INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GEN. FLORES DA CUNHA – ENSINO MÉDIO – MATEMÁTICA - 2001

ESTUDO DE RECUPERAÇÃO – GEOMETRIA ANALÍTICA

1) Calcula a distância entre os pontos:
a) A(-5, 7) e B(4, -3) b) A(3, 7) e B(-1, 0) c) A(-4, -1) e B(-3, -6) d) A(-8, 7) e B(-7, 8)

2) Calcula a distância entre o ponto A(6, -5) e a origem do sistema de eixos coordenados.

3) Calcula a distância do ponto A(-3, 2) e um ponto do eixo das abscissas cuja abscissa é 7.

4) Calcula a distância do ponto A(9, -3) e um ponto do eixo das ordenadas cuja ordenada é -4.

5) Dados os pontos $A(2\sqrt{3}, 3)$ e $B(4\sqrt{3}, 1)$, calcula a distância de A até B.

6) A distância do ponto P(a, 1) ao ponto A(0, 2) é igual a 3. Calcula o valor de a.

7) Calcula o número real "a" de forma que a distância do ponto P(2a, 3) ao ponto Q(1, 0) seja igual a $3\sqrt{2}$.

8) Calcula o perímetro do triangulo ABC onde A(1, 3); B(7, 3); C(7, 11).

9) Determina a natureza e calcula o perímetro do triângulo cujos vértices são A(0, 5); B(3, -2), C(-3, -2).

10) Calcula o ponto médio do segmento de extremidades:
a) A(-4, 6) e B(8, -2)
b) A(7, -3) e B(5, -5)
c) A(9, 0) e B(-3, 3)
d) A(7, 8) e B(4, 3)

11) Determina a distância do ponto A(-3, 7) e o ponto médio do segmento formado pelos pontos B(-5, 6) e C(-3, -2).

12) Determina a distância do ponto A(8, -5) e o ponto médio do segmento formado pelos pontos B(3, -4) e C(9, -6).

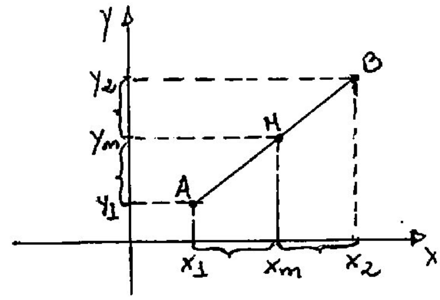
13) Se P(2, -1) é ponto médio de $\overline{AB}$, sendo A(3, -5) e B(1, b), escreve as coordenadas de B.

14) Dados os pontos M(5, 4), P(-3, 2) encontra as coordenadas de Q(a, b), sabendo que M é ponto médio de $\overline{PQ}$.

CONFIRA

1) a) $\sqrt{181}$ b) $\sqrt{65}$ c) $\sqrt{26}$ d) $\sqrt{2}$
2) $\sqrt{61}$
3) $2\sqrt{26}$
4) $\sqrt{82}$
5) 4
6) $\pm 2\sqrt{2}$
7) -1 ou 2
8) 24
9) Is $(6+2\sqrt{58})$
10) a) (2, 2) b) (6, -4) c) $(3, \frac{3}{2})$ d) $(\frac{11}{2}, \frac{11}{2})$
11) $\sqrt{26}$
12) +2
13) B(+1, 3)
14) Q(13, 6)

Ponto Médio de um Segmento



Dados dois pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$, se M é ponto médio de $\overline{AB}$, então:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{e} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Exemplos

1) Determina o ponto médio do segmento determinado pelos pontos $A(-3, 7)$ e $B(5, 3)$

2) Dados os pontos $A(-5, 7)$ e $B(1, 4)$, determina as coordenadas de C, sabendo que B é o ponto médio de $\overline{AC}$.

3) Calcula a distância do ponto $A(-1, 3)$ e o ponto médio do segmento determinado por $B(-1, 4)$ e $C(3, 6)$.

Exercícios

1) Calcula o ponto médio dos segmentos determinados pelos pontos:

a) $A(2, 1)$ e $B(4, -3)$
b) $A(3, 4)$ e $B(5, 6)$
c) $A(1, 4)$ e $B(7, 5)$
d) $A(5, 7)$ e $B(-2, -4)$
e) $A(-3, -2)$ e $B(-6, -8)$
f) $A(-4, 8)$ e $B(7, -1)$

2) Dados os pontos $A(-3, 4)$, $B(5, b)$ e $M(b, \frac{5}{2})$, calcula b, sabendo que M é ponto médio de $\overline{AB}$.

3) Se $M(-4, 3)$ é ponto médio de $\overline{AB}$, sendo $A(-10, 7)$ e $B(a, b)$, escreve as coordenadas de B.

4) Calcula a distância de $A(4, 3)$ ao ponto médio do segmento formado por $B(1, 0)$ e $C(1, 2)$.

5) Calcula a distância de $A(2, 1)$ ao ponto médio do segmento formado por $B(5, 2)$ e $C(3, -4)$.

Confira os exercícios

1) a) $M(3, -1)$
b) $M(4, 5)$
c) $M(4, 9/2)$
d) $M(3/2, 3/2)$
e) $M(-\frac{9}{2}, -5)$
f) $M(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$

2) $b = 1$

3) $B(2, -1)$

4) $\sqrt{13}$

5) $2\sqrt{2}$

Pontos Eqüidistantes

Se P é eqüidistante de A e B, então $d(P,A) = d(P,B)$.

Exercícios

✓1) Sabe-se que o ponto $P(a, 2)$ é eqüidistante dos pontos $A(3, 1)$ e $B(2, 4)$. Calcula o valor de a. $(a = 1)$

✓2) Um ponto P pertence ao eixo das absassas e é eqüidistante dos pontos $M(1, 4)$ e $N(-1, 2)$. Determina as coordenadas do ponto P. $(3, 0)$

3) Dado $P(x, 2)$, $A(4, -2)$ e $B(2, -8)$, calcula o valor de x de modo que o ponto P seja eqüidistante de A e B. $(x = -18)$

4) Determina um ponto P no eixo das absassas eqüidistantes de $A(1, 2)$ e $B(5, 4)$. $(\frac{9}{2}, 0)$

5) Determina as coordenadas do ponto do eixo das ordenadas, sabendo-se que ele é eqüidistante dos pontos $M(3, 4)$ e $N(5, 6)$ $(0, 9)$

6) Determina o ponto eqüidistante dos pontos $(6, -3)$ e $(-2, 1)$, sabendo-se que sua ordenada é igual a sua absassa.

$\sqrt{(x+2)^2 + (x-1)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (x+3)^2}$

$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 = x^2 - 12x + 36 + x^2 + 6x + 9$

$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 - x^2 + 12x - 36 - x^2 - 6x - 9 = 0$

45
11
―
34

$2x + 5 + 6 - 45 = 0$

$2x - 34 = 0$

$2x = 34$

$x = \frac{34}{2}$

$x = 17$

Triângulo Equilátero – 3 lados iguais
Triângulo Isósceles – 2 lados iguais
Triângulo Escaleno – 3 lados deferentes
Triângulo Retângulo – $a^2 = b^2 + c^2$

Exemplos:

Determina a natureza e o perímetro dos triângulos cujos vértices são:

a) $A(-1,3)$, $B(1,2)$ e $C(0,4)$

b) $A(1,1)$, $B(0,2)$ e $C(2,-1)$

Exercícios

1) Determina a natureza dos triângulos cujos vértices são:

a) $A(3,6)$, $B(6,3)$ e $C(7,7)$

b) $A(4,1)$, $B(7,5)$ e $C(0,4)$

c) $A(3,3)$, $B(-6,5)$ e $C(-3,-5)$

2) Calcula o perímetro dos triângulos que tem por vértice os pontos:

a) $A(4,7)$, $B(-1,-8)$ e $C(8,-5)$

b) $A(2,-2)$, $B(-3,-1)$ e $C(1,6)$

3) Usando o teorema de Pitágoras, verifica se o triângulo cujos vértices são $A(-1,3)$, $B(6,1)$ e $C(2,-5)$ é retângulo.

4) A distância do ponto $P(a,4)$ ao ponto $A(0,2)$ é igual a 3. Calcula o valor de a.

5) Seja A um ponto do eixo das ordenadas $(0,y)$. Dado o ponto $B(-3,-2)$, calcula as coordenadas do ponto A de modo que a distância de A até B seja igual a 5.

6) Calcula "a" de forma que a distância $P(2a,3)$ e $Q(1,0)$ seja $3\sqrt{2}$.

7) Seja A um ponto do eixo das abscissas $(x,0)$. Dado o ponto $B(-1,3)$, calcula as coordenadas do ponto A de modo que a distância de A até B seja igual a 5.

I. E. Gen. Flores da Cunha

GEOMETRIA ANALÍTICA

Ponto médio de um segmento

1) Dá o ponto médio do segmento AB, em cada item:

a) A (−3, 2) e B (3, 2)
b) A (5, 4) e B (5, −2)
c) A (0, 6) e B (0, −4)
d) A (−2, 0) e B (−8, 0)
e) A (1, 4) e B (3, 2)
f) A (−5, 4) e B (2, −6)

2) Nos exercícios abaixo, M é o ponto médio do segmento LT. Determina o que se pede:

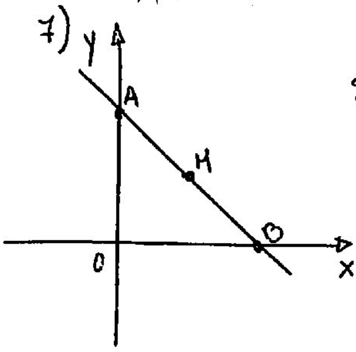
a) L(5, 6), M(4, 2). Encontra T.
b) M(−5, −1), T(4, 5). Encontra L.
c) $L\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$, $M\left(0, -\frac{3}{8}\right)$. Encontra T.

3) Num triângulo ABC temos A(3, 1), M(6, 3) e N(4, 5), onde M é o ponto médio do lado AB e N o ponto médio do lado AC. Encontra as coordenadas dos vértices B e C.

4) Dá a medida relativa ao lado AB do triângulo ABC, determinado pelos pontos A(−3, 2), B(5, 1) e C(0, 3).

5) Encontra o comprimento de cada uma das medianas do triângulo ABC, dados A(−4, 3), B(6, 7) e C(4, 15).
(Mediana de um triângulo é o segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.)

6) Os pontos A(5, 2) e B(−3, 4) são vértices de um triângulo ABC, sendo M(1, 3) ponto médio do lado AC. Indica as coordenadas do vértice C.

7)


A área do triângulo é de 20 unidades. (Figura). Sendo $M\left(\frac{5}{4}, a\right)$ o ponto médio do segmento AB, assinala a alternativa verdadeira em relação ao valor de a.

a) ±8 b) 32 c) 16 d) 8 e) não existe

CONFIRA

1) a) (0, 2) d) (−5, 0)
b) (5, 1) e) (2, 3)
c) 0, 1) f) $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$

2) a) T(3, −2)
b) L(−14, −7)
c) $T\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4}\right)$

3) B(9, 5)
C(5, 9)

4) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

5) por A, $\sqrt{145}$
por B, $\sqrt{40}$
por C, $\sqrt{109}$

6) (−3, 4)

7) 8

I.E. Gen. Flores da Cunha – 2º Grau – Matemática

GEOMETRIA ANALÍTICA

Distância entre dois pontos

5

1) Calcula a distância do ponto A ao ponto B nos casos abaixo:

a) $A(1,3)$ e $B(8,3)$

b) $A(-2,5)$ e $B(-2,1)$

c) $A(-\frac{1}{2},-1)$ e $B(1,-1)$

d) $A(3,1)$ e $B(7,4)$

e) $A(4,-1)$ e $B(-1,4)$

f) $A(-1,2)$ e $B(-2,-2)$

2) Encontra o perímetro do triângulo LMP, dados $L(3,1)$, $M(-4,4)$ e $P(-1,-3)$. Faze uma representação gráfica.

3) Acha o perímetro do triângulo ABC nos casos abaixo:

a) $A(-5,1)$, $B(-2,1)$ e $C(-2,5)$ b) $A(0,0)$, $B(4,-3)$ e $C(5,1)$

4) Encontra a distância de A até B nos casos:

a) $A(\sqrt{2},\sqrt{3})$ e $B(3\sqrt{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$

b) $A(2\sqrt{2},1)$ e $B(3\sqrt{2},-2)$

5) A distância do ponto $A(a+2;-a)$ ao ponto $B(11, 2a-1)$ é 10. Determina $\underline{a}$.

6) Determina o valor de $\underline{a}$ de modo que a distância do ponto A ao ponto B seja $\underline{d}$ nos casos abaixo:

a) $d=5$, $A(a+2,1)$ e $B(7,4)$

b) $d=10$, $A(a-2,a+1)$ e $B(3a,a+7)$

7) O triângulo ABC, onde $A(-3,0)$, $B(3,0)$ e $C(a,b)$ é equilátero. Determina $\underline{a}$ e $\underline{b}$. $(a+3)^2+b^2=a^2+6a+9+b^2$

8) O triângulo ABC, onde $A(0,6)$, $B(2,3)$ e $C(-1,1)$ é isósceles? Por quê?

9) Desenha o quadrilátero ABCD, determinado pelos pontos $A(-2,2)$, $B(-2,-2)$, $C(2,-2)$ e $D(2,6)$. Em seguida:

a) classifica o quadrilátero.

b) dê o perímetro de ABCD.

c) dê a área de ABCD.

RESPOSTAS

1. a) $d=7$
   b) $d=4$
   c) $d=\frac{3}{2}$
   d) $d=5$
   e) $d=5\sqrt{2}$
   f) $d=\sqrt{17}$

2) $2p = 4\sqrt{2}+2\sqrt{58}$

3) a) $2p=12$
   b) $2p=(5+\sqrt{26}+\sqrt{17})$

4) a) $\sqrt{\frac{59}{2}}$
   b) $\sqrt{11}$

5) $a=3$ ou $a=-\frac{3}{5}$

6) a) $a=1$ ou $a=9$
   b) $a=-5$ ou $a=3$

7) $a=0$
   $b=-3\sqrt{3}$ ou
   $b=3\sqrt{3}$

8) Sim
   $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são congruentes

9) a) Trapézio retângulo
   b) $16+4\sqrt{2}$
   c) 24

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GEN. FLORES DA CUNHA – ENSINO MÉDIO – MATEMÁTICA – 1999

ESTUDO DE RECUPERAÇÃO – GEOMETRIA ANALÍTICA

1) Calcula a distância entre os pontos:
a) $A(-5,7)$ e $B(4,-3)$ b) $A(3,7)$ e $B(-1,0)$ c) $A(-4,-1)$ e $B(-3,-6)$ d) $A(-8,7)$ e $B(-7,8)$

2) Calcula a distância entre o ponto $A(6,-5)$ e a origem do sistema de eixos coordenados.

3) Calcula a distância do ponto $A(-3,2)$ e um ponto do eixo das abscissas cuja abscissa é 7.

4) Calcula a distância do ponto $A(9,-3)$ e um ponto do eixo das ordenadas cuja ordenada é -4.

5) Dados os pontos $A(2\sqrt{3}, 3)$ e $B(4\sqrt{3}, 1)$, calcula a distância de A até B.

6) A distância do ponto $P(a,1)$ ao ponto $A(0,2)$ é igual a 3. Calcula o valor de a.

7) Calcula o número real "a" de forma que a distância do ponto $P(2a,3)$ ao ponto $Q(1,0)$ seja igual a $3\sqrt{2}$.

8) Calcula o perímetro do triângulo ABC onde $A(1,3)$; $B(7,3)$; $C(7,11)$.

9) Determina a natureza e calcula o perímetro do triângulo cujos vértices são $A(0,5)$; $B(3,-2)$, $C(-3,-2)$.

10) Calcula o ponto médio do segmento de extremidades:
a) $A(-4,6)$ e $B(8,-2)$
b) $A(7,-3)$ e $B(5,-5)$
c) $A(9,0)$ e $B(-3,3)$
d) $A(7,8)$ e $B(4,3)$

11) Determina a distância do ponto $A(-3,7)$ e o ponto médio do segmento formado pelos pontos $B(-5,6)$ e $C(-3,-2)$.

12) Determina a distância do ponto $A(8,-5)$ e o ponto médio do segmento formado pelos pontos $B(3,-4)$ e $C(9,-6)$.

13) Se $P(1,-1)$ é ponto médio de $\overline{AB}$, sendo $A(3,-5)$ e $B(1,b)$, escreve as coordenadas de B.

14) Dados os pontos $M(5,4)$, $P(-3,2)$ encontra as coordenadas de $Q(a,b)$, sabendo que M é ponto médio de $\overline{PQ}$.

CONFIRA

1) a) $\sqrt{81}$ b) $\sqrt{65}$ c) $\sqrt{26}$ d) $\sqrt{2}$

2) $\sqrt{61}$

3) $2\sqrt{26}$

4) $\sqrt{82}$

5) 4

6) $\pm 2\sqrt{2}$

7) -1 ou 2

8) 24

9) Is $(6+2\sqrt{58})$

10) a) $(2,2)$ b) $(6,-4)$ c) $(3,\frac{3}{2})$ d) $(\frac{11}{2},\frac{11}{2})$

11) $\sqrt{26}$

12) -2

13) $B(-1,3)$

14) $Q(13,6)$