\\ 31 & 30\end{pmatrix}$

③ Determina a matriz $B=(b_{ij})_{2\times4}$, tal que $b_{ij}=\begin{cases}3.i & \text{se } i\geq j\\ 5.j & \text{se } i<j\end{cases}$ e dê o produto dos elementos da 3º coluna.

④ Construir a matriz $M=(m_{ij})_{3\times3}$, tal que $M=\begin{cases}i+j, & \text{se } i=j\\ i-j, & \text{se } i\neq j\end{cases}$ e determinar M^t $M=\begin{pmatrix}2 & -1 & -2\\ 1 & 4 & -1\\ 2 & 1 & 6\end{pmatrix}\rightarrow M^t=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ -1 & 4 & 1\\ -2 & -1 & 6\end{pmatrix}$

⑤ Constrói a matriz $A=(a_{ij})$ em cada caso: $\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 4 & 4 & 4\\ 6 & 6 & 9\\ 8 & 8 & 8\end{pmatrix}$

a) 3×2, sendo $a_{ij}=3i-4j$ $\begin{pmatrix}-1 & -5\\ 2 & -2\\ 5 & 1\end{pmatrix}$ | b) 4×3; $\begin{cases}a_{ij}=j^2, & \text{se } i=j\\ a_{ij}=2i, & \text{se } i\neq j\end{cases}$

⑥ Sendo a matriz $A=(a_{ij})_{4\times5}$ e $a_{ij}=i-j^2$, calcule o termo a_{45} $=-21$

⑦ Calcule x e y para que a matriz $A=\begin{pmatrix}2 & 4y+2\\ 3x-2 & 5\end{pmatrix}$ seja DIAGONAL

$x=2/3$ $y=-\frac{1}{2}$

⑧ Determine x e y para que a matriz $\begin{pmatrix}3x-6 & 0\\ 4y+2 & 1\end{pmatrix}$ seja IDENTIDADE $x=\frac{7}{3}$ $y=-\frac{1}{2}$

⑨ Calcula a, b, x e y nas igualdades abaixo:

a) $\begin{pmatrix}2x+4 & 5\\ x-y & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 5\\ 10 & 6\end{pmatrix}$ $x=1$ $y=-9$ | b) $\begin{pmatrix}x+y & 2a+b\\ 2x-5 & a+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 7\end{pmatrix}$ $x=5/2$ $y=1/2$

⑩ Escreva a matriz oposta da matriz $A=(a_{ij})_{1\times5}$, tal que $a_{ij}=2i-j$ $A=(1\ 0\ -1\ -2\ -3)$ $A^-=(-1\ 0\ 1\ 2\ 3)$

⑪ Dadas as matrizes $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, resolve:

a) $2A+B-C$ $\begin{pmatrix}4 & 11\\ 11 & 0\end{pmatrix}$ b) $3(A+B)-C^T=\begin{pmatrix}13 & 25\\ 23 & 3\end{pmatrix}$

⑫ Dadas as matrizes $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 5 & 3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}3 & 4 & -2\\ 0 & -3 & 1\end{pmatrix}$ determina:

a) $A-3B+C^t=$

$A-\begin{pmatrix}-6 & 0\\ 15 & 9\\ -3 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & 0\\ 4 & -3\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & -1\\ -11 & -9\\ 2 & 2\end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix}3 & 10 & \boxed{15} & 20\\ 6 & 6 & \boxed{15} & 20\end{pmatrix}$

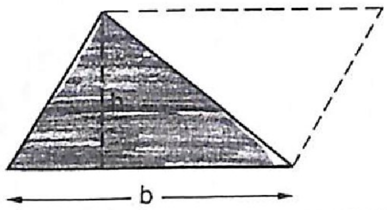
Prod $15\times15=225$

$\cancel{A\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}}$

Área de figuras planas

ÁREA DO TRIÂNGULO

TRIÂNGULO

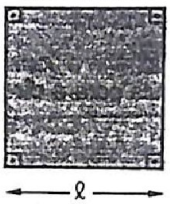


Área = base × altura : 2

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

ÁREA DO QUADRADO

QUADRADO

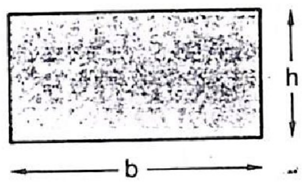


Área = lado × lado

$$A = \ell \times \ell = \ell^2$$

ÁREA DO RETÂNGULO

RETÂNGULO

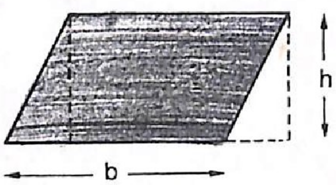


Área = base × altura

$$A = b \times h$$

ÁREA DO PARALELOGRAMO

PARALELOGRAMO

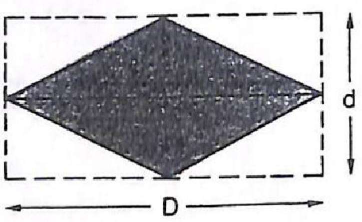


Área = base × altura

$$A = b \times h$$

ÁREA DO LOSANGO

LOSANGO

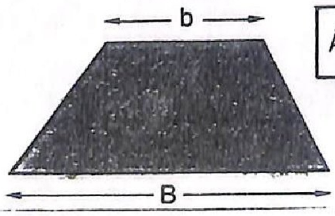


Área = Diag. maior × diag. menor : 2

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

ÁREA DO TRAPÉZIO

TRAPÉZIO



Área = (B. maior + b. menor) × altura : 2

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

ESTUDO DE RECUPERAÇÃO T. 501 e 51

1) Obtenha a matriz A em cada caso:

a) $A = (a_{ij})_{2\times 2}$, onde $a_{ij} = i^2 - 3j$

b) $A = (a_{ij})_{3\times 2}$, onde $a_{ij} = (-1)^i \cdot (2i - 3j)$

c) $A = (a_{ij})_{3\times 3}$, onde $a_{ij} = \begin{cases} 2^{i+j}, & \text{se } i < j \\ i^2 - j + 1 & \text{se } i \geq j \end{cases}$

d) $A = (a_{ij})_{4\times 2}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 2i + j, & \text{se } i \leq j \\ i - j, & \text{se } i > j \end{cases}$

2) Determina x e y de modo que se tenha A = B.

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & x+1 \\ 3 & y+2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2x-1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} x+y & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & y+1 \end{pmatrix}$

3) Dados $A = (a_{ij})_{2\times 2}$, $a_{ij} = 3i - j$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ x & x+y \end{pmatrix}$, determina x e y sabendo que A = B.

4) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $A + B + C$

b) $A - B - C$

c) $2B - \frac{1}{2}A + 3C$

d) $2(A - B) - 3(B + C)$

e) $2A - 3B^T - C^T$

5) Determina os valores de x e y para os quais:

$$\begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -y & 3 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, determina a matriz X, tal que $X + A - B = 0$

7) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $A - B$

b) $(A + B) - C$

c) $[(A - B) + C]^T$

① a) $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 16 \\ 4 & 3 & 32 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 6 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

---

② a) $x = 2$, $y = -1$ b) $x = -1$, $y = 2$

---

③ $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ x & x+y \end{pmatrix}$

$x = 5$ $y = -1$

---

4) a) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & -14 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -14 & 25 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -2 & -40 \\ 15 & 8 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$

---

5) $x = 3$
$y = 2$

6) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

7) a) $\begin{pmatrix} -6 & -8 \\ -9 & 8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 14 & 20 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 20 & -1 \end{pmatrix}^t$

INSTITUTO DE EDUCAÇAO GENERAL FLORES DA CUNHA
ESCOLA ESTADUAL DE 1º E 2º GRAUS
2º GRAU NOTURNO

Disciplina: Mat. **Prof.:** Tania Campos
Semestre: 5º **Turma:** ______ **Data:** ___/___/___
Aluno(a): ______________________

Estudos de Recuperação

1) Dada a matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$, tal que $a_{ij} = 3i - 2j$ e $B = (b_{ij})_{3\times 2}$ com $b_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{se } i = j \\ 3i, & \text{se } i < j \\ i^2 + j^2, & \text{se } i > j \end{cases}$, determina:

a) $A =$ $B =$ b) $(A - B)^T =$

2) Construa as matrizes:

a) $P = (a_{ij})_{4 \times 2}$, tal que $a_{ij} = (i + j)^2 - 10$

b) $R = (a_{ij})_{3 \times 3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i < j \\ 3i + 2j, \text{ se } i = j \\ i^2 - 2, \text{ se } i > j \end{cases}$

3) Sendo $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$, com $a_{ij} = 2i + 3j$, e $B = (b_{ij})_{2 \times 3}$, com $b_{ij} = \begin{cases} 2, \text{ se } i = j \\ 3i, \text{ se } i < j \\ i^2 + j^2, \text{ se } i > j \end{cases}$, determine:

a) $A =$ $B =$ b) $(A + B)^t =$

4) Dada a matriz $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & -1 \\ 5 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, calcule: a) $a_{11} + a_{23} + a_{34}$ b) $a_{21} \cdot a_{14}$

5) Dadas as matriz $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 1 & 8 \end{bmatrix}$, Calcule: a) $a_{34} - a_{22} =$ b) $a_{13} + a_{33} =$

6) Considera a matriz quadrada $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$. Calcula a diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária

7) Sabendo que M é matriz diagonal, calcule o produto dos elementos da diagonal principal.

$M = \begin{pmatrix} 3x + 4y & x + 3y \\ x - 6 & 2x - y \end{pmatrix}$

8) Calcular os valores de x e y, na matriz $A = \begin{pmatrix} x + y & 2y - x \\ 5x + 10 & 3x + 2y \end{pmatrix}$, de modo que ela seja uma matriz diagonal.

9) Calcule $a + b + c + d$, na matriz $I_3 = \begin{bmatrix} a & 0 & 2a + d \\ 0 & c - 2 & d + 2 \\ b + 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

10) Sendo $A = \begin{bmatrix} x + y & m - n \\ x - 2y & 3m + n \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ -1 & 10 \end{bmatrix}$, ache os valores de x, y, m e n para que se tenha $A = B$.

11) Calcule a, b, c e d, de modo que se tenha: $\begin{pmatrix} a - 5 & 3c \\ 3b + 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -15 \\ b + 5 & b + d \end{pmatrix}$.

12) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 12 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x - y & x + y \\ 2y - 5 & -1 \end{pmatrix}$, calcule x e y de modo que $A = B^t$.

13) Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{2\times 3}$ com $a_{ij} = i + 2j$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & b & a \end{bmatrix}$, calcule $(a - b)^2$, sabendo que $A = B$.

14) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 9 \\ -1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 2 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}$. determina:

a) $A - 2B =$ b) $3A + B =$

15) Dadas as matrizes A e B, do mesmo tipo, $A = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 6 & 10 & 0 \\ 1 & 3 & -8 \end{bmatrix}$. determina:

a) $(3A + B)$ b) $A - 2B =$

16) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -8 & 10 \end{pmatrix}$, calcular $3A - \frac{1}{2}B$.

17) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 15 & 18 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ -10 & 20 \end{pmatrix}$, calcule:

a) $2A - \frac{1}{3}B$ d) $-3A + \frac{1}{5}C$

18) Dadas as matrizes:

$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 10 & -2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $A + B + C =$ b) $2A - 3B + C =$ c) $C^T - 2B =$ d) $(B - A)^T =$

19) Dadas as matrizes

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$,

$C = \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ -15 & 20 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 0 & 15 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$,

encontre a matriz X, tal que:

a. $3X - A = 0$
b. $2X + B = 0$
c. $\frac{1}{3}X + D = B$
d. $5X - C = D$

Respostas

a) $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

b) $X = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

c) $X = \begin{bmatrix} 12 & -63 \\ -39 & 6 \end{bmatrix}$

d) $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

20) Dadas as matrizes

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$,

calcule:

a. $2A$
b. $3B$
c. $2A + 3B - C$
d. $A - 2B + 5C$

Respostas

a) $2A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

b) $3B = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ 12 & -3 \end{bmatrix}$

c) $2A + 3B - C = \begin{bmatrix} 7 & -11 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$

d) $A - 2B + 5C = \begin{bmatrix} 2 & 16 \\ 7 & 23 \end{bmatrix}$

I.E. ATIVIDADES DE FIXAÇÃO. MATEMÁTICA 5º SEMESTRE.

NOME S TURMA:

① Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{3\times 2}$, tal que $a_{ij} = -2 \cdot i + j$

② Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{4\times 2}$, tal que $a_{ij} = 2i^2 - j$.

③ Determina a matriz $B = (b_{ij})_{2\times 4}$, tal que $b_{ij} = \begin{cases} 3 \cdot i & \text{se } i \geq j \\ 5 \cdot j & \text{se } i < j \end{cases}$ e dê o produto dos elementos da 3º coluna.

④ construir a matriz $M = (m_{ij})_{3\times 3}$, tal que $M = \begin{cases} i+j, & \text{se } i = j \\ i-j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ e determinar M^t.

⑤ Constrói a matriz $A = (a_{ij})$ em cada caso:

a) 3×2; sendo $a_{ij} = 3i - 4j$ | b) 4×3; $\begin{cases} a_{ij} = j^2, & \text{se } i = j \\ a_{ij} = 2i, & \text{se } i \neq j \end{cases}$

⑥ sendo a matriz $A = (a_{ij})_{4\times 5}$ e $a_{ij} = i - j^2$, calcule o termo a_{45}.

⑦ calcule x e y para que a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4y+2 \\ 3x-2 & 5 \end{pmatrix}$ seja DIAGONAL

⑧ Determine x e y para que a matriz $\begin{pmatrix} 3x-6 & 0 \\ 4y+2 & 1 \end{pmatrix}$ seja IDENTIDADE

⑨ Calcula a, b, x e y nas igualdades abaixo:

a) $\begin{pmatrix} 2x+4 & 5 \\ x-y & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$ | b) $\begin{pmatrix} x+y & 2a+b \\ 2x-5 & a+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

⑩ Escreva a matriz oposta da matriz $A = (a_{ij})_{1\times 5}$, tal que $a_{ij} = 2i - j$

⑪ Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, resolve:

a) $2A + B - C$ b) $3(A + B) - C^T$

⑫ Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ determina:

a) $A - 3B + C^t =$

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GEN FLORES DA CUNHA

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

MATRIZES

1. Considera a matriz abaixo e determina o valor de :

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

a) $a_{23} + a_{12}$
b) $a_{33} - a_{22}$
c) $a_{23} + 4 \cdot a_{11}$

2. Escreve a matriz oposta da matriz A onde $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

3. Escreve a matriz transposta da matriz $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

4. Escreve em cada caso a matriz A :

a) $A = (a_{ij})$, 2x3 tal que $a_{ij} = -2i + j$

b) $A = (a_{ij})$, 1 x 4 tal que $a_{ij} = i - j$

c) $A = (a_{ij})$, 5x1 tal que $a_{ij} = i^{j}$

d) $A = (a_{ij})$, 2x4 tal que i / j

e) $A = (a_{ij})$, 1x1 tal que $a_{ij} = \dfrac{i-j}{i+j}$

f) $A = (a_{ij})$, 3x3, tal que $a_{ij} = (i + j)^2$

g) $A = (a_{ij})$, 3x2 tal que $a_{ij} = (-1)^{j} + i$

h) $A = (a_{ij})$, 3x4 tal que $a_{ij} = 2$

i) $A = (a_{ij})$, 4x3 tal que $a_{ij} = 0$

j) $A = (a_{ij})$, 3x3, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$

l) $A = (a_{ij})$, 3x3 tal que $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i > j \\ 3 & \text{se } i \leq j \end{cases}$

m) $A = (a_{ij})$, 3x3 tal que $a_{ij} = \begin{cases} 2i + j & \text{se } i = j \\ i - j & \text{se } i \neq j \end{cases}$

n) $A = (a_{ij})$, 2x4 tal que $a_{ij} = \begin{cases} 3i & \text{se } i \geq j \\ 5j & \text{se } i < j \end{cases}$

5. Escreve a matriz transposta da matriz $A = (a_{ij})$ quadrada de ordem 3 definida por

$$a_{ij} = \begin{cases} 4i & \text{se } i \neq j \\ i + j & \text{se } i = j \end{cases}$$

6. Calcula os elementos da diagonal principal e da diagonal secundária das matrizes :

a) $A = (a_{ij})$ 2x2 com $a_{ij} = 6i - 3j$
b) $A = (a_{ij})$ 3x3 com $a_{ij} = \dfrac{i+j}{5}$

7. Calcula x e y para que a matriz A seja uma matriz diagonal . $A = \begin{pmatrix} 7 & 2x+4 \\ 3y-1 & 9 \end{pmatrix}$

8. Calcula x e y para que a matriz B seja identidade de ordem 2 $B = \begin{pmatrix} 3x+4 & 0 \\ 5y-2 & 1 \end{pmatrix}$

9. Calcula x e y para que sejam iguais as matrizes:

$$\begin{pmatrix} 3x & 6 \\ 5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 8 & x-3 \\ 4 & 4y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x-y & 5 \\ 2 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x-4 & 3 \\ 3y+1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 5y-x \\ 5 & 3x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 4x+2y & 8 \\ 5 & y/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

LISTA 1

1) Constrói a matriz $A = (a_{ij})$ em cada um dos casos:

a) 2×3; onde $a_{ij} = j + 4i$

b) 3×3; onde $a_{ij} = 3i + j + 1$

c) 4×2; onde $a_{ij} = 2$

d) 5×2; onde $a_{ij} = i \cdot j$

e) 3×3; onde $a_{ij} = \begin{cases} -2i + j, \text{ se } i = j \\ i + j, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

f) 2×4; onde $a_{ij} = \begin{cases} 3i, \text{ se } i \geq j \\ 5j, \text{ se } i < j \end{cases}$

g) 5×2; onde $a_{ij} = \begin{cases} i - j + 6, \text{ se } i = j \\ j - i - 6, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

h) 4×4; onde $a_{ij} = \begin{cases} 9i, \text{ se } i \leq j \\ 8, \text{ se } i > j \end{cases}$

2) Considerando a matriz abaixo, determina o valor de:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 4 & -3 \\ 0 & -2 & 6 \\ 4 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

a) $a_{23} + a_{12}$

b) $a_{11} - a_{31} + a_{32}$

c) $4a_{33}$

3) Escreve a matriz oposta da matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$, definida por $a_{ij} = 2i - 3j$.

4) Escreve a matriz transposta da matriz $A(a_{ij})$ quadrada de ordem 3 definida por

$$a_{ij} = \begin{cases} 4i, \text{ se } i = j \\ i + j, \text{ se } i \neq j \end{cases}$$

5) Calcula os elementos da diagonal principal da matriz quadrada de ordem 4 onde $a_{ij} = 4i^2 - 3j + 1$.

6) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 7 & 5 & -3 \end{pmatrix}$, encontra a soma da diagonal principal.

LISTA 1

$a_{31} = 3.3 - 1 + 1 =$

1 - a) 2×3 $\quad a_{ij} = j + 4.i$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

b) 3×3 $\quad a_{ij} = 3i + j + 1$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 \end{pmatrix}$$

c) 4×2 $\quad a_{ij} = 2$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

d) 5×2 $\quad a_{ij} = i.j$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \\ a_{51} & a_{52} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \\ 4 & 8 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

e) 3×3 $\quad a_{ij} = \begin{cases} -2i + j & \text{se } i = j \\ i + j & \text{se } i \neq j \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & 5 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

f) 2×4 $\quad a_{ij} = \begin{cases} 3i & \text{se } i \geq j \\ 5j & \text{se } i < j \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 15 & 20 \\ 6 & 6 & 15 & 20 \end{pmatrix}$$

g) 5×2 $\quad a_{ij} = \begin{cases} i - j + 6 & \text{se } i = j \\ j - i - 6 & \text{se } i \neq j \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \\ a_{51} & a_{52} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 6 \\ \cancel{-8} & -7 \\ -9 & -8 \\ -10 & -9 \end{pmatrix}$$

h) 4×4 $\quad a_{ij} = \begin{cases} 9i & \text{se } i \leq j \\ 8 & \text{se } i > j \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 & 9 \\ 8 & 18 & 18 & 18 \\ 8 & 8 & 27 & 27 \\ 8 & 8 & 8 & 36 \end{pmatrix}$$

2 - a) $a_{23} + a_{12} =$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

b) $a_{11} - a_{31} + a_{32} =$

c) $4\,a_{33} =$

3) 3×2 $\quad a_{ij} = 2i - 3j$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad -A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

4) 3×3 $\quad a_{ij} = \begin{cases} 4i, & \text{se } i = j \\ i + j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 12 \end{pmatrix} \quad A^t = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 12 \end{pmatrix}$$

5) $a_{11} = 2$ $\quad a_{22} = 11$

$a_{33} = 28$ $\quad a_{44} = 53$

LISTA 5

Classifica e resolve os sistemas:

1. $\begin{cases} 2x-y+z=-3 \\ 3x-2y+5z=1 \\ -x+y-2z=0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x-y+z=3 \\ x-2y-z=0 \\ x+y+2z=-3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+3y-6z=2 \\ -2x-y+2z=1 \\ 3x+2y-4z=-1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x-2y+z=4 \\ 2x+3y-2z=-7 \\ 5x+y+5z=9 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x-y+z=4 \\ x-2y-2z=-1 \\ 2x+y+3z=1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x-y+z=3 \\ x+y+z=6 \\ x-y+2z=3 \end{cases}$

7. $\begin{cases} -x+y-z=-1 \\ 2x-y+z=4 \\ x-2y+3z=-3 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=2 \\ -x+y+3z=1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x+2y=6 \\ x+y=3 \end{cases}$

10. $\begin{cases} -3x+y-z=5 \\ -x-2y+z=-3 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} -3x+y-2z=5 \\ -x-2y+z=-3 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 4x+2y=2 \\ 6x+3y=6 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y+z=-1 \\ -x+y+z=1 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-y+3z=9 \\ 3x+3y-2z=3 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+4y=4 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x-y+z=3 \\ x-2y-z=0 \\ 3x-y+2z=1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 2x+3y+5z=10 \\ 4x+7y+9z=12 \\ 6x+11y+13z=15 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x-2y=1 \\ -x+2y=3 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+2y+4z=0 \\ x+y+3z=0 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ x+y-5z=5 \\ -x+3y+2z=3 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ 6x+4y=3 \end{cases}$

I.E. Gen. Flores da Cunha - 2º Grau - Matemática

Nome: Turma: Data:

TESTANDO

1) Sabendo que $A=(a_{ij})_{2\times 2}$, com $a_{ij}=i^2-j^2$ e
1,0 $B=(b_{ij})_{2\times 2}$, com $b_{ij}=i^2+j^2$, determina os elementos c_{12} e c_{21} na matriz C, sendo $C=2A-3B$.

2) Dá os valores de x, y e z de modo que:

1,0 $$\begin{bmatrix} x & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ -2 & y & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & z \end{bmatrix}$$

3) Sendo $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula
1,0 $A.B$.

4) Resolve a seguinte equação:

1,0 $$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5) Resolve, em IR, a equação $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & x & 1 \\ 2 & 1 & x \end{vmatrix} = 11$.
1,0

6) Encontra de determinante de:

a) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

7) Resolve, os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x-3y=13 \\ x+2y=-4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+2y+z=8 \\ 2x-y+z=3 \\ 3x+y-z=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -4x+6y=7 \\ -6x+y=-1 \end{cases}$

3,0

I.E. Gen. Flores da Cunha - 2º Grau - Matemática

Nome: Turma: Data:

TESTANDO

1) Sabendo que $A=(a_{ij})_{2\times 2}$, com $a_{ij}=i^2-j^2$ e $B=(b_{ij})_{2\times 2}$, com $b_{ij}=i^2+j^2$, determina os elementos c_{12} e c_{21} na matriz C, sendo $C=3B-2A$.

2) Dá os valores de x, y e z de modo que:

$$\begin{bmatrix} x & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ -2 & y & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & z \end{bmatrix}$$

3) Sendo $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, calcula $A.B$.

4) Resolve a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5) Resolve, em IR, a equação $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & x & 1 \\ 2 & 1 & x \end{vmatrix} = 11$

6) Encontra o determinante de:

a) $A=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -7 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

7) Resolve, os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} x+5y=-9 \\ 3x-y=5 \end{cases}$ $x=-9-5y$

$3(-9-5y)-y=5$ $-16y=5+27$

$-27-15y-y=5$ $y=\frac{32}{16}$ [illegible]

b) $\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x+y-2z=2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ -2x+y=-1 \end{cases}$

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ $\qquad 2A - 3B = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 15 & 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -21 \\ -9 & -24 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ $\qquad \bullet\ 3B - 2A = \begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 15 & 24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 21 \\ 9 & 24 \end{pmatrix}$ $\quad c_{12} = 21,\ c_{21} = 9$

2) $x - 5 = -7$, $x = -2$ $\qquad 1 + y = 5$, $y = 4$ $\qquad -4 + 0 = z$, $z = -4$ // $\bullet$ $x - 5 = -7$, $x = -2$ $\qquad 1 + y = 5$, $y = 4$ $\qquad -4 + 0 = z$, $z = -4$

3)

		3 / 0	1 / 2
1	−1	3	1−2
0	2	0	4

$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ //

$\bullet$

		3 / 1	0 / 2
1	0	3	0
−1	2	−3+2	4

$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

4)

		x / y
1	2	x+2y
0	1	y

$x + 2y = 2 \Rightarrow x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$

$y = 1$

5) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & x & 1 \\ 2 & 1 & x \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & -2 \\ 3 & x \\ 2 & 1 \end{matrix} = 11$ $\qquad x^2 - 4 - 1 + 6x = 11$

$x^2 + 6x - 16 = 0$

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2} = \dfrac{-6 \pm 10}{2} = \begin{cases} -8 \\ 2 \end{cases}$

6) a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2$ $\qquad \bullet$ a) $\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 2 = -2$

b) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 5 & 0 \\ -2 & 3 \\ 0 & 2 \end{matrix} = -15 - 4 - 40 = -59$ $\qquad \bullet$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -7 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & -7 \\ 0 & -1 \end{matrix} = -28 + 1 + 2 - 8 = -33$

7) a) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$ $\qquad \Delta y = \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -8 - 13 = -21$

$\Delta x = \begin{vmatrix} 13 & -3 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = 26 - 12 = 14$ $\qquad y = \dfrac{-21}{7} = -3$

$x = \dfrac{14}{7} = 2$

a) $\bullet$ $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 15 = -16$

$\Delta x = \begin{vmatrix} -9 & 5 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 9 - 25 = -16$ $\qquad x = \dfrac{-16}{-16} = 1$

$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & -9 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 5 + 27 = 32$ $\qquad y = \dfrac{32}{-16} = -2$

$\bullet$ b) $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix} = 2 + 6 + 6 - (-9 + 1 - 8) = 14 + 16 = 30$

$\Delta x = \begin{vmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 6 & 2 \\ 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{matrix} = 12 + 4 + 6 - (-6 + 6 - 8) = 22 + 8 = 30$

$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 6 \\ 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{matrix} = -4 + 18 + 12 - (18 + 2 - 24) = 26 + 4 = 30$

$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix} = -2 + 12 + 12 - (-18 + 2 + 8) = 22 + 8 = 30$

$x = \dfrac{30}{30} = 1$; $y = \dfrac{30}{30} = 1$; $z = \dfrac{30}{30} = 1$

$\bullet$ c) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 2 = 4$

$\Delta x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 = 2$ $\qquad x = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\Delta y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 + 2 = 0$ $\qquad y = \dfrac{0}{4} = 0$

7b) $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix} = 1 + 6 + 2 - (-3 + 1 - 4) = 9 + 6 = 15$

$\Delta x = \begin{vmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 8 & 2 \\ 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{matrix} = 8 + 4 + 3 - (-2 + 8 - 6) = 15$

$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 8 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{matrix} = -3 + 24 + 4 - (9 + 2 - 16) = 25 + 5 = 30$

$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix} = -2 + 18 + 16 - (-24 + 3 + 8) = 32 + 13 = 45$

$x = \dfrac{15}{15} = 1$ $\qquad y = \dfrac{30}{15} = 2$ $\qquad z = \dfrac{45}{15} = 3$

7c) $\Delta = \begin{vmatrix} -4 & 6 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} = -4 + 36 = 32$ $\qquad \Delta x = \begin{vmatrix} 7 & 6 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 7 + 6 = 13$

$x = 13/32$ $\qquad y = \dfrac{46}{32}$ $\qquad \Delta y = \begin{vmatrix} -4 & 7 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = 4 + 42$

LISTA 6

1. Determina o valor de a e b para que seja INDETERMINADO o sistema:

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 5 \\ 2x + ay + z = 1 \\ 5x - 10y - 7z = b \end{cases}$$

2. Determina o valor de a para que seja IMPOSSIVEL o sistema

$$\begin{cases} 3x + ay = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

3. Determina m, de modo que o sistema seja IMPOSSIVEL:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + my + z = 0 \\ -x + y - z = 4 \end{cases}$$

4. Determina k de modo que o sistema admita uma só solução:

$$\begin{cases} kx + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = 0 \\ x + 2z = 2 \end{cases}$$

5. Determina os valores de m para os quais o sistema tenha apenas uma solução:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 3y + mz = 0 \end{cases}$$

6. Para que valores de a e b é INDETERMINADO o sistema?

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 5 \\ 2x + ay + z = 1 \\ 5x - 10y - 7z = b \end{cases}$$

7. Para que valores de k o sistema admite infinitas soluções

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \end{cases}$$

LISTA 7

1. Calcula a distância entre os pontos :

a) (-3,7) e (5,1) 10
b) (0,0) e (7,0) 7
c) (2,6) e (7,-6) 13
d) (-2,4) e (2,-4) $4\sqrt{5}$
e) (-7,6) e (2,3) $3\sqrt{10}$

2. Calcula a distância entre o ponto A(4,-2) e a origem . $2\sqrt{5}$

3. Calcula o perimetro do trângulo cujos vértices são os pontos A(-1,1) , B(3,-2) e C(0,2). $d_{AB} = 5$ $d_{BC} = 5$ $d_{AC} = \sqrt{2}$ $2p = 10 + \sqrt{2}$

4. Calcula o perimetro do triângulo cujos vértices são os pontos A(1,5) , B(-2,1) e C(4,1). $d_{AB} = 5$ $d_{AC} = 5$ $d_{BC} = 6$ $2p = 16$

5. Determina a natureza dos triângulos cujos vértices são os pontos:

a) A(0,4) , B(-2,1) e C(2,1) $d_{AB} = \sqrt{13}$ $d_{AC} = \sqrt{13}$ $d_{BC} = 4$ isósceles
b) M(5,2) , N(-3,11) e P(-7,1) $d_{MN} = \sqrt{145}$ $d_{MP} = \sqrt{145}$ $d_{NP} = \sqrt{11}$
c) M(2,7) , N(5,3) e P(10,8) $d_{MN} = 5$ $d_{MP} = \sqrt{65}$ $d_{NP} = 5\sqrt{2}$
d) A(-1,2) , B(4,3) e C(2,0) $d_{AB} = \sqrt{26}$ $d_{AC} = \sqrt{13}$ $d_{BC} = \sqrt{13}$

LISTA 4

1 - Sabendo que $a = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ e $b = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

calcula o valor de:

a) $3a - 2b$

b) $a^2 - b + ab$

2 - Resolve as equações :

a) $\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ x+1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 5$

b) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

d) $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 3$

3 - Seja $A = (a_{ij})$ onde $a_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ , se } i < j \\ i+j \text{ se } i = j \\ i-j \text{ se } i > j \end{cases}$

calcula det A.

4 - Seja $A = (a_{ij})$, 2x2 onde $a_{ij} = 3i-3j$.Calcula det2A

5 - Para que det 2A = 36, o valor de a na matriz abaixo

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$ é ....

6 - Calcula o valor de $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2a & 3a \\ a^2 & 4a^2 & 9a^2 \end{vmatrix}$

7 - Sendo $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ calcula:

a) $\det(3A + B) =$

b) $\det(A - B)^t$

c) $\det(B - 2A) =$

d) $\det(A^t + B^t)$

LISTA 5

Classifica e resolve os sistemas:

1. $\begin{cases} 2x-y+z = -3 \\ 3x-2y+5z = 1 \\ -x+y-2z = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x-y+z = 3 \\ x-2y-z = 0 \\ x+y+2z = -3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+3y-6z = 2 \\ -2x-y+2z = 1 \\ 3x+2y-4z = -1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x-2y+z = 4 \\ 2x+3y-2z = -7 \\ 5x+y+5z = 9 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x-y+z = 4 \\ x-2y-2z = -1 \\ 2x+y+3z = 1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x-y+z = 3 \\ x+y+z = 6 \\ x-y+2z = 3 \end{cases}$

7. $\begin{cases} -x+y-z = -1 \\ 2x-y+z = 4 \\ x-2y+3z = -3 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x+y+z = 1 \\ x+2y+3z = 2 \\ -x+y+3z = 1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$

10. $\begin{cases} -3x+y-z = 5 \\ -x-2y+z = -3 \\ 2x+y+z = 0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} -3x+y-2z = 5 \\ -x-2y+z = -3 \\ 2x+y+z = 0 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 6x + 3y = 6 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y+z = -1 \\ -x+y+z = 1 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x+2y-z = 2 \\ 2x-y+3z = 9 \\ 3x+3y-2z = 3 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x-y+z = 3 \\ x-2y-z = 0 \\ 3x-y+2z = 1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 2x+3y+5z = 10 \\ 4x+7y+9z = 12 \\ 6x+11y+13z = 15 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x+y+z = 0 \\ 2x+2y+4z = 0 \\ x+y+3z = 0 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 3x-2y+z = 5 \\ x+y-5z = 5 \\ -x+3y+2z = 3 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 6x + 4y = 3 \end{cases}$

INSTITUTO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA
ENSINO MÉDIO NOTURNO

Disciplina: ______________________ **Prof.**______________________
Bimestre: __________ **Turma:** __________ **Série:** __________ **Data:** ____/____/2001

Aluno(a): ______________________________________ **nº** ______

Avaliação e Estudos de Recuperação Peso 2,0

1) Resolva os sistemas lineares abaixo:

a) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$

2) Determine a e b de modo que o sistema abaixo seja indeterminado

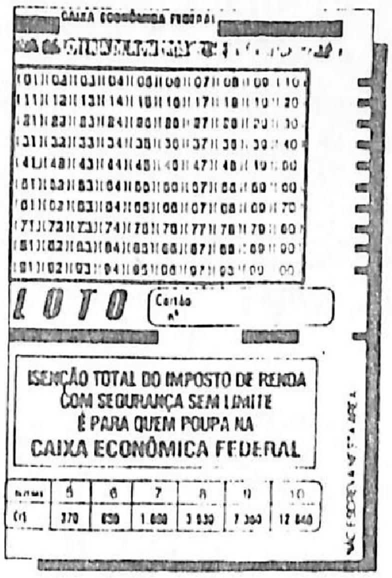
$\begin{cases} 2x + 2y = a \\ 3x + by = 6 \end{cases}$

3) Determine m de modo que seja impossível o sistema

$\begin{cases} x + 2y - 3z = m \\ 3x - y + z = 1 \\ -2x - 4y + 6z = 4 \end{cases}$

Uma matriz do tipo m × n é uma tabela de números dispostos em m linhas e n colunas.

Por exemplo, um volante da Loto é uma matriz 10 × 10. As dezenas estão dispostas em 10 linhas e 10 colunas.



As linhas de uma matriz são numeradas de cima para baixo, e as colunas, da esquerda para a direita. Veja:

$$\begin{array}{r c}
 & \begin{array}{cccc} \text{coluna} & \text{coluna} & \text{coluna} & \text{coluna} \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\
\begin{array}{r} \text{linha 1} \rightarrow \\ \text{linha 2} \rightarrow \\ \text{linha 3} \rightarrow \end{array} & \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 4 & 0 & 3 \\ 6 & -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}$$

1 Convenções

Os sinais [ ] e ( ) são usados como "molduras" das matrizes; as letras maiúsculas são usadas para dar nomes às matrizes; e as letras minúsculas correspondentes representam seus elementos.

Exemplos:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$, matriz 3 × 2 (3 linhas e 2 colunas).

$B = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 7 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, matriz 2 × 3 (2 linhas e 3 colunas).

$C = [5 \quad 3 \quad 8]$, matriz 1 × 3 (1 linha e 3 colunas)

$D = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$, matriz 4 × 1 (4 linhas e 1 coluna).

$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{pmatrix}$, matriz 3 × 3 (3 linhas e 3 colunas).

F = [−4 … × 1 (1 linha e 1 coluna).

... a_{ij} representa o elemento da matriz A, que se encontra na linha i e na coluna j.

$$\text{linha} \longrightarrow a_{ij} \longleftarrow \text{coluna}$$

Por exemplo, na matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 10 & 12 \\ 15 & 18 \end{bmatrix}$ (3×2)

o símbolo a_{32} representa o elemento que se encontra na linha 3 e na coluna 2, que é o 18. Podemos escrever então:

$$a_{11} = 5 \qquad a_{12} = 6$$
$$a_{21} = 10 \qquad a_{22} = 12$$
$$a_{31} = 15 \qquad a_{32} = 18$$

Generalizando, uma matriz A do tipo $m \times n$ pode ser representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ou, de uma forma mais sintética, por:

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

$$i \in \mathbb{N} \text{ e } 1 \leq i \leq m$$
$$j \in \mathbb{N} \text{ e } 1 \leq j \leq n$$

2 Tipos de matriz

Estudaremos agora alguns tipos especiais de matrizes.

Matriz linha

Chama-se matriz linha a matriz que só tem uma linha.

Exemplo:

$$A = [3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7] \quad (1 \times 5)$$

Matriz coluna

Chama-se matriz coluna a matriz que só tem uma coluna.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (3 \times 1)$$

Matriz quadrada

Uma matriz do tipo $m \times n$ é quadrada quando $m = n$, isto é, quando o número de linhas é igual ao número de colunas.

Quando se diz que uma matriz A é quadrada de ordem n, devemos entender que é do tipo $n \times n$.

Exemplos:

$A = [-3]$ matriz quadrada de ordem 1 (1×1)

$B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ matriz quadrada de ordem 2 (2×2)

$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & -6 \\ -5 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ matriz quadrada de ordem 3 (3×3)

Os elementos $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \ldots, a_{nn}$ de uma matriz A quadrada de ordem n, pertencem à **diagonal principal**:

$$[5] \quad \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 4 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \\ -7 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

Nos elementos a_{ij} da diagonal principal o número da linha é igual ao número da coluna, isto é, $i = j$.

A diagonal perpendicular à diagonal principal é a **diagonal secundária**:

$$[5] \quad \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 4 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \\ -7 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

Nos elementos a_{ij} da diagonal secundária ocorre que $i + j = n + 1$.

Matriz diagonal

Uma matriz quadrada $A = (a_{ij})_{n \times n}$ é uma **matriz diagonal** se todos os elementos que não pertencem à diagonal principal são iguais a zero, isto é, $a_{ij} = 0$ se $i \neq j$.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Matriz unidade

É toda matriz diagonal em que os elementos da diagonal principal são todos iguais a 1. A matriz unidade de ordem n é indicada pelo símbolo I_n.

Exemplos:

$I_1 = [1]$, $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ etc.

Obs.: A matriz unidade também é chamada de matriz identidade.

	1	X	2		D	T
1	X Bolívia		Paraguai	1		
2	Venezuela		Argentina	2		
3	Colombia		Peru	3		
4	Benfica/PORT		Sporting/PORT	4		
5	Porto/PORT		Braga/PORT	5		
6	7 de Setembro/PE		Sta. Cruz/PE	6		
7	Nautico/PE		Sport/PE	7		
8	Ferroviaria/SP		Botafogo/SP	8		
9	S. Bento/SP		Palmeiras/SP	9		
10	XV Nov. Pir./SP		Guarani/SP	10		
11	Noroeste/SP		Corintians/SP	11		
12	Ponte Preta/SP		Marília/SP	12		
13	P. Desportos/SP		S. Paulo/SP	13		

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL

26 DE MAIO
DIA DO
REVENDEDOR LOTÉRICO

Teste **754** 25 e 26.05.85 Cartão nº

Nº de apostas **150** = Cr$

NÃO ESCREVA NESTA ÁREA

Exercícios

6. Considere $A = (a_{ij})_{3\times3}$, tal que $a_{ij} = i + j$.

a. Quais são os elementos da diagonal principal?

b. Quais são os elementos da diagonal secundária?

Resolução:

a. A matriz é de ordem 3. Logo, os elementos da diagonal principal são a_{11}, a_{22}, a_{33}.

$a_{11} = 1 + 1 = 2$
$a_{22} = 2 + 2 = 4$
$a_{33} = 3 + 3 = 6$

$$\begin{bmatrix} 2 & & \\ & 4 & \\ & & 6 \end{bmatrix}$$

b. Os elementos da diagonal são a_{13}, a_{22} e a_{31}.

$a_{13} = 1 + 3 = 4$
$a_{22} = 2 + 2 = 4$
$a_{31} = 3 + 1 = 4$

$$\begin{bmatrix} & & 4 \\ & 4 & \\ 4 & & \end{bmatrix}$$

7. Em cada caso, obtenha os elementos da diagonal principal e os da diagonal secundária.

a. $A = (a_{ij})_{2\times2}$ $\quad a_{ij} = 6i - 3j$

b. $A = (a_{ij})_{3\times3}$ $\quad a_{ij} = i^j$

c. $A = (a_{ij})_{4\times4}$ $\quad a_{ij} = \dfrac{i + j}{5}$

8. Calcule x e y, sabendo que a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & x + y \\ x - y - 2 & 8 \end{bmatrix} \text{ é diagonal.}$$

Resolução:

Devemos ter $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$

Resolvendo o sistema, encontramos $x = 1$ e $y = -1$.

9. Calcule x e y, sabendo que a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 3x - 2y - 8 \\ x + 2y & 9 \end{bmatrix} \text{ é diagonal.}$$

10. Calcule x e y, sabendo que a matriz

$$A = \begin{bmatrix} x + y & 0 \\ 0 & 3x - y - 2 \end{bmatrix} \text{ é a matriz unidade de ordem 2.}$$

Matriz nula

Uma matriz A do tipo m × n é nula quando todos os seus elementos são iguais a zero.

Exemplos:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz transposta

Dada uma matriz A do tipo m × n, a **matriz transposta de A**, que indicamos por A^t, é a matriz do tipo n × m, cujas colunas são as linhas de A na ordem dada.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

11. Calcule os valores x e y, sabendo que a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & x+2 & 0 \\ 0 & 0 & y-5 \end{bmatrix} \text{ é nula:}$$

Resolução:
Para que a matriz seja nula, devemos ter $x + 2 = 0$ e $y - 5 = 0$. Logo: $\boxed{x = -2}$ e $\boxed{y = 5}$

c. $A = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ -10 & 7 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

12. Calcule x e y, sabendo que a matriz A é nula:

a. $A = \begin{bmatrix} 2x+8 & 0 \\ 0 & 8-y \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 0 & x^2-4 \\ 0 & 0 \\ y^2-9 & 0 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} x+y-5 & 0 \\ 0 & xy-4 \end{bmatrix}$

e. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

f. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -7 \\ -2 & 0 & -8 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$

g. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & \sqrt{3} \\ 4 & 2 & 5 \\ \sqrt{3} & 5 & 3 \end{bmatrix}$

13. Obtenha, em cada caso, a matriz A^t.

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 6 \\ 0 & 8 & 4 \\ -1 & 7 & 9 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 7 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 4 \end{bmatrix}$

h. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 81 \end{bmatrix}$

i. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$

j. $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

Matriz oposta

A **matriz oposta** de A, que indicamos por $-A$, é aquela em que o elemento que está na linha i e na coluna j é o oposto do elemento que está na linha i e na coluna j de A.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \longrightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Exercícios

14. Obtenha, em cada caso, a matriz $-A$:

a. $A = \begin{bmatrix} -7 & 8 & -5 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 4 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e. $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 & -8 \end{bmatrix}$

15. Calcule x e y, sabendo que $B = -A$:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -x \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} y & 4 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$$

2. a) 4 x 3
b) $a_{22} = -1$; $a_{13} = 27$; $a_{31} = -1$; $a_{23} = 4$;
$a_{41} = 0$; $a_{13} = 0$

3. a)

	1	2	3
1	x		
2	x		x
3		x	
4			x
5	x	x	x
6		x	
7			x
8	x	x	
9	x		
10	x		
11		x	
12		x	x
13	x		

b) 3 c) 1

4. Resolvido

5. a) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

b) $[0 \quad -1 \quad -2 \quad -3]$

c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

e) $[0]$

f. $\begin{bmatrix} 2 & 9 & 64 \\ 3 & 16 & 125 \\ 4 & 25 & 216 \end{bmatrix}$

g) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

h) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

i) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

j) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

l) $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

m) $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

n) $A = [1 \quad 2 \quad 3]$

o) $A = [3]$

6. Resolvido

7. a) Diagonal principal: $a_{11} = 3$, $a_{22} = 8$
Diagonal secundária: $a_{12} = 0$, $a_{21} = 8$

b) Diagonal principal: $a_{11} = 1$, $a_{22} = 4$, $a_{33} = 27$
Diagonal secundária: $a_{13} = 1$, $a_{22} = 4$, $a_{31} = 3$

c) Diagonal principal: $a_{11} = \frac{2}{5}$, $a_{22} = \frac{4}{5}$
$a_{33} = \frac{6}{5}$; $a_{44} = \frac{8}{5}$
Diagonal secundária: $a_{14} = 1$, $a_{23} = 1$, $a_{32} = 1$, $a_{41} = 1$

8. Resolvido

9. $x = 2$, $y = -1$

10. $x = 1$, $y = 0$

11. Resolvido

12. a) $x = -4$, $y = 8$
b) $x = \pm 2$, $y = \pm 3$
c) $x = 1$ e $y = 4$ ou $x = 4$ e $y = 1$

13. a) $A^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -5 & 8 & 7 \\ 6 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

b) $A^t = \begin{bmatrix} 7 & -1 & \frac{1}{3} \\ \sqrt{2} & 0 & 4 \end{bmatrix}$

c) $A^t = \begin{bmatrix} 7 & -10 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}$

d) $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e) $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

f) $A^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 7 \\ 2 & 0 & 8 \\ -7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$

g) $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 & \sqrt{3} \\ 4 & 2 & 5 \\ \sqrt{3} & 5 & 3 \end{bmatrix}$

h) $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \\ 1 & 16 & 81 \end{bmatrix}$

i) $A^t = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}$

j) $A^t = [1 \quad 1 \quad 2 \quad 3]$

14. a) $-A = [7 \quad -8 \quad 5]$

b) $-A = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$

c) $-A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

d) $-A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

e) $-A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 & -3 \\ -2 & -4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$

15. $x = 4$, $y = -2$

3 Igualdade de Matrizes

Dizemos que duas matrizes A e B – ambas do tipo $m \times n$ – são iguais ($A = B$) se os elementos que ocupam posições iguais são iguais.

$$\boxed{A = B \leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}}$$

Exercícios

1. Sabendo que $A = B$, calcule x e y, em cada um dos casos:

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & x \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} y+1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

Resolução:
Devemos ter $\begin{cases} y + 1 = 3 \rightarrow \boxed{y = 2} \\ \boxed{x = 5} \end{cases}$

b. $A = \begin{bmatrix} x+3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ e

$B = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 2 \\ 0 & 2y-6 & 7 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} -x+5 \\ 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 12 \\ 4-y \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} x+y & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ x+5y & 9 \end{bmatrix}$

e. $A = \begin{bmatrix} 2x+3y & 8 \\ x-4y & 7 \end{bmatrix}$ e

$B = \begin{bmatrix} 11 & z+w \\ -11 & 2z-w \end{bmatrix}$

4 Operações com matrizes

Adição

Dadas duas matrizes A e B – ambas do tipo $m \times n$ – a soma de A com B resulta na matriz C, do tipo $m \times n$. Nessa nova matriz, o elemento que se encontra na linha i e na coluna j é a soma dos elementos de A e B que se encontram na linha i e na coluna j.

Exemplo:

Se $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 7 \\ 9 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$$C = A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 8 & 7 \\ 9 & 3 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2+3 & 3+8 & 4+7 \\ 5+9 & 6+3 & 7+2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 11 & 11 \\ 14 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

1. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ +7 & -10 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & -8 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -9 & 1 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

efetue:

a. A + B
b. B + A
c. A + C
d. C + A
e B + C
f. A + D
g. B + D
h. A + (–A)
i. B + (–B)
j. (–C) + C
l. A + (B + C)
m. (A + B) + C
n. $(A + B)^t$
o. $A^t + B^t$

2. Considerando as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 2 & -6 \\ -9 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

efetue as operações:

a. A + B
b. B + A
c. A + C
d. C + A
e. B + C
f. A + D
g. B + D
h. A + (–A)
i. B + (–B)
j. (–C) + C
l. A + (B + C)
m. (A + B) + C
n. $(A + B)^t$
o. $A^t + B^t$.

Subtração

Dadas duas matrizes A e B do tipo m × n, subtrair B de A é o mesmo que somar à matriz A a matriz oposta de B. Simbolicamente, temos:

$$\boxed{A - B = A + (-B)}$$

Exemplo:

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 1 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A - B = A + (-B) = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ -7 & -4 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & 5 & 4 \\ -3 & -4 & 11 \end{bmatrix}$$

Exercícios

3. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -3 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

e $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 0 \end{bmatrix}$, efetue as seguintes operações:

a. A − B
b. B − A
c. A − C
d. C − A
e. B − C
f. C − B
g. (A + B) − (A + C)
h. (A − B) − (A + C)

4. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \\ 3 & 9 & 27 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{e } C = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

encontre a matriz X, tal que:

a. X + A = B

Resolução:
Para resolver esta questão, devemos proceder como se estivéssemos resolvendo uma equação do primeiro grau. Assim, somamos aos dois membros da igualdade a matriz −A:

$$X + A = B$$
$$X + A + (-A) = B + (-A)$$
$$X + [A + (-A)] = B + (-A)$$
$$X + 0 = B + (-A)$$
$$X = B + (-A)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & -4 & -8 \\ -3 & -9 & -27 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & -3 & -8 \\ -1 & -7 & -26 \end{bmatrix}$$

b. X + C = A
c. X + B = A
d. X + C = B
e. X + B = C

Multiplicação de um número real por uma matriz

Seja p um número real e A uma matriz do tipo m × n. O produto do número p pela matriz A é a matriz B, formada pelos elementos de A multiplicados por p.

Exemplo:

$$\text{Seja } A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad p = 3$$

$$B = p \cdot A = 3 \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ 3 & 6 \\ 21 & 9 \end{bmatrix}$$

Exercícios

5. Efetue em cada um dos casos a multiplicação de p por A:

a. $p = -2$ e $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 6 \end{bmatrix}$

b. $p = \frac{1}{2}$ e $A = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 8 & -10 \\ 12 & -14 \end{bmatrix}$

c. $p = \sqrt{2}$ e $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$

6. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},$$

calcule:

a. 2A
b. 3B
c. 2A + 3B − C
d. A − 2B + 5C

44

7. Dadas as matrizes

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$,

$C = \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ -15 & 20 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 0 & 15 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$,

encontre a matriz X, tal que:

a. $3X - A = 0$

Resolução:
Somando A aos dois membros, obtemos:

$3X - A = 0$
$3X - A + A = 0 + A$
$3X + 0 = A$
$3X = A$
$X = \frac{1}{3}A$

$$X = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

b. $2X + B = 0$

c. $\frac{1}{3}X + D = B$

d. $5X - C = D$

Respostas dos exercícios

3. Igualdade de matrizes

1. a) Resolvido
b) $x = 7$, $y = 3$
c) $x = -7$, $y = 0$
d) $x = 2$, $y = 1$
e) $x = 1$, $y = 3$, $z = 5$, $w = 3$

4. Operações com matrizes

1. a) $A + B = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

b) $B + A = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

c) $A + C = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 16 \end{bmatrix}$

d) $C + A = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 16 \end{bmatrix}$

e) $B + C = \begin{bmatrix} -6 & 8 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

f) $A + D = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 10 \end{bmatrix}$

g) $B + D = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$

h) $A + (-A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

i) $B + (-B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

j) $(-C) + C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

l) $A + (B + C) = \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

m) $(A + B) + C = \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

n) $(A + B)^t = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$

o) $A^t + B^t = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$

2. a) $A + B = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 5 & -2 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$

b) $B + A = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 5 & -2 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$

c) $A + C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

d) $C + A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

e) $B + C = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 1 & -6 \\ -7 & -1 \end{bmatrix}$

f) $A + D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

g) $B + D = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 2 & -0 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}$

h) $A + (-A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

i) $B + (-B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

j) $(-C) + C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

l) $A + (B + C) = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

m) $(A + B) + C = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

n) $(A + B)^t = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -4 \\ -1 & -2 & 7 \end{bmatrix}$

o) $A^t + B^t = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -4 \\ -1 & -2 & 7 \end{bmatrix}$

3. a) $A - B = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 8 \\ -3 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

b) $B - A = \begin{bmatrix} -7 & -1 & -8 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

c) $A - C = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 \\ -3 & -7 & -3 \end{bmatrix}$

d) $C - A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & -4 \\ 3 & 7 & 3 \end{bmatrix}$

e) $B - C = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -4 \\ 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$

f) $C - B = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

g) $(A + B) - (A + C) = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -4 \\ 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$

h) $(A - B) - (A + C) = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -2 \\ 0 & -9 & 0 \end{bmatrix}$

4. a) Resolvido

b) $X = \begin{bmatrix} -8 & -7 & -6 \\ -4 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & 26 \end{bmatrix}$

c) $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 8 \\ 1 & 7 & 26 \end{bmatrix}$

d) $X = \begin{bmatrix} -8 & -8 & -7 \\ -4 & -4 & -4 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

e) $X = \begin{bmatrix} 8 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. a) $\begin{bmatrix} 10 & -4 & 0 \\ 4 & 2 & -12 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ \sqrt{2} & -2 \end{bmatrix}$

6. a) $2A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

b) $3B = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ 12 & -3 \end{bmatrix}$

c) $2A + 3B - C = \begin{bmatrix} 7 & -11 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$

d) $A - 2B + 5C = \begin{bmatrix} 2 & 16 \\ 7 & 23 \end{bmatrix}$

7. a) Resolvido

b) $X = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

c) $X = \begin{bmatrix} 12 & -63 \\ -39 & 6 \end{bmatrix}$

d) $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

Nule.

a) $\begin{pmatrix} 0 & x+2 & 0 \\ 0 & 0 & y-5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2x+8 & 0 \\ 0 & 8-y \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & x^2-4 \\ 0 & 0 \\ y^2-9 & 0 \end{pmatrix}$

Diagonal

a) $\begin{pmatrix} 2 & x+1 \\ 2y+4 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 6 & 2x+10 \\ y+x & 4 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 2x+y \\ y-4 & 3 \end{pmatrix}$

Identidade.

a) $\begin{pmatrix} x+y & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2x+4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2x-8 & 0 \\ 0 & y-3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & y-8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2x-y \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ identidade

b) $\begin{pmatrix} x-4 & 0 \\ y+3 & 1 \end{pmatrix}$ identidade

c) $\begin{pmatrix} 6 & 2y-12 \\ 3x & 5 \end{pmatrix}$ diagonal

d) $\begin{pmatrix} 2x+8 & 0 \\ 0 & 8-y \end{pmatrix}$ nule

e) $\begin{pmatrix} 5x-15 & 0 \\ 0 & 2y-6 \end{pmatrix}$ nule

f) $\begin{pmatrix} 5 & 6x+6 \\ 3y-9 & -3 \end{pmatrix}$ diagonal

g) $\begin{pmatrix} 3y-9 & 0 \\ 0 & 6x+6 \end{pmatrix}$ identidade