I. E. Gen. Flores da Cunha - 2.º Grau - Noturno - Matemática - 1993

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Calcula a AL e V de um prisma quadrangular regular cuja base está inscrita num círculo de raio igual a $5\sqrt{2}$ cm e a altura medindo o dobro da medida da aresta da base.

2. Calcula a AT e V de um prisma triangular regular cujo apótema mede $2\sqrt{3}$ cm e altura mede 8 cm.

3. Calcula AL e AT de um prisma hexagonal regular cuja base está inscrita num círculo de raio igual a 8 cm e a aresta lateral mede 12 cm.

4. Calcula AL, AT e V de um prisma quadrangular regular cujo apótema da base mede 4 cm e a altura mede $\frac{3}{4}$ da medida da aresta da base.

5. Calcula AT e V de um prisma triangular regular cuja base está inscrita em um círculo de raio igual a $6\sqrt{3}$ cm e a altura mede a metade da medida da aresta da base.

6. Calcula a AT e V de um prisma quadrangular regular, sabendo que a área lateral é 140 cm² e o perímetro da base mede 20 cm.

7. Completa o quadro:

Prisma Regular	Aresta da base (cm)	altura (cm)	Ab (cm²)	AL (cm²)	AT (cm²	V cm³
Triangular						
Quadrangular						
Hexagonal						
Triangular						
Quadrangular						
Hexagonal						

I. E. Gen. Flores da Cunha - 2º Grau - Matemática - Noturno - 1993
Nome: Turma: Data:

RECUPERAÇÃO TERAPÊUTICA - 2ª

1. A diagonal de um retângulo mede 10 cm e um dos seus lados, 8 cm. Calcula a área desse retângulo

2. Calcula o perímetro e a área de um triângulo eqüilátero cuja altura mede $2\sqrt{3}$ cm.

3. O apótema de um hexágono regular mede $3\sqrt{3}$ cm. Calcula a medida do lado, do perímetro e da área do hexágono

4. Qual a razão existente entre o apótema de um quadrado e o apótema de um triângulo eqüilátero se ambos possuem lados iguais?

5. Calcula a área total do prisma hexagonal regular, sabendo que sua altura mede $3\sqrt{3}$ cm e que a aresta da base mede 4 cm.

6. Sabendo que a área da base de um prisma quadrangular mede 81 cm² e que sua altura mede 15 cm, determina a área total e o volume.

7. Calcula o volume de um prisma triangular cuja área da base é $13\sqrt{3}$ cm² e a altura mede o dobro da aresta da base.

8. Dois cones de mesma base tem, respectivamente, 18 cm e 6 cm de altura. Calcula a razão entre o volume do mais alto e o volume do mais baixo.

9. A área total de um cilindro reto de revolução é 168π cm², seu raio é 9 cm. Calcula sua área lateral.

10. Num cilindro eqüilátero a secção meridiana tem área de 400 cm². Calcula seu volume.

11. A área da secção meridiana de um cone circular reto mede $36\sqrt{3}$ cm², sua altura mede $4\sqrt{3}$ cm, calcula seu raio e sua geratriz.

12. Calcula a medida do raio da base de um cone reto que tem 2 cm de altura e que seu volume é de 8π cm³

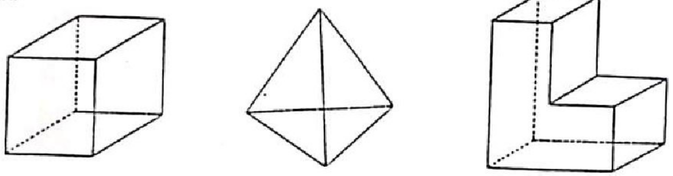
I.E. NOME: Nº TURMA:

GEOMETRIA ESPACIAL.

POLIEDROS.

1) Definição: São sólidos limitados por faces planas e poligonais.

Ex:



2)Elementos: a) FACES : São os polígonos que compõem a sua superfície.

b) ARESTAS: São os lados de cada um dos polígonos.

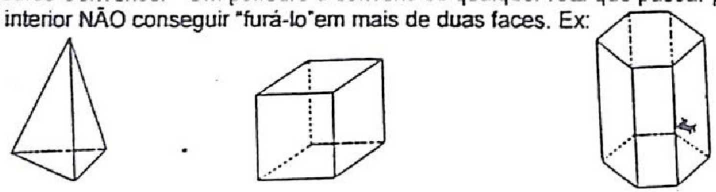
c) VÉRTICES: São os vértices de cada um dos polígonos.

OBS: --~~Cada aresta do poliedro pertence a duas faces.~~

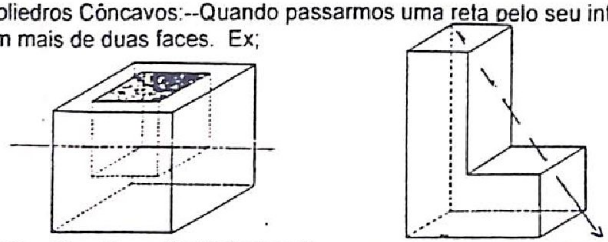
--Cada aresta do poliedro parte de dois vértices.

POLIEDROS CONVEXOS E CÔNCAVOS.

Poliedros Convexos:-- Um poliedro é convexo se qualquer reta que passar pelo seu interior NÃO conseguir "furá-lo"em mais de duas faces. Ex:



Poliedros Côncavos:--Quando passarmos uma reta pelo seu interior e ela furá-la em mais de duas faces. Ex;



3)Classificação: --Os Poliedros Convexos possuem nomes especiais de acordo com o número de faces , exemplos :

Nome	Faces	Vértices	Arestas	
TETRAEDRO	4	4	6	Faces Triangulares
HEXAEDRO	6	8	12	Faces Quadrangulares.
OCTAEDRO	8	6	12	Faces Triangulares.
DODECAEDRO	12	20	30	Faces Pentagonais.
ICOSAEDRO	20	12	30	Faces Triangulares.

RELAÇÃO DE EULER.

Em todo poliedro convexo, o número de vértices mais o número de faces é igual ao número de arestas mais dois.

$$\boxed{V + F = A + 2}$$

Exemplos:

1) Num poliedro convexo , o número de faces é 10 e o número de arestas é 16.
Qual é o número de vértices desse poliedro ?

V = ? F = 10 A = 16

$V + F = A + 2$ $V + 10 = 16 + 2$ $V = 8$ O poliedro possui 8 vértices.

2) Um poliedro convexo possui 4 faces triangulares e 3 faces hexagonais. Determine número de arestas e de vértices desse poliedro.

Número de arestas:
4 faces triangulares $\Rightarrow$ $4 \times 3 = 12$ arestas
3 faces hexagonais $\Rightarrow$ $3 \times 6 = 18$ arestas
30 arestas

Como uma aresta é comum a 2 faces então ela foi contada 2 vezes.

Logo, $2A = 30$ $A = 15$ $F = 4 + 3 = 7$

$V + F = A + 2$ $V + 7 = 15 + 2$ $V = 10$

Respostas: O poliedro possui 15 arestas e 10 vértices.

EXERCÍCIOS:

1) Em um poliedro convexo, o número de vértices é 8 e o número de arestas é 12. Determine o número de faces.
2) Um poliedro convexo tem 10 faces, todas quadrangulares. Determine seu nº de vértice
3) Calcule o número de vértices de um poliedro convexo que tem 8 faces triangulares.
4) Um poliedro convexo tem 8 faces quadrangulares e 2 hexagonais. Calcule o nº vértice
5) Em um poliedro convexo, o número de vértices é igual ao número de faces. Determine número de vértices, sabendo que esse polígono tem 10 arestas.
6) Determine o número de vértices de um poliedro convexo que possui 8 faces e 14 arestas.
7) Quantas faces possui um poliedro convexo de 12 vértices e 20 arestas?
8) Determine o nº de arestas de um poliedro convexo de 6 vértices e 8 faces.
9) Determine o nº de vértices de um poliedro convexo, sabendo-se que o nº de arestas excede o número de faces em 4 unidades.
10)Num poliedro convexo , o número de arestas excede o nº de vértices em 8 unidades. Determine o número de faces desse poliedro.
11)Um poliedro convexo possui 2 faces triangulares e 3 faces quadrangulares. Determine número de arestas e de vértices desse poliedro.
12)Determine o número de vértices de um poliedro convexo que possui 3 faces triangulares, 1 face pentagonal e 2 faces quadrangulares.
13)Um poliedro convexo apresenta 3 faces quadrangulares, 2 faces hexagonais e 4 faces triangulares. Quantos vértices tem esse poliedro?
14)(MACK-SP) Um poliedro convexo tem 3 faces triangulares, 4 quadrangulares e 5 pentagonais. O número de vértices desse poliedro é :
15)(FAAP-SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o nº de vértices em 6 unidades. Calcule o número de FACES desse poliedro.
16)Quantos vértices tem um poliedro convexo com 3 faces triangulares, 1 face pentagona e 2 faces hexagonais?

RESPOSTAS : 1) 6 2) 12 3) 6 4) 14 5) 6 6) 8 7) 10 8) 12
9) 6 10) 10 11) 9 e 6 12) 7 13) 11 14) 15 15) 8 16) 9

Mal III . Edizan   Felipe   MAT III . Profs: Elza

Cilindro - Cone - Esfera

EXERCÍCIOS

(1) Dado um cilindro reto de altura $h = 10$ cm e raio da base 4 cm, calcule:
a) a área da base;   b) a área lateral;   c) a área total.

(2) Determine a área total e o volume de um cilindro reto de altura 3 m e diâmetro da base 2 m.

(3) Calcule a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cilindro eqüilátero ($h = 2r$) cujo raio da base é igual a 5 dm.

(4) Se a área da base de um cilindro reto é $S_B = 36\pi$ cm², calcule o raio da base desse cilindro.

(5) Um cilindro eqüilátero tem área da base $S_B = 25\pi$ cm². Calcule o seu volume.

(6) Calcule a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cone reto de altura 12 cm e o raio da base 5 cm.

(7) Determine a área total e o volume de um cone reto de geratriz igual a 15 m e altura igual a 9 m.

(8) Determine o volume de um cone eqüilátero cuja geratriz mede 8 cm.

(9) Calcule a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cone eqüilátero cujo raio da base é igual a 10 cm.

(10) A área da base de um cone eqüilátero é igual a 16π cm². Determine a área total e o volume desse cone.

(11) Calcule o volume de um cone reto de raio da base 3 cm e cuja área lateral é igual a 15π cm².

(12) Calcule o volume de uma esfera de raio 2 cm.

(13) Determine o volume e a área de uma superfície esférica cujo raio da esfera mede 3 m.

(14) A área de uma superfície esférica mede 314 cm². Quanto mede o volume dessa esfera?

Respostas:

(1) $S_b = 16\pi cm^2$; $S_L = 80\pi cm^2$, $S_t = 112 cm^2$
(2) $S_t = 8\pi m^2$; $V = 3\pi m^3$
(3) $S_b = 25\pi dm^2$; $S_L = 100\pi dm^2$; $S_t = 150\pi dm^2$; $V = 250\pi dm^3$
(4) $r = 6cm$
(5) $V = 250\pi cm^3$
(6) $S_b = 25\pi cm^2$; $S_L = 65\pi cm^2$; $S_t = 90\pi cm^2$; $V = 100\pi cm^3$
(7) $S_t = 324\pi m^2$; $V = 432\pi m^3$
(8) $V = \frac{64\sqrt{3}\pi}{3} cm^3$
(9) $S_b = 100\pi cm^2$; $S_L = 200\pi cm^2$; $S_t = 300\pi cm^2$; $V = \frac{1000\sqrt{3}\pi}{3} cm^3$
(10) $S_t = 48\pi cm^2$; $V = \frac{64\sqrt{3}\pi}{3} cm^3$
(11) $V = 12\pi cm^3$
(12) $V = 32\pi\, cm^3$

exercícios

1. Calcule a medida da diagonal de um cubo de aresta medindo 2 m.

2. Calcule a área total de um cubo de aresta medindo 5 m.

3. Calcule a diagonal de um cubo cuja área total é 54 m^2.

4. Calcule a área total de um paralelepípedo retângulo cujas arestas medem 2 m, 3 m e 4 m.

5. Aumentando-se de 2 m a medida da aresta de um cubo, sua área total aumenta de 48 m^2. Calcule a medida da aresta.

6. Em um cubo, a diagonal mede $2\sqrt{3}$ cm. Calcule a área total.

7. Qual é a área lateral de um prisma triangular regular cuja medida da aresta de base é 8 m e a altura 5 m?

8. Calcule a área total do prisma hexagonal regular cuja aresta de base mede $2\sqrt{3}$ cm e a altura $\sqrt{3}$ cm.

9. Calcule a área total de um prisma reto de 6 m de altura, tendo para base um retângulo de área de 12 m^2 e cuja diagonal mede 5 m.

10. Calcule a medida da diagonal do paralelepípedo retângulo cujo volume mede 30 cm^3 e duas de suas arestas medem 2 cm e 3 cm:

11. Calcule a medida da diagonal de um paralelepípedo retângulo cujas arestas são proporcionais a 2, 3, 4 e a área total mede 208 m^2.

Respostas

1) $2\sqrt{3}$ m
2) 150 m^2
3) $3\sqrt{3}$ m
4) 52 m^2
5) 1 m
6) 24 cm^2
7) 120 m^2
8) 36 ([illegible] $\sqrt{3}$) cm^2
9) 108 m^2
10) $\sqrt{38}$ cm
11) $2\sqrt{29}$ cm

exercícios

1. Calcule o volume do cubo cuja aresta mede 4 m.

2. Calcule a área total do cubo cujo volume mede 8 m^3.

3. Calcule o volume do paralelepípedo retângulo de arestas medindo 2 m, 3 m e 6 m.

4. Qual é a medida da altura de um prisma triangular regular de volume igual a $5\sqrt{3}$ cm^3 e de aresta de base igual a 2 cm?

5. Calcule a área lateral de um prisma quadrangular regular de volume igual a 180 m^3 e de área de base igual a 36 m^2:

6. A soma das medidas das arestas de um cubo mede 36 m. Calcule o volume desse cubo.

7. Calcule o volume de um prisma hexagonal regular de aresta de base medindo 2 m e de altura medindo 3 m.

8. As medidas das arestas de um paralelepípedo retângulo são proporcionais aos números 2, 3, 4. Calcule seu volume, se a área total mede 208 m^2.

9. Calcule a medida da aresta do cubo cujo volume tem por medida o mesmo número que expressa a medida da área total.

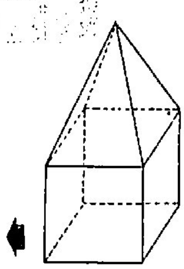
10. Em um paralelepípedo retângulo, a diagonal mede $2\sqrt{83}$ cm. Se as suas arestas são proporcionais aos números 3, 5 e 7, calcule seu volume.

Respostas

1) 64 m^3
2) 24 m^2
3) 36 m^3
4) 5 cm
5) 120 m^2
6) 27 m^3
7) $18\sqrt{3}$ m^3
8) 192 m^3
9) 6
10) 840 cm^3

NOME ______________________ Nº ____ TURMA ____ DATA: 11/11/05

Atividades de Recuperação Nº 15.



1) Calcule o volume de uma barraca de "camping" constituída por uma pirâmide quadrangular regular e um prisma quadrangular regular. A altura do prisma é de 1 m e a da pirâmide é de 1,5 m. A base da barraca tem por área $9 m^2$. $13,5 m^3$

2) Numa pirâmide quadrangular regular, a altura mede 4 cm e a aresta de base 6 cm. Calcule a medida da aresta lateral. $\sqrt{34}$ cm

3) Seja uma pirâmide quadrangular regular cujo perímetro da base vale 24 m. Se a área total mede $96 m^2$, calcule a medida do apótema da pirâmide. 5 m

4) O perímetro da base de uma pirâmide triangular regular mede 12 cm. Calcule sua área lateral, se o apótema da pirâmide mede $\frac{3}{2}$ da aresta de base. $36 cm^2$

5) Calcule a altura de uma pirâmide regular cuja medida do apótema da base é 3 cm e a medida do apótema da pirâmide é 5 cm. 4 cm

6) Numa pirâmide quadrangular regular, a altura mede 12 cm e o apótema da pirâmide mede 13 cm. Calcule a sua área total. $360 cm^2$

7) Sendo o perímetro da base de uma pirâmide pentagonal regular igual a 30 m e o apótema da pirâmide igual a 4 m, calcule sua área lateral. $60 m^2$

8) Calcule o volume de uma pirâmide cuja base tem por área $20 m^2$ e a altura é igual a 6 m. $40 m^3$

9) Calcule o volume de uma pirâmide triangular regular cuja aresta da base mede 3 m e a altura da pirâmide mede $4\sqrt{3}$ m. $9 m^3$

10) Qual é a medida da altura de uma pirâmide hexagonal regular de aresta de base igual a 2 cm e de volume igual a $10\sqrt{3} cm^3$? 5 cm

11) Calcule a área total de uma pirâmide quadrangular regular de base igual a $36 m^2$ e de volume igual a $48 m^3$. $96 m^2$

12) Tendo a aresta lateral de uma pirâmide regular a medida de 15 cm e a aresta da base a medida de 18 cm, quanto mede o apótema da pirâmide? 12 cm

13) O apótema de uma pirâmide triangular regular e a aresta da base medem 6 m. Calcule sua área total. $9(\sqrt{3}+6)$ m

14) Em uma pirâmide quadrangular regular, o apótema é 5 cm e a aresta da base é 6 cm. Qual a área total da pirâmide? $96 cm^2$

15) Calcule a área lateral do cilindro circular reto de raio medindo 2 m e altura medindo 3 m. $12\pi m^2$

16) Calcule a área total do cilindro eqüilátero de altura igual a 6 cm. $54\pi cm^2$

17) Sendo de $40\pi cm^2$ a área lateral de um cilindro de revolução de raio medindo 5 cm, calcule a sua altura. 4 cm

18) O comprimento da circunferência de uma base de um cilindro eqüilátero mede 6π m. Calcule sua área lateral. $36\pi m^2$

19) Calcule o volume de um cilindro de área de base igual a $20 m^2$ e de altura igual a 5 m. $100 m^3$

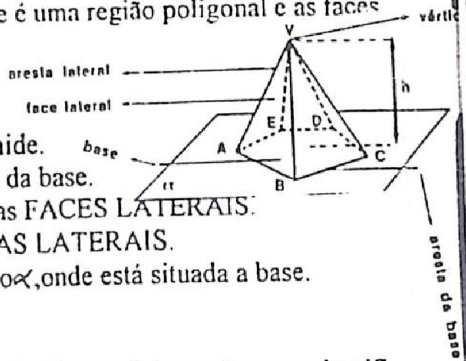
20) A base de um cilindro reto é o círculo de diâmetro igual a 8 cm. Sendo a área lateral do cilindro igual a $24\pi m^2$, calcule seu volume. $48\pi m^3$

21) Calcule o volume do cilindro eqüilátero de 2 m de raio de base. $16\pi m^3$

22) Se o volume de um cilindro eqüilátero mede $54\pi m^3$, calcule a área total do cilindro. $54 m^2$

PIRÂMIDE

1)Definição : As pirâmides são poliedros cuja base é uma região poligonal e as faces laterais são regiões triangulares.



2)Elementos:

a)Vértice (V) __ É o vértice da pirâmide.

b)O polígono ABCDE é chamado BASE da pirâmide.

c)Os lados do polígono da base são as ARESTAS da base.

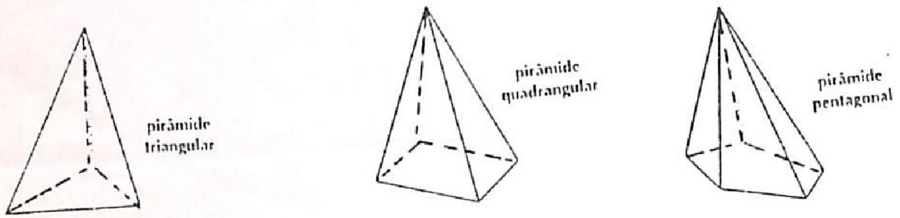
d)Os triângulos VAB,VBC,VCD,VDE,VEA são as FACES LATERAIS.

e)Os segmentos VA,VB,VC,VD,VE são ARESTAS LATERAIS.

f)Altura (h) __É a distância de vértice V ao planoα,onde está situada a base.

3)Classificação das pirâmides.

NOTA : Da mesma forma que os prismas , as pirâmides também podem ser classificadas em triângulares , quadrangulares , pentagonais, etc. , de acordo com a BASE.



PIRÂMIDE REGULAR.

Uma pirâmide é REGULAR quando a base é um polígono regular e a altura é igual à distância do vértice ao centro da base.

Numa pirâmide regular regular , temos :

--- As arestas laterais são congruentes;(iguais)

--- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes entre si.(2 lados iguais)

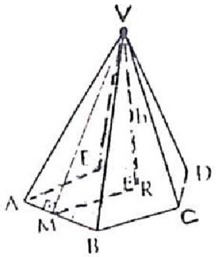
Ex: Pirâmide pentagonal regular.

$\overline{VR}$= h (altura)

$\overline{VM}$ (apótema da pirâmide)

$\overline{RM}$ (apótema da base)

Note que o apótema (VM) da pirâmide é a altura do triângulo isósceles AVB.



Recordando da Geometria Plana:

Polígono regular	Apótema
Quadrado	$\ell/2$
Triang. Equilátero	$\ell\sqrt{3}/6$
Hexágono	$\ell\sqrt{3}/2$

4)Área e Volume de uma Pirâmide.

Área Lateral (Al) _ é a soma das áreas das suas faces laterais.

Área Total (A t) __ é a soma da área lateral (Al) com a área da base (Ab)

$\boxed{At = Al + Ab}$

Volume é dado pela expressão : $V = \dfrac{Ab \cdot h}{3}$ onde : Ab—área da base h - altura

---

ALUNO ______________________ TURMA ______ 2º ANO

Exercícios sobre PIRÂMIDES.

1)Uma pirâmide hexagonal regular tem a área da base igual a 12 m^2 e altura 10 m. Calcule o seu volume. $40 m^3$

2)Calcule o volume de uma pirâmide triangular regular que tem uma aresta da base igual a 6 cm e altura igual a 8 cm. $24\sqrt{3} cm^3$

3)Numa pirâmide quadrangular regular , as arestas da base medem 10 cm e altura 12 cm. Calcule o apótema da base e o apótema da pirâmide. A_{pb} 5cm A_{pp}= 13cm

4)Uma aresta da base de uma pirâmide quadrangular regular mede 8 cm. Calcule a área da base, a área lateral e o volume dessa pirâmide sabendo-se que ela tem uma altura igual a 3 cm. $A_b = 64 cm^2$; $A_l = 80 cm^2$; $V = 64 cm^3$

5)O apótema da base e o apótema de uma pirâmide quadrangular regular medem, respectivamente, 5 cm e 13 cm. Calcule a altura e o volume dessa pirâmide. h=12 V=400

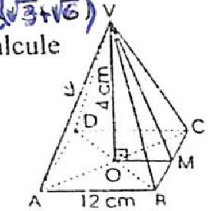
6)É dada uma pirâmide regular hexagonal de 6 cm de altura e cuja aresta da base mede $4\sqrt{3}$ cm. Calcular : a) o apótema da base – 6cm d) a área da base $72\sqrt{3}$

b) o apótema da pirâmide $6\sqrt{2}$ e) a área lateral $72\sqrt{6}$

c) a aresta lateral $2\sqrt{21}$ cm f) a área total $72(\sqrt{3}+\sqrt{6})$

7)O apótema de uma pirâmide tem 15 cm e a aresta lateral mede 25 cm. Calcule aresta da base. a_b=40cm

8)Considere a pirâmide quadrangular indicada na figura ao lado. Calcule :



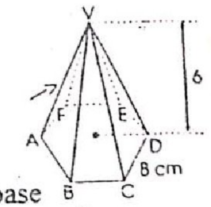
a) a medida do apótema da base 6cm

b) a medida do apótema da pirâmide $2\sqrt{13}$ cm

c) a medida da aresta lateral $2\sqrt{22}$ cm

d) a área total da pirâmide. $48(3+\sqrt{13}) cm^2$

9)Considere a pirâmide hexagonal regular indicada na figura ao lado.



Calcule: $4\sqrt{3}$cm

a) o apótema da base b) o apótema da pirâmide $2\sqrt{21}$ cm

c) a aresta lateral 10 cm d) a área da pirâmide $48(2\sqrt{3}+\sqrt{21}) cm^2$

10)Considere uma pirâmide regular de base quadrada. Sabendo que o lado da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm , calcule :

a) a área da base 144 b) a área lateral 240 c) a área total 384

11)A aresta da base de uma pirâmide triangular regular mede 6 cm e a altura mede 15 cm . Calcular o volume da pirâmide. $45\sqrt{3} m^3$

12)A base de uma pirâmide de altura 10 cm é um quadrado.Se a aresta da base mede 3 cm . Calcular o volume da pirâmide. $30 cm^3$

13) A altura de uma pirâmide regular mede 12 cm e a altura de uma face lateral é 5/4 da altura da pirâmide , então o apótema dessa pirâmide é em cm igual a . 15cm

14)(ULBRA)A base de uma pir6amide é um quadrado de aresta 3 cm. Se a altura da pirâmide é o triplo da aresta da base, seu volume, em cm . é $27 cm^3$

15)Uma pirâmide regular de base hexagonal tem 6 cm de aresta da base e 10 cm de aresta lateral. Calcule: a) a área da base b) a área lateral c) a altura da pirâmide.

16)Calcule a área total, a altura e o volume de uma pirâmide regular de base quadrada, cuja aresta da base mede 6 cm e cuja Aresta lateral mede $\sqrt{34}$ m. $A_T = 96 m$ $h = 4 m$ $V = 48 m^3$

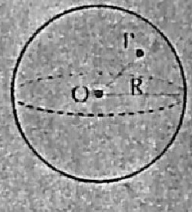
b) $18\sqrt{91}$ c) 8cm

a) $54\sqrt{3}$ cm

ESFERA

Definição

Dado o ponto O e um segmento R, chama-se **esfera** de centro O e raio R o conjunto de todos os pontos P do espaço, de modo que a medida do segmento OP é menor ou igual a R.



Nota:

Chamamos de **superfície esférica** o conjunto dos pontos P do espaço, tais que OP = R.

Volume de uma esfera

O volume de uma esfera pode ser obtido a partir da expressão:

$$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3}$$

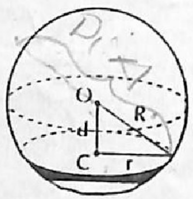
Área da superfície esférica

A área da superfície esférica pode ser obtida a partir da expressão:

$$\boxed{A = 4\pi R^2}$$

Secção de uma esfera

A intersecção de uma esfera e um plano é um círculo.



O → centro da esfera

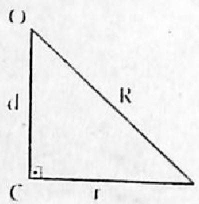
R → raio da esfera

r → raio do círculo

d → distância do círculo ao centro da esfera

C → centro do círculo

A relação entre R, r e d é dada pelo teorema de Pitágoras.



$$\boxed{R^2 = r^2 + d^2}$$

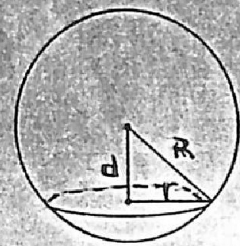
Mat III - Geom. Espacial - Profª Elza

Nota:

Quando o plano passa pelo centro da esfera, a secção é um círculo de raio igual ao raio da esfera. Dizemos então que a secção é um círculo máximo da esfera.

Exemplo:

1. Uma secção plana feita a 3 cm do centro de uma esfera tem área igual a 16π cm². Calcule o volume da esfera e a área da superfície esférica.



$S_{círculo} = \pi r^2 \Rightarrow 16\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$ cm

$\left.\begin{array}{l} d = 3 \text{ cm} \\ r = 4 \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} R^2 = r^2 + d^2 \\ R^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow R = 5 \text{ cm} \end{array}$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 \Rightarrow V = \frac{500}{3}\pi$ cm³

$S = 4\pi R^2 \Rightarrow S = 4 \cdot \pi \cdot 5^2 \Rightarrow S = 100\pi$ cm²

2. Calcule o volume e a superfície de uma esfera cujo círculo máximo tem área igual a 100π dm².

$S_{círculo} = \pi r^2 \Rightarrow 100\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10$ dm

O raio do círculo máximo é igual ao raio da esfera (r = R).

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 10^3 \Rightarrow V = \frac{4\,000}{3}\pi$ dm³

$S = 4\pi R^2 \Rightarrow S = 4 \cdot \pi \cdot 10^2 \Rightarrow S = 400\pi$ dm²

EXERCÍCIOS

82 Calcule o volume de uma esfera de raio 2 cm. → $\frac{32\pi}{3}$

83 Determine o volume e a área de uma superfície esférica cujo raio da esfera mede 3 m. $V = 36\pi$ $A = 36\pi$

84 A área de uma superfície esférica mede 314 π cm². Quanto mede o volume dessa esfera? $V = \frac{500\pi}{3}$

85 Calcule a área de uma secção plana feita a 8 cm do centro de uma esfera de raio 10 cm. $A = 36\pi$

86 Calcule a área do círculo máximo de uma esfera de raio igual a 7 cm. $A = 49\pi$

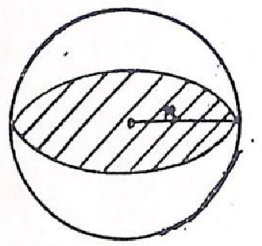
87 Sabendo-se que o raio de um círculo de uma secção plana feita a 2 cm do centro de uma esfera é igual a 4 cm, determine o diâmetro da esfera. $D = 4\sqrt{5}$

88 A área de uma secção plana feita a 12 cm do centro de uma esfera é igual a 25π cm². Calcule o raio da esfera. R = 13 cm

Esferas

SUPERFÍCIE ESFÉRICA: É uma superfície gerada pela rotação completa de uma semi-circunferência em torno de seu diâmetro.

ESFERA: É um sólido limitado por uma superfície esférica.



ELEMENTO:

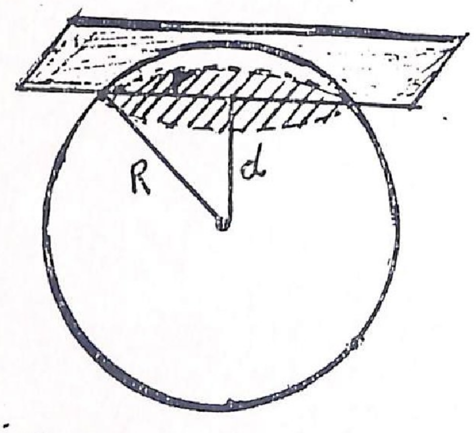
R - raio

$$\boxed{A_e = 4\pi r^2}$$

VOLUME

$$\boxed{V_e = \frac{4}{3}\pi r^3}$$

CÍRCULO MÁXIMO: É o círculo cujo raio é igual ao raio da esfera.



$$\boxed{R^2 = d^2 + r^2}$$

EXERCÍCIOS:

1) Calcular a área e o volume de uma esfera de raio igual a:

(a) 2m $A = 16\pi m^2$ $V = \frac{32}{3}\pi m^3$

(b) 3m $A = 36\pi m^2$ $V = 36\pi m^3$

(c) 6m $A = 144\pi m^2$ $V = 288\pi m^3$

2) A área de uma esfera é 64π. Qual o valor do seu raio? 4

3) A área de uma esfera é πm^2 Qual o valor do seu raio e do seu volume? $\frac{\pi}{6} m^3$

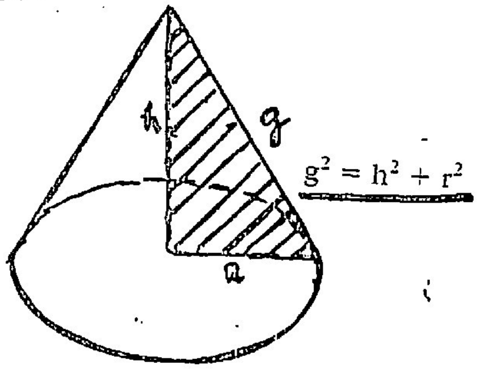
4) O volume de uma esfera é 36π. Qual sua área? 36π

5) Qual a superfície de uma esfera cujo raio é 2m? $16\pi m^2$

6) A área do círculo máximo de uma esfera é 4π. Qual seu volume? $= \frac{32}{3}\pi$

CONE CIRCULAR RETO OU DE REVOLUÇÃO

É um cone cuja base é um círculo e o pé da altura está no centro da base.



$g^2 = h^2 + r^2$

ELEMENTOS:

g - geratriz

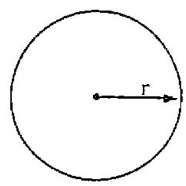
h - altura

R - raio

Cone eqüilátero:

$\boxed{\begin{array}{l} g = 2 \cdot r \\ h = r\sqrt{3} \\ A_T = 3\pi r^2 \end{array}}$

A base é circular. Portanto: $\boxed{A_b = \pi r^2}$.



* O perímetro da base de um cone é igual a $2\pi R$

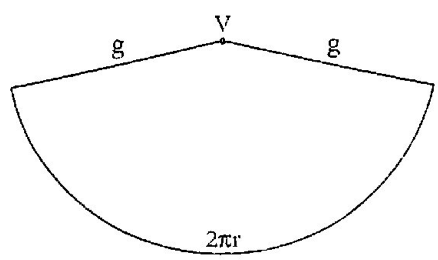
Nesse caso, a área da superfície lateral é igual à área de um setor circular:

A_L = área de um setor circular

$$A_L = \frac{\text{comprimento do arco} \times \text{raio}}{2}$$

$$A_L = \frac{2\pi r g}{2}$$

$$\boxed{A_L = \pi rg}$$



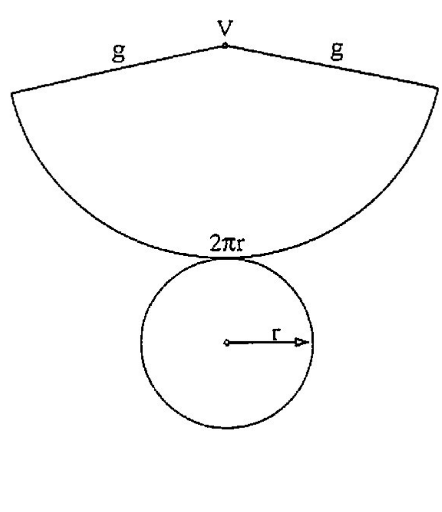
Área da superfície total

A superfície total compreende a base e a superfície lateral. Assim:

$$A_T = A_b + A_L$$

$$A_T = \pi r^2 + \pi rg$$

$$\boxed{A_T = \pi r (r + g)}$$



O volume do cone circular é determinado por $\frac{1}{3}$ do produto entre a área da base e a altura.

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h}$$

Exercícios propostos — CONES —

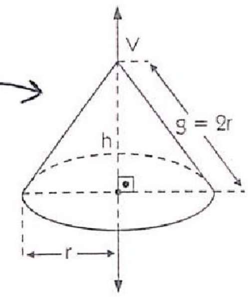
1) Calcular a área lateral de um cone de revolução onde a geratriz mede 6 cm e o raio da base, 4 cm. $24\pi\ cm^2$

2) Qual o volume de um cone onde o raio é 3 cm e a altura 5 cm? $15\pi\ cm^3$

3) Calcular as áreas lateral e total de um cone circular reto cuja altura é 5 cm e o raio da base, 6 cm. $A_l = 6\sqrt{61}\ \pi\ cm^2$ $A_t = 6\pi(6+\sqrt{61})\ cm^2$

4) Qual a área da secção meridiana de um cone de revolução cuja altura é 12 m e o raio da base, 5 m? $60 m^2$

5) A altura de um cone de revolução é 8 m; a área de sua base, $36\pi m^2$. Qual sua superfície total? $96\pi\ m^2$



6) Sabendo que num cone eqüilátero o raio da base mede $\sqrt{3}$ cm, determine:
a) área total $9\pi\ cm^2$ b) altura 3cm c) volume $3\pi cm^3$

7) Para um cone reto que tem geratriz g com 5 cm e raio r da base com 3 cm, calcular:
a) área lateral $15\pi\ cm^2$ d) altura 4 cm
b) área da base $9\pi\ cm^2$ e) volume $12\pi\ cm^3$
c) área total $24\pi cm^2$

8) A geratriz de um cone circular reto mede $5\sqrt{2}$ cm. Se a altura do cone é 7cm, calcule a medida do raio da base. 1cm

9) Seja um cone circular de raio 18 cm e de altura 24 cm. Calcule a medida da geratriz, a área lateral e a área total do cone. $g = 30 cm$ $A_t = 864\pi cm^2$ $A_l = 540 cm^2$

10) Um cone circular reto tem 1 m de raio e 3 m de altura. Calcule a área lateral e a área total do cone. (Use $\sqrt{10} = 3,1$.) $A_l = 3,1\pi cm^2$ $A_t = 4,1\pi cm^2$

11) Calcule a área lateral e a área total de um cone eqüilátero de raio 4 cm. (Um cone se diz eqüilátero quando g = 2r.) $A_l = 32\pi\ cm^2$ $A_t = 48\pi\ cm^2$

12) A área lateral de um cone circular reto é $15\pi\ m^2$ e a área total é $24\pi\ m^2$. Calcule a medida do raio do cone. $r = 3m$

13) Um cone circular reto tem 12 cm de altura e 13 cm de geratriz. Calcule o volume desse cone. $V = 100\pi\ cm^3$

— ESFERA —

1) Calcule a área de uma superfície esférica de raio r = 3 cm. $36\pi\ cm^2$

2) Sabendo que a área de uma superfície esférica é $8\pi\ cm^2$, calcule o raio da esfera. $\sqrt{2}$ cm

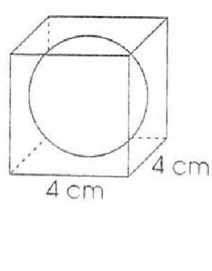
3) Calcule a área de uma superfície esférica de diâmetro 48 cm. $2304 cm^2$

4) Ache a área de uma superfície esférica, sabendo que a medida de uma circunferência máxima é de 6π dm. $36\pi\ dm^2$

5) Quantos cm^2 de plástico são usados para fazer um balão de gás que tem 12 cm de diâmetro? $452,16\ cm^2$

6) Uma bola de borracha tem 40 cm de diâmetro. Quantos cm^2 de borracha são gastos para se fazer essa bola? $5024\ cm^2$

7) A figura ao lado nos mostra uma esfera inscrita num cubo de aresta 4 cm (note que o plano de cada face do cubo é tangente à esfera). Calcule a área da superfície esférica. $16\pi\ cm^2$



8) O volume de uma esfera é 108 cm³. Considere $\pi \cong 3$ e determine a área da superfície esférica. $108 cm^2$

9) Calcule o volume de uma esfera cuja área da superfície esférica é 48 cm². Considere $\pi \cong 3$. $32 cm^3$

10) Obtenha o volume de uma esfera que apresenta 4π cm como comprimento de circunferência para o seu maior círculo. $\frac{32}{3}\pi\ cm^3$

11) Uma esfera apresenta raio r = 4 dm. Determine:
a) área da superfície esférica $64\pi\ dm^2$
b) volume $\frac{256}{3}\pi\ dm^3$