

## INTRODUÇÃO À GEOMETRIA

Geometria é o estudo do espaço. Há diversos modos de encerrar o espaço e daí as diversas geometrias.

As geometrias mais relacionadas com as experiências das crianças são: a topologia, a geometria projetiva e a geometria euclidiana.

Cada geometria estuda as propriedades das figuras que se mantêm invariáveis por determinada transformação. Por exemplo, a geometria euclidiana estuda as transformações rígidas: rotações, simetrias, translações. Nas transformações rígidas, são mantidas a forma da figura, os ângulos, a área, etc.

Atualmente, o estudo da geometria é iniciado pela geometria euclidiana. Historicamente falando, foi assim que a geometria iniciou o seu desenvolvimento. A geometria euclidiana foi estudada pelos gregos há 2000 anos e tem sido, até recentemente, a base da geometria ensinada nas escolas.

Atualmente, a geometria é introduzida atualmente na infância das escolas, está estruturada na perspectiva de que a primeira concepção do espaço, na infância, é euclidiana. Piaget explicou que esta concepção é incorreta. Sua afirmação baseia-se em pesquisas realizadas por ele e seus colaboradores em Genebra e confirmadas por outros, e em estudos realizados por Adrien Pinard e Pauline Laurendeau na Universidade de Montreal (Canadá), com cerca de 700 crianças entre 2 anos e meio a 10 anos. A análise estatística dos resultados destas pesquisas demonstrou que: no período de dois a três anos até seis a sete anos, as relações topológicas (de vizinhança, de fronteira, interior e exterior, etc) predominam sobre as transformações projetivas (sistemas de perspectivas) e as euclidianas (as distâncias, os ângulos, etc.).

Aos quatro anos ou cinco anos, o espaço projetivo e o espaço euclidiano começam a esboçar-se sobre a tela do fundo do espaço topológico. O projetivo e o euclidiano estão presentes nesta fase apenas como um esboço imperfeito.

Piaget resume: "Não antes que tenha decorrido um tempo considerável - após o domínio das relações topológicas, é que a criança desenvolve noções de geometria euclidiana e projetiva."

Encontramos nestas pesquisas a justificativa para oportunizar a exploração do espaço pelas crianças pequenas, iniciando por atividades e jogos de natureza topológica.

## TOPOLOGIA

A topologia, como um ramo de matemática, é relativamente pouco conhecida e é ensinada até o ensino médio.

A topologia estuda as propriedades que são invariantes sob transformações elásticas. Na topologia, as figuras não são consideradas como rígidas ou fixas na forma. Elas podem ser esticadas ou comprimidas de modo que assumam uma forma diferente; por isso a topologia tem o apelido de "geometria da borracha".

Vamos fazer alguns experimentos com materiais para termos exemplos de transformações topológicas.

FICHA 1 -

### Determinação de partes de um espaço

- a - Pense nas diversas maneiras de determinar porções de espaço. A superfície interior das paredes da sala, a superfície do piso e do teto delimitam, por exemplo, o espaço que está no interior da própria sala. Igualmente, a superfície de sua pele delimita um espaço que é aquele que seu corpo ocupa.
- b - DE, agora, outras maneiras de determinar porções de espaço.

### Fronteiras

Porções de espaço são separadas de outras porções de espaço por fronteiras. Essas fronteiras chamam-se superfície. A superfície exterior de um ovo separa o espaço ocupado pelo ovo do resto do espaço.

#### A Fronteira de uma porção de espaço é uma superfície:

Se tivermos, por exemplo, a superfície de uma bola e quisermos limitar uma parte dessa superfície, precisamos desenhar uma linha.

#### A Fronteira de uma porção de superfície é uma linha:

Vamos considerar uma linha que seja uma fronteira. Se a percorrermos com um lápis sem levantá-lo, voltaremos ao ponto de partida? (não é permitido voltar pelo caminho já percorrido). Se a resposta for afirmativa, esta linha é chamada fechada e a porção da superfície limitada pela fronteira é chamada de região.

FICHA 2 -

Tome um pedaço de borracha plana e desenha nele nitidamente um quadrado.

Peça a um dos colegas que segure duas pontas da borracha e realize as seguintes tarefas:

- a - Estique a borracha, tanto quanto puder, em todas as direções sem rasgá-la.
- b - Peça a um terceiro colega que descoe algumas das figuras obtidas ao esticar-se mais ou menos a borracha. (No estudo da topologia, podemos modifi-

em um círculo e o tamanho de qualquer figura).

- a - Observe os cantos do quadrado. Estique o quadrado e veja se você pode fazer variar a forma desses cantos.
- b - Observe a fronteira durante o esticamento. Mantém-se "contínua" ou aparece uma interrupção na linha, quando a esticamos?

#### FICHA 3 -

Sobre a tira de borracha trace uma linha reta. Estique a borracha de várias maneiras e observe que modificações ocorreram.

Com a borracha não deformada, marque um ponto no meio da linha reta. O que acontece com este ponto, quando a borracha é esticada? Repita esta experiência várias vezes, esticando a borracha de vários modos.

Trace uma linha reta paralela à linha anterior. Deformando a borracha, é certo que as linhas continuarão paralelas?

#### FICHA 4 -

Tome um elástico e marque alguns pontos alinhados sobre ele.

Estique-o e após encurtá-lo, desenhe-o.

Observe: os pontos vizinhos continuam vizinhos? Os pontos não vizinhos permanecem vizinhos?

#### FICHA 5 -

Tome outra vez a tira de borracha e desenhe agora uma outra figura cuja fronteira seja fechada:

- a - Desenhe um ponto preto no interior da figura e um ponto vermelho no exterior.
- b - Deforme a borracha de todas as maneiras possíveis (sem dobrá-la) e procure fazer com que o ponto preto apareça no exterior da figura.
- c - Tente mais uma vez, procurando fazer com que o ponto vermelho apareça no interior da figura.
- d - Você pode ligar o ponto preto ao ponto vermelho sem atravessar a fronteira mesmo que seja por meio de uma linha muito complicada?
- e - A linha que liga os dois pontos corta a fronteira?

#### FICHA 6 -

Já sabemos que em topologia podemos modificar a forma de uma figura, sem que isso importe a natureza da figura que definimos como "fronteira fechada", porque, por meio de deformações, podemos obter formas diversas, assim sendo, po-



FICHE 170

Sabemos que para determinadas regiões é necessário traçar linhas fechadas (fronteiras)

1. Quantas fronteiras são necessárias para dividir o plano em duas regiões?
2. Se quisermos dividir o plano em 4 regiões, quantas fronteiras devemos usar?

Ex. - Vamos agora trabalhar somente com fronteiras que não se cruzam.

3. Completar:

Para determinar n regiões, preciso de \_\_\_\_\_ fronteiras.

1	1	2	1	1	1	1
2	2	3	2	2	2	2
3	3	4	3	3	3	3
4	4	5	4	4	4	4
5	5	10	5	5	5	5

Podemos determinar uma regra para qualquer número de fronteiras?